

## **УПРАВЛЕНИЕ ИЗБЫТОЧНЫМИ СИСТЕМАМИ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ-МАХОВИКОВ**

В состав традиционных маховичных систем ориентации входят три электродвигателя-маховика (ДМ), оси вращения которых параллельны трем осям космического аппарата (КА). В избыточных системах число ДМ больше трех. Переход к избыточным системам связан с несколькими причинами.

Технические требования к угловым маневрам и стабилизации КА определяют диапазоны изменения кинетических и управляющих моментов электромеханической системы. Эти данные влияют на выбор конкретного типа ДМ из номенклатурного ряда, который освоен производством. Может оказаться, что ДМ с требуемыми динамическими характеристиками отсутствует. Разработка нового ДМ сопряжена с дополнительными материальными затратами и увеличением времени проектирования системы ориентации. Выбор ДМ с существенно большим динамическим диапазоном ухудшает массово-энергетические показатели электромеханической системы. Комплектация системы двигателями-маховиками с меньшими динамическими возможностями требует установки дополнительного числа ДМ, что делает систему избыточной.

Известны системы, в которых дополнительный ДМ, установленный под равными углами к остальным ДМ, включается в работу только при отказе любого ДМ в основных каналах. В штатном режиме и при отказах работают три ДМ. Алгоритм управления такой системы может проектироваться как композиция типовых алгоритмов управления тремя ДМ с учетом четырех вариантов взаимного расположения работающих ДМ.

Другая причина вызвана стремлением к оптимизации характеристик системы ориентации. Установка на борту управляющей ЦВМ позволяет решать сложные оптимизационные задачи. В настоящее время наблюдается тенденция к разработке долговременных универсальных космических платформ с широким спектром применения. Система ориентации такой платформы должна быть избыточной. Введение избыточности в маховичную систему позволяет регулировать кинетические моменты отдельных исполнитель-

ных органов, что способствует повышению ресурса ДМ и маховичной системы в целом [1].

Современные электродвигатели-маховики на базе бесконтактных двигателей постоянного тока обладают свойством рекуперации электроэнергии [2]. Торможение ДМ осуществляется в генераторном режиме с возвратом в сеть кинетической энергии вращающегося маховика [3]. Целенаправленное использование этого свойства открывает перспективы совершенствования энергетических показателей маховичной системы. Поскольку в избыточных системах допускается выход из строя отдельных исполнительных органов, возникает необходимость синтеза алгоритма управления избыточной системой переменной структуры.

Предлагаемое в статье решение задачи основано на поиске рационального критерия оптимальности и оптимизации маховичной системы при наложенных связях. В качестве критерия оптимальности используется сумма взвешенных квадратов управляющих моментов маховиков.

Рассмотрим избыточную маховичную систему, в состав которой входят  $n > 3$  одинаковых ДМ. Пусть  $Oxyz$  – связанная система координат, относительно которой определяется схема установки ДМ. Обозначим через  $\mathbf{g}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) единичный вектор, параллельный оси вращения  $i$ -го ДМ. За начало всех векторов  $\mathbf{g}_i$  выберем точку  $O$ . Совокупность векторов  $\mathbf{g}_i$  определяет схему установки ДМ на КА. Положение вектора  $\mathbf{g}_i$  в системе координат  $Oxyz$  может быть задано тремя направляющими косинусами  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ .

Пусть  $m_i$  – управляющий момент ДМ,  $\mathbf{h}$  – вектор кинетического момента маховичной системы. Вектор управляющего момента маховичной системы

$$\mathbf{M}_0 = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{g}_i - \boldsymbol{\omega}_{КА} \times \mathbf{h}$$

складывается из двух составляющих. Первое слагаемое характеризует вектор управляющего момента, создаваемый за счет изменения скорости вращения ДМ, или вектор управляющего момента маховичной системы, установленной на неподвижном основании. Второе слагаемое определяет гироскопический момент, возникающий при вращении маховичной системы с угловой скоростью  $\boldsymbol{\omega}_{КА}$  вместе с КА.

Первое слагаемое можно представить в матричном виде

$$\mathbf{M} = \mathbf{Gm}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{M} = (M_x, M_y, M_z)$  – управляющие моменты маховичной системы по осям стабилизации;

$$G = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \cdots & \alpha_n \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \cdots & \beta_n \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 & \cdots & \gamma_n \end{vmatrix} -$$

$3 \times n$  -матрица направляющих косинусов единичных векторов  $\mathbf{g}_i = (\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ , определяющая схему установки электродвигателей-маховиков;  $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_n)$  - управляющие моменты  $n$  электродвигателей-маховиков.

Задача управления маховичной системой заключается в нахождении управляющих моментов ДМ  $m_i$ , обеспечивающих равенство вектора  $\mathbf{M}$  требуемому вектору управляющего момента КА. Чтобы не вводить дополнительные переменные, в дальнейшем будем полагать, что  $\mathbf{M}$  - требуемый вектор управляющего момента КА, определенный как функция угловых отклонений и угловых скоростей КА и учитывающий гироскопическую составляющую вектора управляющего момента.

Из равенства (1) получим систему трех алгебраических уравнений связи

$$G\mathbf{m} = \mathbf{M} \quad (2)$$

для управляющих моментов ДМ.

Рациональное использование свойства рекуперации электроэнергии бесконтактных двигателей постоянного тока способствует совершенствованию энергетических показателей маховичной системы.

В качестве критерия оптимальности маховичной системы используем сумму взвешенных квадратов управляющих моментов маховиков:

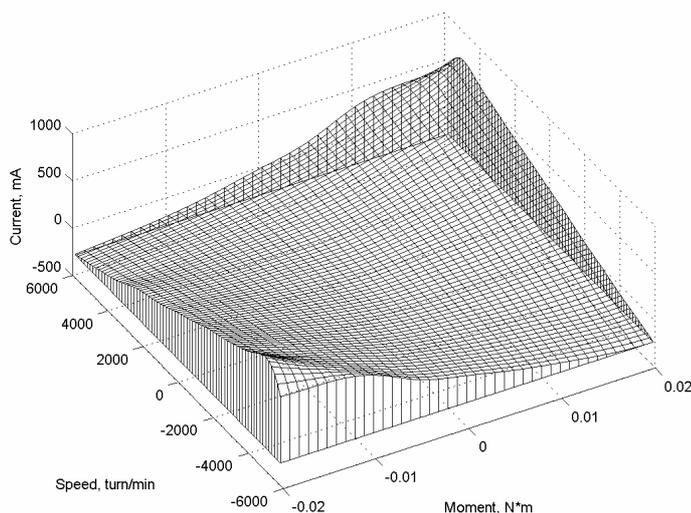
$$J = \sum_{i=1}^n V_i m_i^2, \quad (3)$$

где  $V_i$  - весовая функция  $i$ -го маховика.

В соответствии с поставленной задачей весовая функция должна быть положительно определенной функцией от тока потребления электродвигателя-маховика. Для выбора весовой функции использовались экспериментальные характеристики ДМ.

Экспериментальная зависимость тока потребления электродвигателя-маховика ДМ1-20 разработки НПП ВНИИЭМ изображена на рис.1 в пространстве трех переменных. Ток потребления является функцией двух параметров: частоты вращения ротора и требуемого управляющего момента. Области отрицательных

значений тока являются зонами рекуперации электроэнергии.



**Рис.1. Зависимость тока ДМ от скорости и требуемого управляющего момента**

Если исключить из рассмотрения граничные значения переменных, экспериментальная характеристика может быть аппроксимирована симметричной относительно центра поверхностью второго порядка.

Анализ приведенной зависимости позволяет предложить в качестве весовой функции квадратичную форму вида

$$V_i = a\mu_i^2 + b\mu_i\Omega_i + c\Omega_i^2 + d,$$

где  $\mu_i = m_i/m_{\max}$  – относительная величина требуемого управляющего момента;  $\Omega_i = \omega_i/\omega_{\max}$  – относительная частота вращения ротора маховика;  $a, b, c, d$  – параметры.

Весовая функция является обобщенной характеристикой динамического состояния ДМ. Функция веса должна быть минимальна, когда маховик способен работать в режиме рекуперации электроэнергии.

Выбором параметров  $a, b, c, d$  весовой функции можно установить желаемый диапазон изменения веса. Например при  $a = 5/4, b = 9/2, c = 5/4, d = 3, V_i \in [1, 10]$ , т.е. коэффициент веса может изменяться в десять раз.

Для минимизации функционала (3) воспользуемся методом неопределенных множителей Лагранжа.

Функция Лагранжа имеет вид

$$L = J + \lambda_1 (M_x - \sum_{i=1}^n \alpha_i m_i) + \lambda_2 (M_y - \sum_{i=1}^n \beta_i m_i) + \lambda_3 (M_z - \sum_{i=1}^n \gamma_i m_i),$$

где  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  – неопределенные множители Лагранжа.

Условия экстремума функции Лагранжа

$$\frac{\partial L}{\partial m_i} = 0, \quad i=1, 2, \dots, n$$

совместно с уравнениями связи (2) образуют систему из  $n+3$  уравнений, для нахождения требуемых моментов ДМ и множителей Лагранжа.

Если допустить, что весовая функция слабо зависит от требуемых моментов, то полученная система уравнений будет линейной и ее решение

$$m_i = \frac{1}{V_i} (g_i^T H^{-1} M) \quad (4)$$

практически сводится к вычислению и обращению матрицы

$$H = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i^2}{V_i} & \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i \beta_i}{V_i} & \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i \gamma_i}{V_i} \\ \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i \beta_i}{V_i} & \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i^2}{V_i} & \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i \gamma_i}{V_i} \\ \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i \gamma_i}{V_i} & \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i \gamma_i}{V_i} & \sum_{i=1}^n \frac{\gamma_i^2}{V_i} \end{bmatrix}.$$

В частном случае, когда все весовые функции  $V_i$  постоянны и равны единице, матрица  $H$  превращается в матрицу Грама [4].

Если расчетные моменты (4) превышают максимальный управляющий момент маховика, целесообразно нормировать решение. В результате нормирования сохраняется требуемое направление вектора управляющего момента маховичной системы, хотя и реализуется меньший по модулю вектор. Отказ от нормировки ведет к появлению паразитных моментов по осям стабилизации.

Для вычисления весовых функций могут использоваться значения требуемых моментов маховиков с предыдущего цикла вычислений. В качестве начальных условий для вычисления весовых функций примем  $V_i = d$ , полагая, что к началу вычислительного процесса все маховики заторможены, а требуемый момент равен

нулю. Поскольку все весовые функции изменяются во времени, возникает проблема обеспечения устойчивости и сходимости алгоритма.

Эффективность предлагаемого алгоритма управления оценивалась по результатам математического моделирования избыточной маховичной системы, в состав которой входят шесть электродвигателей–маховиков ДМ1-20.

Первая проблема, возникающая при проектировании избыточной маховичной системы, связана с выбором схемы установки ДМ на КА [1, 5]. Примем схему установки маховиков, при которой их оси вращения ортогональны боковым граням правильной шестигранной пирамиды. Выбором угла при вершине пирамиды можно оптимизировать область изменения кинетического момента системы маховиков, исходя из тактико-технических требований к угловым маневрам и стабилизации КА. Например если требуются программные повороты КА по одной из осей стабилизации, то, уменьшая угол при вершине пирамиды, можно вытянуть область изменения вектора кинетического момента вдоль оси пирамиды, а затем совместить ось пирамиды с осью программного поворота КА. Установочные векторы  $\mathbf{g}_i$  равномерно располагаются на правильной круговой конической поверхности с вершиной в точке  $O$ . Для определенности будем считать, что ось симметрии конуса совпадает с осью  $Oz$  (рис. 2). Концы векторов  $\mathbf{g}_i$ , распределенные по окружности основания конуса с интервалом  $60^\circ$ , являются вершинами вписанного в основание правильного шестиугольника.

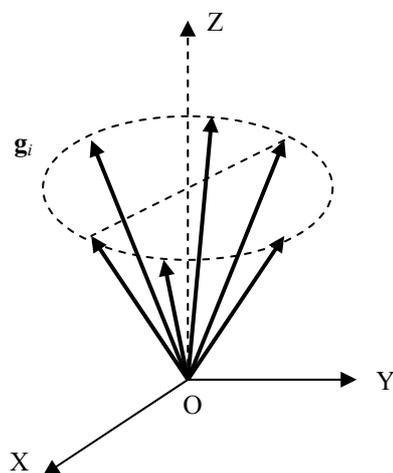


Рис. 2. Схема установки ДМ

Выберем угол между боковой гранью и осью пирамиды, равным  $30^\circ$ , при этом угол между векторами  $\mathbf{g}_i$  и осью конуса составит  $60^\circ$ , а матрица направляющих косинусов примет вид

$$G = \begin{vmatrix} 0,866 & 0,433 & -0,433 & -0,866 & -0,433 & 0,433 \\ 0 & 0,75 & 0,75 & 0 & -0,75 & -0,75 \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 \end{vmatrix}.$$

Математическое моделирование проводилось на персональной ЭВМ с использованием пакета прикладных программ MATLAB. Вычисления осуществлялись по формуле (4) при  $n = 6$ .

Движение  $i$ -го ЭДМ с моментом инерции  $J$  под действием расчетного момента  $m_i$  описывается уравнением

$$Jd\omega_i/dt = m_i F(m_i, \omega_i)$$

или в относительных единицах

$$\dot{\Omega}_i = \tau^{-1} \mu_i f(\mu_i, \Omega_i),$$

где  $\mu_i = m_i/m_{\max}$  – относительная величина требуемого управляющего момента;  $\Omega_i = \omega_i/\omega_{\max}$  – относительная частота вращения ротора маховика;  $\tau = J\omega_{\max}/m_{\max}$  – постоянная времени, равная времени разгона ДМ до максимальной скорости  $\omega_{\max}$  под действием максимального момента  $m_{\max}$ ;  $f(\mu_i, \Omega_i) = F(m_i, \omega_i)$  – моментная характеристика электродвигателя-маховика.

Расчетная моментная характеристика  $f(\mu, \Omega)$  электродвигателя-маховика ДМ1-20, которая использовалась в математической модели маховичной системы, изображена на рис. 3 [2]. Постоянная времени  $\tau$  принималась равной 50 с.

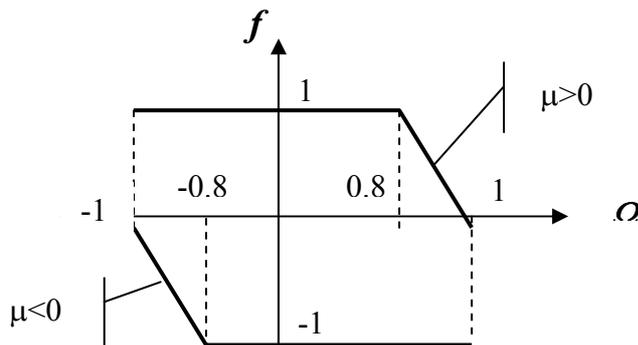


Рис.3. Моментная характеристика ДМ

Мерой устойчивости итерационного алгоритма управления могут служить величины отклонений расчетных моментов по осям стабилизации от требуемых моментов.

Результаты моделирования подтверждают устойчивость алгоритма. Пусть, например, от системы  $n = 6$  ДМ требуется создание управляющего момента по оси  $Oz$  КА,  $\mathbf{M} = (0, 0, m_{\max})$  при начальных скоростях маховиков  $\boldsymbol{\Omega} = (-1; 0; -0,9; 0,1; -0,8; 0,2)$  и  $m_{\max} = 0,02$  Н·м.

Зависимость во времени отклонения расчетных моментов по трем осям стабилизации от требуемых моментов при такте работы 0,1 с изображена на рис. 4. Величины полученных отклонений пренебрежимо малы, что говорит об устойчивости алгоритма.

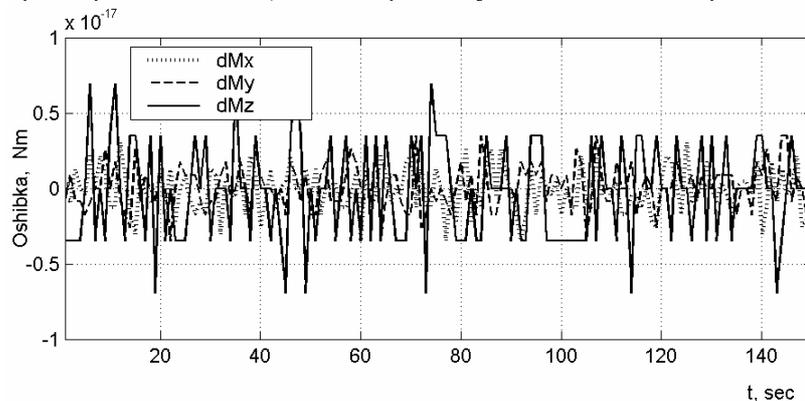


Рис. 4. Отклонения расчетных моментов по трем осям стабилизации

Разработанный алгоритм управления, реализующий показатель качества (3), сравнивался по эффективности с алгоритмом, минимизирующим сумму квадратов управляющих моментов маховиков, т.е. реализующим показатель качества (3) с весовыми функциями, равными единице. Оценкой эффективности алгоритмов служит суммарный ток потребления шести двигателей-маховиков. Для расчета потребляемого тока использовались соотношения, аппроксимирующие экспериментальные характеристики двигателя-маховика ДМ1-20.

Изменение во времени токов потребления (рекуперации) маховичной системы для двух алгоритмов управления изображено на рис. 5. Наглядно видно, что оптимальный алгоритм эффективнее использует свойство рекуперации энергии за счет рационального включения маховиков, способных в данной ситуации отдавать в бортовую сеть больший ток.

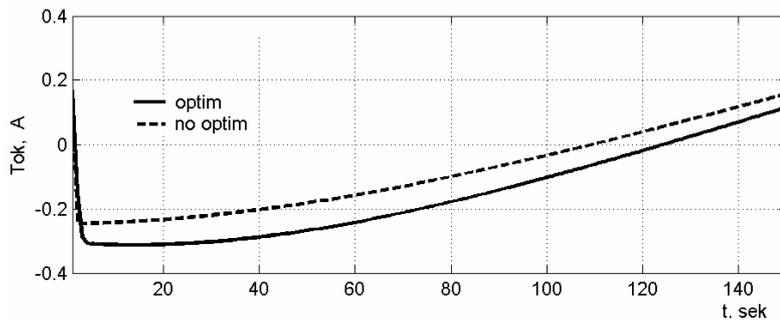


Рис. 5. Энергопотребление (рекуперация) маховичной системы

Алгоритм управления обладает важным свойством: последовательность выполняемых операций и общая структура, принятые в штатном режиме, сохраняются неизменными при отказах ДМ. Меняются только параметры вычислительного процесса. Достаточно обнулить в матрице  $G$  столбцы направляющих косинусов установочных векторов  $g_i$  отказавших ДМ.

Таким образом, использование в системе ориентации управляющей ЦВМ позволяет оптимизировать энергетические показатели избыточной маховичной системы с учетом свойства рекуперации электроэнергии двигателей-маховиков постоянного тока.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Беленький А.Д., Васильев В.Н. Управление минимально избыточной системой электродвигателей-маховиков // Известия РАН. МТТ. №2, С. 75-81. 1996.
2. Журавлев В.Я., Кузьмин В.Н., Михайлов Е.М., Рудобаба Е.П., Стома С.А. Электродвигатель-маховик постоянного тока. М.: Труды ВНИИЭМ. Т. 78. С. 67-74. 1985.
3. Российский космический бюллетень. Т. 5. № 4. 1998.
4. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука. 1966.
5. Карпачев Ю.А., Павловский М.А. Управление ориентацией космических аппаратов с произвольно-избыточной структурой одноосных электромаховичных двигателей //Космические исследования. Т. 25. Вып.4. С. 530-536. 1987.