

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ СУПЕРЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ

В.Я. Геча, А.Б. Захаренко  
(ФГУП «НПП ВНИИЭМ»)

*Обосновано применение метода конечных суперэлементов для решения задач расчета электромагнитных полей магнитоэлектрических машин. Особенности применения метода проиллюстрированы на примере решения задачи расчета двигателя погружного нефтедобывающего насоса.*

**Ключевые слова:** метод конечных суперэлементов, магнитная система.

Для анализа полей и процессов в электрических машинах, расчете магнитной системы широко используются численные методы, наибольшее распространение получил метод конечных элементов (МКЭ) [1]. При использовании этого метода активная часть электрической машины, как геометрическая область для расчета магнитного поля, разбивается на конечные элементы, образующие сетку. Для каждого элемента решается алгебраическая интерпретация уравнений Лапласа или Пуассона. Для получения решения с высокой точностью используется достаточно густая сетка, что требует значительных вычислительных ресурсов.

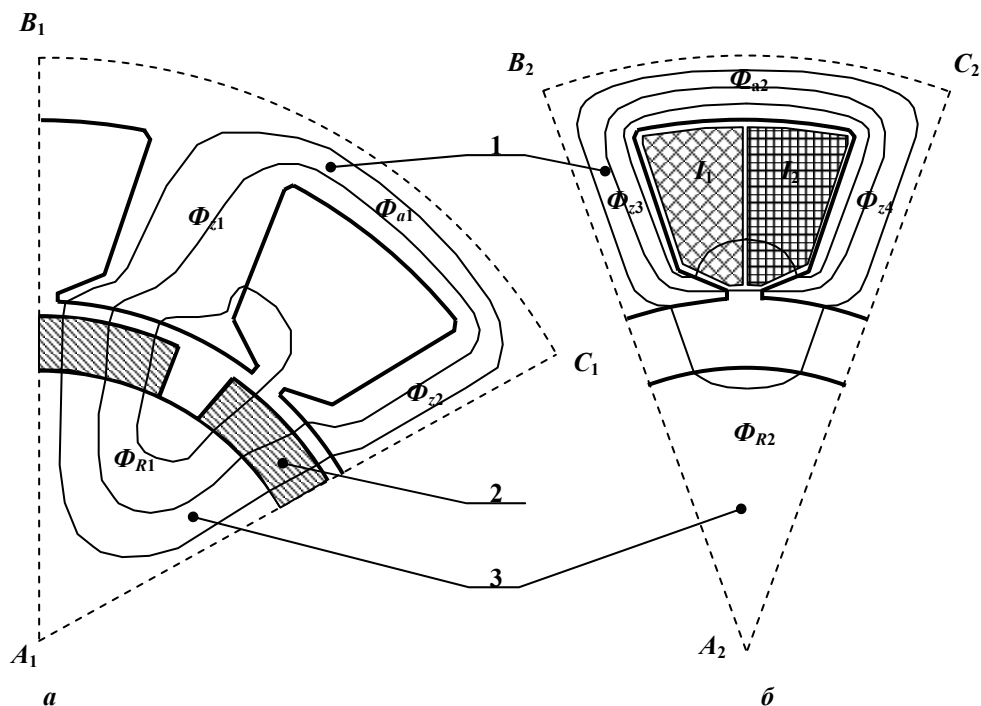
Для анализа сложных механических конструкций и конструкций с циклической симметрией в последние годы применяется вариант МКЭ, названный методом конечных суперэлементов (МКСЭ) [2]. В соответствии с этим методом расчетная область разбивается на ряд подобластей – суперэлементов (СЭ) таким образом, чтобы решение задачи на первом этапе методом МКЭ было целиком сосредоточено внутри СЭ, а на их границах решение являлось бы гладкой функцией. Каждый суперэлемент оснащается системой базисных функций, которые являются решениями рассматриваемого уравнения в СЭ, с некоторыми граничными условиями. Использование сетки суперэлементов и базисных функций, позволяющих учитывать особенности решения поставленной задачи в СЭ, дает возможность находить точное решение при существенной экономии вычислительных ресурсов и времени подготовки конечно-элементной модели (КЭМ) без ущерба для точности расчета. Следует отметить, что во ВНИИЭМ для проектирования сложных электромеханических систем МКЭ применяется с середины 80-х годов XX в. [3], а в настоящее время применяется и МКСЭ [4, 5].

Применение метода МКСЭ для расчета магнитных систем в электрических машинах в литературе широко не освещено, хотя все предпосылки для такого подхода имеются. В данной статье на примере электрической машины с постоянными магнитами, разра-

ботанной во ВНИИЭМ [6], рассматривается «суперэлементный подход» к расчету магнитного поля.

Для активной части электрической машины характерно наличие областей с циклично повторяющимися размерами и свойствами материалов: зубцово-пазовая зона, постоянные магниты и т.п. Кроме того, для расчета ЭДС, пондеромоторных сил и мощностей необходимо рассмотрение ряда положений ротора относительно статора, поэтому применение суперэлементов для решения таких задач представляется логичным и оправданным.

Как известно, конечной целью расчета магнитной системы электрической машины является определение магнитных потоков и потокосцеплений катушек обмотки для последующего расчета ЭДС, электромагнитного момента и энергетических показателей. Традиционно важной промежуточной задачей расчета магнитной системы является определение магнитных проводимостей [7, 8]. Эти проводимости могут быть найдены аналитически, например, с использованием конформных преобразований. Аналитическое преобразование геометрии паза по методу Шварца-Кристоффеля обычно опирается на серьезные допущения. Например, в работе [7] рассмотрен бесконечно глубокий паз. В дальнейшем найденные проводимости используются для построения математической модели активной части электрической машины, исторически получившей название «схемы замещения» магнитной цепи. Нахождение точного решения для магнитных проводимостей численным методом, например МКЭ, проводится на основе представительных КЭМ, детально учитывающих как геометрию магнитопровода, так и свойства материала. Магнитные проводимости в этом случае рассматриваются в качестве базисных функций суперэлементов. Термин «схема замещения», исторически связанный с вынужденным упрощением или «загрублением» расчета магнитной системы, ассоциирующейся с дискретными параметрами расчетной схемы магнитной цепи, представляется не вполне точным.



**Рис. 1.** Силовые линии электромагнитного поля магнитоэлектрической машины: симметричной части магнитной системы, возбуждённой постоянными магнитами (а); зубцового контура, возбуждённого током якоря (б): 1 – сердечник якоря, 2 – постоянный магнит, 3 – сердечник индуктора

Итак, к качестве базисных функций суперэлементов активной части электрической машины могут быть выбраны *магнитные проводимости* или непосредственно *магнитные потоки*. Последний вариант представляется наиболее оптимальным.

Рассмотрим метод конечных суперэлементов на примере расчета магнитных потоков и ЭДС электрической машины с возбуждением от постоянных магнитов. Сначала проводится отдельный анализ магнитных потоков магнитоэлектрической машины, возбуждённых постоянными магнитами индуктора и токами фаз якоря. По методу суперпозиции эти потоки суммируются, по результирующим потокам вычисляется ЭДС, а затем мощности и энергетические показатели. Для применения метода суперпозиции в рамках МКСЭ необходимо использовать допущение: магнитная система электрической машины линейна или может быть линеаризована. Кроме того, необходимо обеспечить условие гладкости функции магнитного потока в результирующем решении. Для этого на границе суперэлемента, рассматриваемого отдельно, необходимо граничное условие о равенстве нулю скалярного магнитного потенциала.

Анализ соотношения числа полюсов и фаз показывает, что одному положению ротора относительно статора соответствует несколько углов между

осями постоянных магнитов и зубцов якоря. Поочередно виртуально размещая катушки разных фаз на разных зубцах, эти углы можно интерпретировать как углы поворота ротора относительно статора. При этом токи фаз в режиме нагрузки при этих углах разные, они определяются электронной системой управления и индуктивностью обмотки.

Применение МКСЭ позволяет провести анализ потоков, вызванных токами якоря, в рамках суперэлемента отдельно от магнитной системы в целом. При этом размерность задачи уменьшается в число раз, равное числу зубцов якоря. Результатом анализа суперэлемента являются численные значения магнитных потоков в двух зубцах и двух ярмах.

Таким образом, цель отдельного рассмотрения потоков – экономия вычислительных ресурсов за счет того, что при ряде углов поворота ротора относительно статора не нужно каждый раз анализировать с помощью МКЭ всю активную часть электрической машины.

На рис. 1 показаны вышеупомянутые магнитные потоки, связанные с постоянными магнитами индуктора (а) и токами фаз якоря (б). Область, показанная на рис. 1, б представляет собой суперэлемент, о котором шла речь выше. Для анализа линейности магнитной системы (рис. 1, а) необходимо выполнить её расчет при совпадении осей одного зубца

и магнита – угле экстремума зависимости потокосцепления обмотки от угла поворота ротора ( $\gamma = 0$  эл. град), для которого при холостом ходе и нагрузке достигается наибольшая индукция в зубце. Сначала надо провести расчет магнитных потоков в режиме холостого хода для ряда углов поворота ротора и найти потокосцепление обмотки якоря. Далее провести расчёт ЭДС по закону электромагнитной индукции.

При расчете рабочего режима необходимо применение метода суперпозиции. Для его адекватного использования сначала необходимо провести анализ при наличии в расчетной модели возбуждения от постоянных магнитов и тока якоря для одного (нулевого) угла положения ротора. При этом определяется рабочая точка постоянного магнита с учетом насыщения магнитной системы и магнитная проницаемость постоянного магнита. Далее система должна быть линеаризована, если она нелинейна, с учетом найденной рабочей точки [8]. Найденная величина магнитной проницаемости постоянного магнита используется в дальнейших расчетах.

При проектировании машины МДС катушки якоря выбирается меньше МДС постоянного магнита индуктора, иногда – весьма значительно, чтобы избежать размагничивания постоянного магнита. Поэтому модель суперэлемента, возбужденная находящимися в одном пазу токами катушек фаз якоря (см. рис. 1, б) практически всегда линейна и её линеаризация не требуется. Расчет режима нагрузки должен быть проведен для линеаризованной модели возбужденной со стороны ротора (см. рис. 1, а) для ряда углов поворота ротора с использованием моделей, построенных для расчета режима холостого хода. Результатами расчета являются численные значения результирующих потоков в зависимости от угла поворота ротора. По этим значениям производится расчет выходных показателей машины.

Расчет магнитного поля по методу конечных суперэлементов удобно рассматривать на примере анализа двигателя ВДУ-32 погружного нефтедобывающего насоса с числом полюсов индуктора  $2p = 6$ , числом зубцов якоря  $Z_s = 9$  (конфигурация 9/6), трехфазной катушечной обмоткой и активной

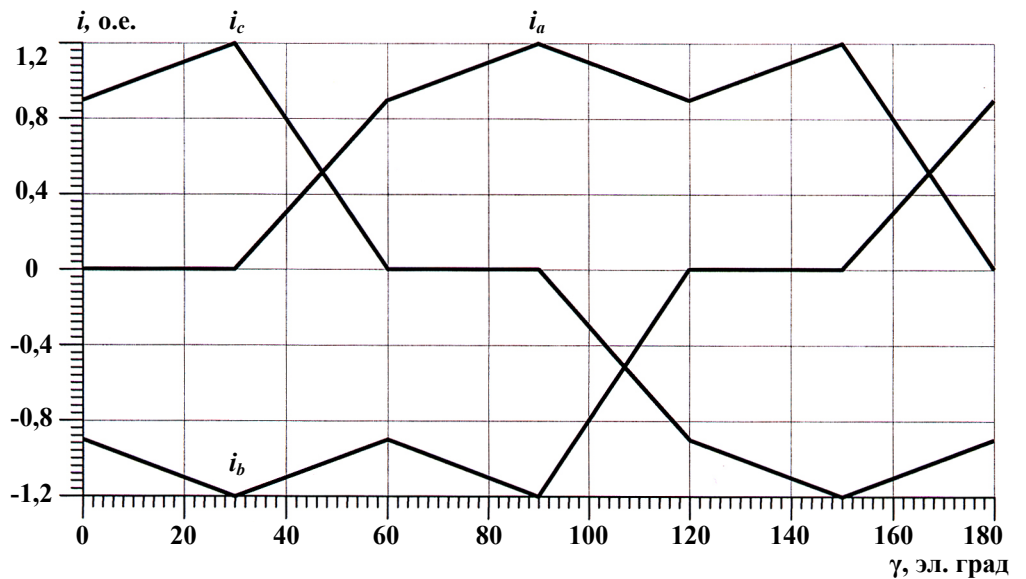


Рис. 2. Зависимость фазных токов якоря от угла поворота индуктора

длиной  $l = 330$  мм. Остальные характеристики этого двигателя приведены в [6]. Длина активной части этого двигателя более чем в 3,4 раза больше его диаметра, поэтому задачу расчета магнитного поля можно рассматривать как двумерную. Обмотка якоря этого двигателя катушечная (сосредоточенная, зубцовая), т. е. каждая катушка упорядоченно намотана на отдельном зубце [9], и число пазов на полюс и фазу равно  $q = 1/2$ . При этом достигается следующие преимущества по сравнению с «всыпной» обмоткой: увеличивается коэффициент заполнения паза, улучшается теплопроводность, увеличивается надежность, так как лобовые части фаз не перекрываются. Очевидно, что для анализа магнитного поля катушечной обмотки традиционные допущения о синусоидальности зависимостей токов и МДС от времени не требуются. Адекватный расчет поля этой машины возможен лишь численным методом.

Симметричная часть магнитной системы представлена на рис.1, а, где  $A_1B_1$  и  $A_1C_1$  – оси симметрии. Такие оси симметрии можно провести не при всех положениях ротора относительно статора. Часто приходится вести расчет всей магнитной системы.

Питание двигателя осуществляется от транзисторного преобразователя, построенного по трехфазной двухтактной двухполупериодной схеме. Преобразователь работает совместно с датчиками положения ротора. Форма токов фаз якоря, определяемая преобразователем, представлена на рис. 2. Следует отметить, что при большей индуктивности обмотки якоря форма зависимостей токов якоря от углового положения ротора получается более сглаженной.

Оси зубцов якоря двигателя расположены от осей магнитов под рядом углов. В рассматриваемом

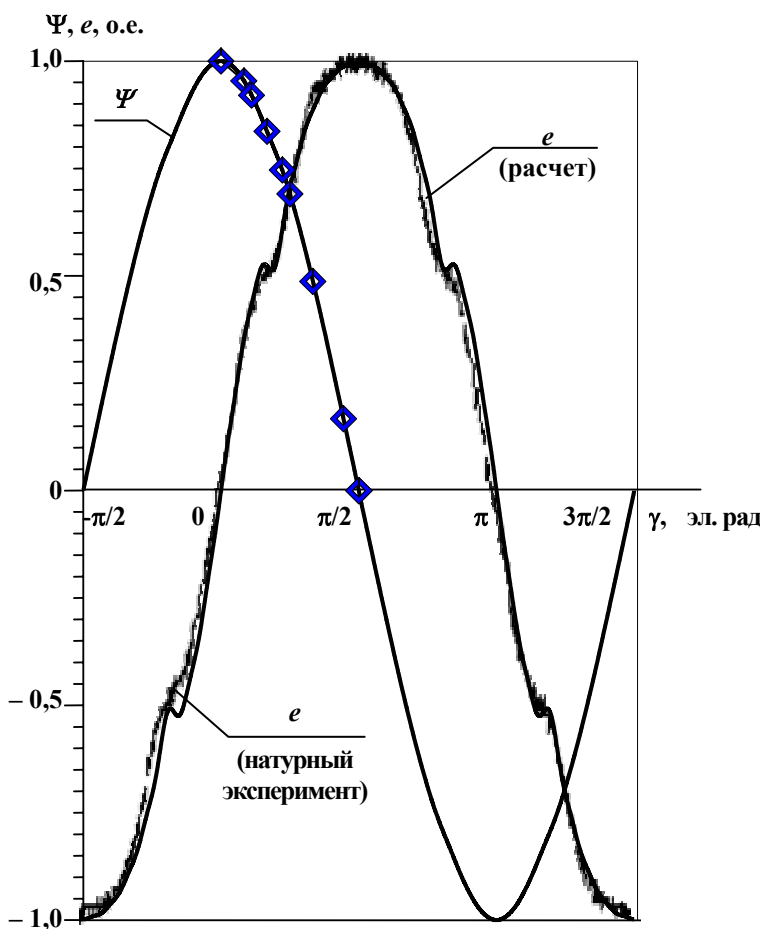


Рис. 3. Период зависимостей потокоцепления  $\Psi$  и ЭДС  $e$  холостого хода от угла поворота ротора  $\gamma$ , «ромбами» показаны расчетные точки

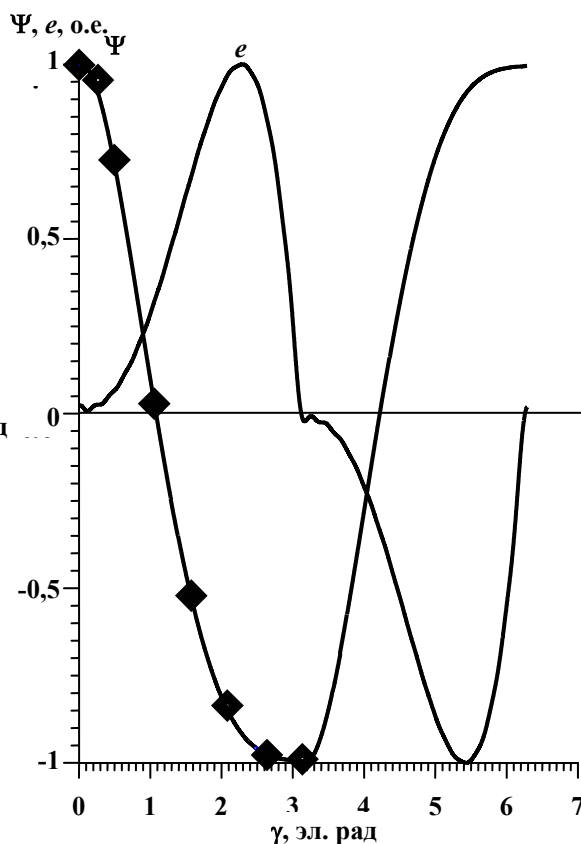


Рис. 4. Период зависимостей потокоцепления и ЭДС от угла поворота ротора в режиме максимального тока якоря

примере это 0 (оси зубца и магнита совпадают), 60 и 120 эл. град. При других конфигурациях, например 18/16 или 27/24, таких углов при одном положении ротора относительно статора значительно больше. При этих углах токи фаз отличаются и создают различные потоки зубцов якоря, а потоки, созданные постоянными магнитами индуктора, одни и те же.

При рассматриваемом положении ротора относительно статора (см. рис. 1, а) средние значения индукции:  $B_{z1} = 0,72$  Тл,  $B_{z2} = 1,43$  Тл,  $B_{a1} = 1,23$  Тл,  $B_{R1} = 0,91$  Тл, т. е. задача является линейной. Кажущееся недоиспользование стали якоря обусловлено тем, что частота напряжения якоря  $f = 500$  Гц. И хотя в качестве материала сердечника якоря была выбрана высокочастотная сталь 2421 с относительно низкими удельными потерями  $p_{1/400} = 19,5$  Вт/кг, потери в стали составили 3,7 кВт при толщине листа пакета якоря 0,35 мм, т. е. 11,5% (!) номинальной мощности. В результате расчета режима холостого хода найдена зависи-

мость потокоцепления и ЭДС фазы обмотки якоря от угла поворота ротора. При этом было достигнуто хорошее совпадение расчетной зависимости ЭДС с экспериментальной (рис. 3).

В современных магнитоэлектрических машинах размеры постоянного магнита выбираются так, чтобы рабочая точка находилась вблизи максимума магнитной энергии. При этом его магнитная проницаемость близка к магнитной проницаемости вакуума. Например, для самарий-кобальтовых магнитов двигателя ВДУ-32 с индукцией насыщения  $B_r = 0,8$  Тл, коэрцитивной силой  $H_c > 630$  кА/м, рабочей температурой  $T_{\text{раб}} < 200^\circ\text{C}$  магнитная проницаемость в рабочей точке составила  $\mu_r = 1,011$ . В этом случае выбор воздушного зазора в суперэлементе зубцового контура (рис. 1, б), возбужденного токами фаз якоря, выбирается с учетом высоты постоянного магнита:  $\delta_{\Sigma} = \delta + h_m$ .

Суперэлемент (см. рис. 1, б) возбуждался токами двух фаз якоря (см. рис. 2), находящихся в одном пазу  $I_1$  и  $I_2$ . Был рассмотрен режим максимального тока, в

котором базовое значение этой величины составило 40 А (при номинальном значении 20 А). На границах суперэлемента  $A_2B_2C_2$  задано граничное условие

$$\phi = 0,$$

где  $\phi$  – скалярный магнитный потенциал, т.е. магнитный поток на границе суперэлемента равен нулю. Результатом расчета суперэлемента являются численные значения потоков в зубцах якоря:  $\Phi_{z3}$ ,  $\Phi_{z4}$ , ярме якоря  $\Phi_{a2}$  и ярме индуктора  $\Phi_{R2}$ .

После сложения потоков суперэлемента с потоками магнитной системы (с учетом их направления), возбуждённой постоянными магнитами, получена зависимость потокосцепления и ЭДС от угла поворота ротора (рис. 4). При этом базовое значение потокосцепления вычислялось по формуле:

$$\Psi_{\max} = w(\Phi_{z2} - \Phi_{z4}),$$

где  $w$  – число последовательно соединённых витков фазы якоря (для ВДУ-32  $w = 40$ ). Аналогичным образом вычислялись результирующие потокосцепления в других зубцах и ярме якоря, ярме индуктора. Базовое значение ЭДС вычислялось по формуле:

$$E_{\max} = 2\pi f \Psi_{\max}.$$

Таким образом, в результате расчета магнитной системы по заданной зависимости токов фаз якоря получена зависимость ЭДС от угла поворота ротора. По этим характеристикам нетрудно найти зависимость электромагнитной мощности и момента на валу от угла поворота ротора и КПД, что является конечной целью расчета характеристик электрической машины.

### Выводы

1. Метод конечных суперэлементов сочетает высокую точность с экономией вычислительных ресурсов. Целесообразно его применение для расчета магнитных полей электрических машин.

2. Этим методом проведён расчет магнитного поля современного магнитоэлектрического двигателя, что позволило значительно уточнить его характеристики.

### Литература

1. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы / Р. Галлагер. – М.: Мир, 1984. – 428 с.: ил.
2. Метод конечных суперэлементов для решения трехмерных задач теории упругости. Численное исследование / М.П. Галанин, С.А. Лазарева, Е.Б. Савенков // Препринт ИПМ им Келдыша М.В. РАН. – М., 2006. – 24 с.: ил.
3. Геча В.Я. Использование конечноэлементных моделей для проектирования фрагментов сложных электро-механических систем / В.Я. Геча // Труды ВНИИЭМ. – М., 1985. – Т. 79. – С. 79 – 83.
4. Математическое моделирование динамики международной космической станции «альфа» с учетом упруго-инерционных характеристик несущей конструкции, солнечных батарей и больших перемещений механизмов / А.Н. Аронзон, А.М. Белостоцкий, В.Я. Геча [и др.] // Сборник докладов конференции ВЕМ&FEM. – СПб., 2000. – Т. 3. – С. 13 – 19.
5. Геча В.Я. Динамика трехкомпонентного привода солнечных батарей с упругими элементами / В.Я. Геча, А.Н. Аронзон, Е.А. Канунникова // Электротехника. – 2003. – № 2. – С. 7 – 12.
6. Погружные электродвигатели для нефтедобычи / С.А. Васюков, М.Е. Коварский, В.В. Лопатин [и др.] // Труды НПП ВНИИЭМ. – М., 2001. – Т. 100. – С. 269 – 274.
7. Универсальный метод расчета электромагнитных процессов в электрических машинах / Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.И., Власов А.И. [и др.]; под ред. Иванова-Смоленского А.В. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 216 с.: ил.
8. Кузнецов В.А. Универсальный метод расчета магнитных полей и процессов электрических машин с дискретно-распределёнными обмотками / В.А. Кузнецов // Дисс. на соискание ученой степени д.т.н. – М.: МЭИ, 1990. – 317 с.: ил.
9. Захаренко А. Б. Анализ магнитного поля и электродвижущей силы мотор-колеса / А. Б. Захаренко, А. Ф. Авдонин // Электротехника. – М., 2004. – № 2. – С. 27 – 32.

*Владимир Яковлевич Геча, д-р техн. наук, гл. конструктор, руководитель Испытательного центра, начальник отдела, т. 365-26-69.*

*Андрей Борисович Захаренко, канд. техн. наук, заместитель начальника отдела, т. 366-26-44.  
E-mail: vniiem@vniiem.ru*