

РАСЧЁТ ОСЕВЫХ УСИЛИЙ И РАБОЧИХ УГЛОВ КОНТАКТА ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ ПРИ ОЦЕНКЕ ИХ КАЧЕСТВА НА СТЕНДАХ

В.А. Зайцев, В.А. Воронкин
(ФГУП «НПП ВНИИЭМ»)

Предлагается методика расчета величин осевых нагрузок, которые должны быть приложены к оцениваемому подшипнику качения. Расчет проводится из условий создания оптимальной кинематики подшипника и устранения возможного гироскопического проскальзывания шариков.

Ключевые слова: подшипники качения, углы контакта, осевые усилия.

Одним из неперенных условий корректного практического применения норм при сравнении виброактивности (и, соответственно, качества) свободных подшипников качения (ПК) на стендах является определение величины осевого нагружения испытуемого подшипника [1, 2]. Оптимальное осевое нагружение испытуемого ПК обеспечивает его оптимальную кинематику и, соответственно, воспроизводимость получаемых при измерениях на стенде результатов. Предлагается методика расчёта величин осевых нагрузок, которые должны быть приложены к оцениваемому ПК. Расчёт проводится из условий создания оптимальной кинематики подшипника и устранения возможного гироскопического проскальзывания шариков.

Исходя из этих условий, величина необходимой осевой нагрузки равна:

$$F_a \geq 5,75 \cdot 10^{-12} z d_{ш}^3 D_0 n^2 \sin^2 \alpha \left[1 - \frac{d_{ш}^2}{D_0^2} \cos^2 \alpha \right], \text{ кг,}$$

где z – количество шариков в ПК; $d_{ш}$ – диаметр шарика, мм; D_0 – диаметр по центрам шариков, мм; n – частота вращения внутреннего кольца ПК, об/мин; α – угол контакта, град.

Как правило, при расчёте за угол контакта α принимают его начальный угол в зависимости от среднего радиального зазора в ПК:

$$\alpha = \alpha_0 = \arccos \left[1 - \frac{e}{2(r_b + r_n - d_{ш})} \right],$$

где e – среднее значение радиального зазора ПК в зависимости от ряда радиального зазора в ПК (каталожная величина), мм; r_b – радиус желоба внутреннего кольца ПК, мм; r_n – радиус желоба наружного кольца ПК, мм; $d_{ш}$ – диаметр шарика, мм.

При отсутствии геометрических размеров радиусов желобов внутреннего и наружного колец ПК используют ещё более упрощённую формулу, полагая радиусы равными $0,52d_{ш}$, тогда:

$$\alpha = \alpha_0 = \arccos \left[1 - 12,5 \frac{e}{d_{ш}} \right], \text{ град.}$$

Однако в целом ряде случаев и прежде всего при контроле виброспектров ПК на испытательных стендах необходимо производить расчет реального рабочего уг-

ла контакта α при конкретных величинах осевого нагружения.

Введем обозначения: $\xi_{в(н)} = r_{в(н)}/d_{ш}$ – развал желоба внутреннего (наружного) колец; $\xi = \frac{r_n}{d_{ш}} + \frac{r_b}{d_{ш}} - 1$ – промежуточный параметр.

Дополнительно введем промежуточные безразмерные параметры, связанные с геометрией ПК:

$$\frac{d_1 + 2r_b}{d_{ш} \cos \alpha_0}; \frac{D_1 - 2r_n}{d_{ш} \cos \alpha_0},$$

где d_1 и D_1 – диаметры по середине желоба внутреннего и наружного колец ПК; α_0 – начальный угол контакта, $T_b = d_1 + 2r_b$; $T_n = D_1 - 2r_n$.

Тогда

$$\cos \tau_{н(в)} = \frac{\frac{T_{н(в)}}{d_{ш} \cos \alpha_0}}{4\xi_{н(в)} \left[\frac{T_{н(в)}}{d_{ш} \cos \alpha_0} \pm 2\xi_{н(в)} - 1 \right] - \frac{T_{н(в)}}{d_{ш} \cos \alpha_0}}.$$

Сумма главных кривизн ПК:

$$\sum \rho_{н(в)} = \frac{2}{d_{ш}} \frac{4\xi_{н(в)} \left[\frac{T_{н(в)}}{d_{ш} \cos \alpha_0} \pm 2\xi_{н(в)} - 1 \right] - \frac{T_{н(в)}}{d_{ш} \cos \alpha_0}}{2\xi_{н(в)} \left[\frac{T_{н(в)}}{d_{ш} \cos \alpha_0} \pm 2\xi_{н(в)} \right]}.$$

Силовая характеристика ПК:

$$C^* = \left(\frac{\xi}{c_n + c_b} \right)^{3/2} z d_{ш}^2,$$

где $c_{н(в)} = 0,592 \cdot 10^{-4} \frac{2K}{\mu_{н(в)} \pi} \sqrt[3]{d_{ш} \sum \rho_{н(в)}}$; $\frac{2K}{\mu_{н(в)} \pi}$ – табличная величина.

Под действием осевой нагрузки F_a наружное кольцо переместится от начального положения на величину δ_a . Полагая, что осевая нагрузка F_a равномерно распределена между шариками в ПК, из геометрии ПК получим зависимость рабочего угла контакта α и безразмерного осевого перемещения ξ_a :

$$\text{tg} \alpha = \text{tg} \alpha_0 + \frac{\xi_a}{\cos \alpha_0},$$

где α_0 – начальный угол контакта.

Нагрузка P на шарик выражается зависимостью:

$$\delta_i = (c_n + c_b) \sqrt[3]{(P_i/d_m^2)d_m},$$

где P_i – усилие в зоне контакта i -го шарика с кольцами; $P_i = c_\delta \delta_i^{3/2}$; $c_\delta = \frac{d_m^{0.5}}{(c_n + c_b)^{3/2}}$.

Для случая осевой нагрузки:

$$F_a = C^* \left[\sqrt{\cos^2 \alpha_0 + (\sin \alpha_0 + \xi_a)^2} - 1 \right]^{3/2} \times \frac{\sin \alpha_0 + \xi_a}{\sqrt{\cos^2 \alpha_0 + (\sin \alpha_0 + \xi_a)^2}},$$

где $C^* = \left(\frac{\xi}{c_n + c_b} \right)^{3/2} z d_m^2$.

Вводим

$$\sin \alpha = \frac{\sin \alpha_0 + \xi_a}{\sqrt{\cos^2 \alpha_0 + (\sin \alpha_0 + \xi_a)^2}};$$

$$\cos \alpha = \frac{\cos \alpha_0}{\sqrt{\cos^2 \alpha_0 + (\sin \alpha_0 + \xi_a)^2}},$$

получим

$$F_a = C^* \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right)^{3/2} \sin \alpha.$$

Очевидно, что в явной форме решить равенство относительно безразмерной величины осевого смещения ξ_a и рабочего угла контакта α нельзя.

Задача решается нахождением безразмерного осевого смещения по значению α . Вводим замену $\alpha = \alpha_0 + x$, где x – неизвестная малая величина, подлежащая определению методом итерации по малому параметру.

Разделим обе части равенства на C^* , возведем их в степень $2/3$ и получим:

$$\left[\frac{\cos \alpha_0}{\cos(\alpha_0 + x)} - 1 \right] \sin^{2/3}(\alpha_0 + x) - \left(\frac{F_a}{C^*} \right)^{2/3} = 0.$$

Обозначим левую часть равенства через $f(x)$ и разложим ее по степеням малого параметра x . Такое разложение всегда возможно, если $\alpha_0 \neq 0$. Обрывая данный ряд, получим:

$$\sum_{k_0}^n a_k x^k \approx 0,$$

где $a_k = \frac{1}{k!} f^{(k)}(0)$. Для первых пяти коэффициентов

$$a_k \text{ имеем } a_0 = -\left(F_a / C^* \right)^{2/3}; a_1 = \sin^{2/3} \alpha_0 \operatorname{tg} \alpha_0.$$

Вычисляем силовую характеристику подшипника:

$$a_2 = \frac{1}{2} \sin^{2/3} \alpha_0 \left(\sec^2 \alpha_0 + \operatorname{tg}^2 \alpha_0 + \frac{4}{3} \right);$$

$$a_3 = \frac{1}{9} \sin^{2/3} \alpha_0 \left(1,5 \operatorname{tg} \alpha_0 + 2 \operatorname{ctg} \alpha_0 + 9 \sec^2 \alpha_0 \operatorname{tg} \alpha_0 \right);$$

$$a_4 = \frac{1}{9} \sin^{2/3} \alpha_0 \left[\left(\frac{4}{9} - \sec^2 \alpha_0 + \frac{1}{2} \sec^4 \alpha_0 \right) \operatorname{ctg}^2 \alpha_0 + 4,375 \sec^4 \alpha_0 + 4,25 \sec^2 \alpha_0 \operatorname{tg}^2 \alpha_0 + 0,375 \operatorname{tg}^4 \alpha_0 \right].$$

Ограничившись в ряду квадратным членом, получим для определения искомой величины x формулу:

$$x \sim x_0 \cong \frac{3}{2} \frac{\sin^2 \alpha_0}{6 + \cos^2 \alpha_0} \left[\sqrt{1 + \frac{2}{3} \frac{6 + \cos^2 \alpha_0}{\sin^2 \alpha_0} \left(\frac{F_a}{C^* \sin \alpha_0} \right)^{2/3}} - 1 \right].$$

Точность полученного решения повышаем с использованием метода Ньютона:

$$x_k = \frac{\left(\frac{F_a}{F_{a_k}} \right)^{2/3} - 1}{\operatorname{tg} \alpha_k + \frac{2}{3} \operatorname{ctg} \alpha_k + \frac{\sin \alpha_k}{\cos \alpha_0 - \cos \alpha_k}}, \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

Величины Δk , характеризующие отклонение найденных приближений x_k на каждой итерации от истинного значения x , превращающего равенство

$$F_{a_k} = C^* \left[\frac{\cos \alpha_0}{\cos(\alpha_0 + x_k)} - 1 \right]^{3/2} \sin(\alpha_0 + x_k)$$

в тождество, равны

$$\Delta k = \frac{F_{a_k} - F_a}{F_a} 100.$$

При этом

$$F_{a_k} = C^* \left[\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_k} - 1 \right]^{3/2} \sin(\alpha_k).$$

Как правило, при нагрузках, которым подвергаются контролируемые подшипники стандартного стэнда, сходимость процесса последовательных приближений при $k = 2$ оценивается долями процентов в их отклонении от истинного значения рабочего угла α .

Пример расчета рабочего угла α ПК под действием осевой нагрузки F_a

Расчет проведем для ПК 4-1006095 с параметрами, указанными ниже:

Диаметр ПК наружный, D , мм	5
Диаметр ПК внутренний, d , мм	13
Ширина ПК, B , мм	4
Количество шариков, z	7
Угол контакта начальный, α_0 , град	12
Радиусы профиля дорожек качения колес:	
– наружного, r_n , мм	1,16
– внутреннего, r_b , мм	1,05
Диаметр шарика, d , мм	2
Диаметр по центрам шариков, d_m , мм	8,7355
Диаметр дорожек качения колес:	
– наружного, D_1 , мм	10,74
– внутреннего d_1 , мм	6,731

Развал желоба внутреннего (наружного) колец: $\xi_{в(н)} = \frac{r_{в(н)}}{d_{ш}}$; $\xi_{в} = 0,525$; $\xi_{н} = 0,58$.

Промежуточный параметр: $\xi = \frac{r_{н}}{d_{ш}} + \frac{r_{в}}{d_{ш}} - 1 = 0,105$.

Промежуточные параметры:

$$\frac{d_1 + 2r_{в}}{d_{ш} \cos \alpha_0} = 4,514; \quad \frac{D_1 - 2r_{н}}{d_{ш} \cos \alpha_0} = 4,304;$$

$$T_{в} = d_1 + 2r_{в} = 8,831; \quad T_{н} = D_1 - 2r_{н} = 8,42.$$

Вспомогательная величина $\cos \tau$ равна:

$$\cos \tau_{н(в)} = \frac{\frac{T_{н(в)}}{d_{ш} \cos \alpha_0}}{4\xi_{н(в)} \left[\frac{T_{н(в)}}{d_{ш} \cos \alpha_0} \pm 2\xi_{н(в)} - 1 \right] - \frac{T_{н(в)}}{d_{ш} \cos \alpha_0}};$$

$$\cos \tau_{в} = 0,9287242, \text{ тогда } \mu_{в} \nu_{в} = 1,52 \frac{2k}{\mu_{в} \pi} = 0,63;$$

$$\cos \tau_{н} = 0,7111268, \text{ тогда } \mu_{н} \nu_{н} = 1,17 \frac{2k}{\mu_{н} \pi} = 0,852.$$

Сумма главных кривизн ПК:

$$\sum \rho_{н(в)} = \frac{2}{d_{ш}} \frac{4\xi_{н(в)} \left[\frac{T_{н(в)}}{d_{ш} \cos \alpha_0} \pm 2\xi_{н(в)} - 1 \right] - \frac{T_{н(в)}}{d_{ш} \cos \alpha_0}}{2\xi_{н(в)} \left[\frac{T_{н(в)}}{d_{ш} \cos \alpha_0} \pm 2\xi_{н(в)} \right]};$$

$$\sum \rho_{н} = 0,9549594, \text{ мм}^{-1}; \quad \sum \rho_{в} = 1,3361919, \text{ мм}^{-1}.$$

Вычислим силовую характеристику ПК:

$$C^* = \left(\frac{\xi}{c_{н} + c_{в}} \right)^{3/2} z d_{ш}^2,$$

$$\text{где } c_{н(в)} = 0,592 \cdot 10^{-4} \frac{2K}{\mu_{н(в)} \pi} \sqrt[3]{d_{ш} \sum \rho_{н(в)}};$$

$$c_{н} = 0,6258 \cdot 10^{-4} (\text{см}^2/\text{кгс})^{2/3};$$

$$c_{в} = 0,5176 \cdot 10^{-4} (\text{см}^2/\text{кгс})^{2/3}.$$

Поступила в редакцию 14.01.2009

Тогда $C^* = 7792$ кгс.

Величина малого неизвестного параметра x :

$$x \cong \frac{3}{2} \frac{\sin^2 \alpha_0}{6 + \cos^2 \alpha_0} \left[\sqrt{1 + \frac{2}{3} \frac{6 + \cos^2 \alpha_0}{\sin^2 \alpha_0} \left(\frac{F_a}{C^* \sin \alpha_0} \right)^{2/3}} - 1 \right].$$

Для осевой нагрузки $F_a = 2$ кгс результаты расчета приведены в таблице.

k	x_k	α_{k+1}	ξ_a	F_a , кгс	F_{ak+1} , кгс	Δ , %
0	0,0433985	14°29'16"	0,0448324	2	2,029	1,45
1	0,0430573	14°28'5"	0,0444763	2	2,001	0,05

Как видно из приведенного примера расчета, рабочий угол контакта при нагрузке $F_a = 2$ кг уже отличается от номинального примерно на 2,5 град, а сходимость результата расчета практически завершается при итерации $k = 1$.

Возможно допускать увеличение осевой нагрузки на контролируемый ПК не более 20% от расчетной – номинальной.

Приведенный выше расчёт рабочего (реального) угла контакта ПК при приложении осевой нагрузки к ПК на контрольных стендах является неременным условием корректного использования любых программных продуктов для установления качества или диагностики ПК, в том числе и для пакетов, идентифицирующих информативные частоты ПК в спектре с помощью спектральных масок.

Использование «номинальных» значений углов контакта ПК приводит к существенным ошибкам в оценке составляющих спектра подшипника.

Литература

1. Бейзельман Р.Д. Подшипники качения: справочник / Р.Д. Бейзельман, Б.В. Цыпкин, Л.Я. Перель. – М.: Машиностроение, 1992.
2. Перель Л.Я. Подшипники качения: справочник / Л.Я. Перель, А.А. Филатов. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1992.

Валерий Алексеевич Зайцев, инженер, т. 366-33-56.
Вячеслав Анатольевич Воронкин, канд. техн. наук, начальник лаборатории, т. 366-33-65.
 E-mail: vniiem@vniiem.ru.