

## РАСЧЁТНОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АНИЗОТРОПИИ УПРУГИХ СВОЙСТВ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МОНОКРИСТАЛЛОВ ГРУППЫ ЛАНГАСИТА

С.Г. Казанцев, Т.Н. Овчаренко  
(ФГУП «НПП ВНИИЭМ»)

*Представлены результаты расчётных и экспериментальных исследований анизотропии упругих свойств монокристаллов лантан-галлиевого силиката (ЛГС) и лантан-галлиевого танталата (ЛГТ). При помощи математического пакета MathCAD 14.0 получены численные значения скоростей квазипродольной и квазипоперечных упругих волн в кристаллах, и построены сечения их указательных поверхностей различными координатными плоскостями. Обнаружено, что форма указательных поверхностей фазовых скоростей упругих волн передаёт картину анизотропии микротвёрдости пьезоэлектрических монокристаллов группы лангасита – наличие и положение осей симметрии 2-го и 3-го порядка.*

**Ключевые слова:** монокристаллы группы лангасита, акустические волны, тензор Грина – Кристоффеля, микротвёрдость, анизотропия упругих свойств.

### Введение

Упругость – способность твёрдого тела деформироваться под действием нагрузки и восстанавливать первоначальную форму при прекращении действия внешней силы.

За счёт действия упругих сил в твёрдых телах распространяются упругие волны, скорость распространения которых в анизотропных кристаллах зависит от ориентации кристаллической решётки. Вследствие этого направление потока звуковой энергии в кристалле в общем случае не совпадает с нормалью к волновому фронту, т. е. перемещение фазы волны и её энергии происходит вдоль различных направлений [1].

Особенностью распространения упругих волн в кристаллических материалах является их взаимодействие с различными подсистемами кристаллов (макроскопическими электрическими и магнитными полями, электронами). В кристаллах, обладающих пьезоэффектом, распространение акустической волны сопровождается образованием переменного электрического поля, движущегося вместе с волной деформации. Для всех типов кристаллов характерно взаимодействие ультразвуковых волн с дефектами кристаллической решётки, в первую очередь с дислокациями.

Взаимодействие механических деформаций с различными подсистемами в значительной степени определяет анизотропию скорости звука.

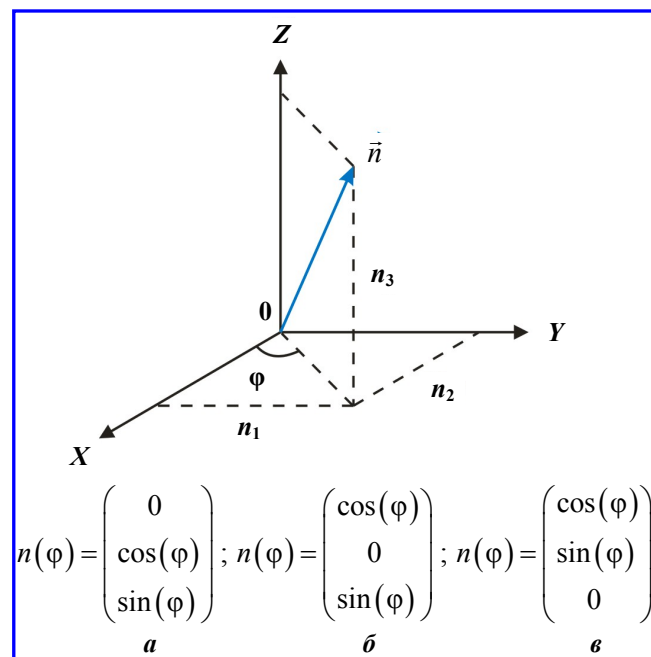
Эффекты упругой анизотропии описываются применительно к распространению в кристалле плоских монохроматических волн. Фазовая скорость упругих волн определяется тензором модулей упругости  $C_{ijlm}$ , устанавливающим в линейном приближении связь между упругими напряжениями  $\sigma_{ij}$  и вызвавшими их деформациями  $r_{lm}$  [1]:

$$\sigma_{ij} = C_{ijlm} r_{lm}. \quad (1)$$

Тензор  $C_{ijlm}$  симметричен относительно перестановки пар индексов  $ij$  и  $lm$ , а также относительно перестановки индексов внутри каждой пары. В общем случае он имеет 21 независимую компоненту, однако вследствие симметрии кристалла число независимых и неравных нулю компонент уменьшается.

Направление распространения плоской волны задаётся волновой нормалью – единичным вектором  $\vec{n}$ , параллельным волновому вектору  $\vec{k}$  и нормальным волновому фронту [1].

При рассмотрении распространения объёмных акустических волн в различных координатных плоскостях кристаллофизической системы координат ( $X$ -,  $Y$ - и  $Z$ -срезов) вектор волновой нормали  $\vec{n}$  ( $n_1, n_2, n_3$ ) может быть определён согласно рис. 1.



**Рис. 1.** Координаты вектора волновой нормали  $\vec{n}$  ( $n_1, n_2, n_3$ ) в различных координатных плоскостях:  $a$  –  $YZ$ ;  $b$  –  $XZ$ ;  $e$  –  $XY$

Для связи параметров плоской монохроматической волны, распространяющейся в направлении  $\vec{n}$  ( $n_1, n_2, n_3$ ) с плотностью и компонентами тензора упругости кристалла, используют следующее выражение [1]:

$$(\Lambda_{ij} - \rho V^2 \delta_{ij}) U_j = 0, \quad (2)$$

где  $\Lambda_{ij} = C_{ijkl} n_k n_l$  – упругий тензор Грина – Кристоффеля;  $\rho$  – плотность кристалла;  $V$  – фазовая скорость упругой волны;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера;  $U_j$  – вектор смещения точек среды.

Система уравнений (2) задаёт направление колебательного движения частиц среды в волне, т. е. поляризацию акустической волны, а фазовая скорость определяется из условия [1]:

$$\det |\Lambda_{ij} - \rho V^2 \delta_{ij}| = 0. \quad (3)$$

Символ Кронекера  $\delta_{ij} = 1$  при условии равенства переменных  $i$  и  $j$ ,  $\delta_{ij} = 0$  при  $i \neq j$ .

Зависимость значений скоростей упругих волн от направления распространения  $\vec{n}$  наглядно представляется с помощью поверхности, образованной концами векторов фазовых скоростей для всевозможных направлений распространения.

В изотропной среде поверхность скоростей упругих волн имеет вид двух концентрических сфер (скорости продольных и поперечных упругих волн).

В кристаллической среде поверхность фазовых скоростей состоит из трёх полостей, каждая из которых отвечает одному из типов упругих волн и передаёт симметрию упругих свойств кристалла. Пустота, отвечающая квазипродольной волне, охватывает полости, соответствующие квазипоперечным волнам, не имея с ними общих точек. Полости квазипоперечных волн пересекаются либо в отдельных точках, либо вдоль линий. Совокупность общих точек определяет направления акустических осей в кристалле [2].

В анизотропных кристаллах поверхности фазовых скоростей упругих волн представляют собой сложные геометрические образы, поэтому на практике используют сечения таких поверхностей плоскостями различной ориентации [1].

Одним из экспериментальных методов, позволяющих оценить способность материала оказывать сопротивление упругому и пластическому деформированию, является метод измерения микротвёрдости по Кнупу ( $H_K$ ). Микротвёрдость определяется путём вдавливания в исследуемый материал пирамиды стандартных размеров и вычисляется как частное от деления приложенной нагрузки на площадь поверхности полученного отпечатка.

Измерения анизотропии микротвёрдости проводятся с использованием стандартной ромбической пирамиды Кнупа, так как в этом случае изменение величины микротвёрдости наиболее чувствительно к анизотропии физико-механических свойств кристалла.

### Расчёт фазовых скоростей упругих волн в пьезоэлектрических монокристаллах группы ЛГС

Для расчёта фазовых скоростей объёмных акустических волн в кристаллах группы ЛГС (класс симметрии 32) и построения сечений их указательных поверхностей необходимы параметры, характеризующие физические свойства кристаллов (табл. 1) [3, 4]:

Матрица коэффициентов упругой жёсткости:

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & -C_{14} & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ C_{14} & -C_{14} & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{14} & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} \end{pmatrix}.$$

Матрица пьезоэлектрических коэффициентов:

$$e = \begin{pmatrix} e_{11} & -e_{11} & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{14} & -2e_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Таблица 1

### Физические свойства кристаллов ЛГС ( $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ ) и ЛГТ ( $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ )

Параметр	Обозначение	ЛГС	ЛГТ
Плотность, кг/м <sup>3</sup>	$\rho$	$5,743 \cdot 10^3$	$6,145 \cdot 10^3$
Коэффициент диэлектрической проницаемости	$\epsilon_{11}$	$19,2 \pm 0,4$	$19,6 \pm 0,4$
	$\epsilon_{33}$	$50,7 \pm 0,7$	$76,5 \pm 0,7$
Пьезоэлектрический коэффициент, Кл/м <sup>2</sup>	$e_{11}$	0,430	0,508
	$e_{14}$	-0,148	-0,028
Коэффициент упругой жёсткости, Н/м <sup>2</sup>	$C_{11}$	$189,8 \cdot 10^9$	$188,9 \cdot 10^9$
	$C_{12}$	$105,8 \cdot 10^9$	$108,6 \cdot 10^9$
	$C_{13}$	$102,2 \cdot 10^9$	$104,4 \cdot 10^9$
	$C_{14}$	$14,4 \cdot 10^9$	$13,74 \cdot 10^9$
	$C_{33}$	$263,5 \cdot 10^9$	$264,5 \cdot 10^9$
	$C_{44}$	$54,16 \cdot 10^9$	$51,29 \cdot 10^9$
	$C_{66}$	$42,02 \cdot 10^9$	$40,19 \cdot 10^9$

Тензор диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}.$$

В кристаллах, обладающих пьезоэффектом, волна деформации сопровождается переменным электрическим полем, которое, в свою очередь, приводит к дополнительным механическим напряжениям, изменяющим деформацию в волне. В плоской волне компоненты вектора смещения связаны между собой уравнениями, совпадающими с уравнениями (2) для непьезоэлектрической среды, но с учётом электрических эффектов [5]:

$$(\Lambda_{ij} + \Delta\Lambda_{ij} - \rho V^2 \delta_{ij}) U_j = 0, \quad (4)$$

где  $\Delta\Lambda_{ij} = \xi_i \xi_j \frac{1}{\varepsilon}$ ;  $\varepsilon = \varepsilon_{mn} n_m n_n$  – тензор диэлектрической проницаемости. Компоненты пьезоэлектрического вектора  $\xi_{ij}$  вычисляются по формуле:

$$\xi_{ij} = e_{mij} n_m n_j, \quad (5)$$

где  $e_{ij}$  – тензор пьезоэлектрических коэффициентов [5].

Обозначив  $\Pi_{ij} = \Lambda_{ij} + \Delta\Lambda_{ij}$ , можно записать:

$$(\Pi_{ij} - \rho V^2 \delta_{ij}) U_j = 0. \quad (6)$$

Тензор  $\Delta\Lambda_{ij}$  симметричен благодаря симметрии тензора  $\Lambda_{ij}$ . Тензор  $\Pi_{ij}$  также симметричен, откуда следует, что в пьезоэлектрических кристаллах имеются три действительных положительных собственных значения  $V^1, V^2, V^3$ , которые определяют скорости трёх акустических волн с взаимно ортогональными поляризациями  $U_1, U_2, U_3$  [5].

Исходя из определения тензора Грина – Кристоффеля, можно записать следующие выражения для компонент  $\Lambda_{ij}$  в зависимости от угла наклона  $\vec{n}$  вектора волновой нормали  $\vec{n}$ :

$$\Lambda_{11}(\varphi) = 2n(\varphi)_1 n(\varphi)_2 C_{1,6} + (n(\varphi))^2 C_{1,1} + (n(\varphi)_2)^2 C_{6,6} + 2n(\varphi)_2 n(\varphi)_3 C_{6,5} + 2n(\varphi)_1 n(\varphi)_3 C_{1,5} + (n(\varphi)_3)^2 C_{5,5};$$

$$\Lambda_{22}(\varphi) = 2n(\varphi)_1 n(\varphi)_2 C_{2,6} + (n(\varphi)_1)^2 C_{6,6} + (n(\varphi)_2)^2 C_{2,2} + 2n(\varphi)_2 n(\varphi)_3 C_{2,4} + 2n(\varphi)_1 n(\varphi)_3 C_{6,4} + (n(\varphi)_3)^2 C_{4,4};$$

$$\Lambda_{33}(\varphi) = 2n(\varphi)_1 n(\varphi)_2 C_{5,4} + (n(\varphi)_1)^2 C_{5,5} + (n(\varphi)_2)^2 C_{4,4} + 2n(\varphi)_2 n(\varphi)_3 C_{3,4} + 2n(\varphi)_1 n(\varphi)_3 C_{5,3} + (n(\varphi)_3)^2 C_{3,3};$$

$$\Lambda_{12}(\varphi) = n(\varphi)_1 n(\varphi)_3 (C_{1,4} + C_{5,6}) + n(\varphi)_1 n(\varphi)_2 (C_{1,2} + C_{6,6}) + (n(\varphi)_2)^2 C_{6,2} + (n(\varphi)_3)^2 C_{5,4} + n(\varphi)_2 n(\varphi)_3 (C_{6,4} + C_{5,2}) + (n(\varphi)_1)^2 C_{1,6};$$

$$\Lambda_{13}(\varphi) = n(\varphi)_1 n(\varphi)_3 (C_{1,3} + C_{5,5}) + n(\varphi)_1 n(\varphi)_2 (C_{1,4} + C_{5,6}) + (n(\varphi)_2)^2 C_{6,4} + (n(\varphi)_3)^2 C_{5,3} + n(\varphi)_2 n(\varphi)_3 (C_{6,3} + C_{5,4}) + (n(\varphi)_1)^2 C_{1,5};$$

$$\Lambda_{23}(\varphi) = n(\varphi)_1 n(\varphi)_3 (C_{6,3} + C_{4,5}) + n(\varphi)_1 n(\varphi)_2 (C_{6,3} + C_{2,5}) + (n(\varphi)_2)^2 C_{2,4} + (n(\varphi)_3)^2 C_{4,3} + n(\varphi)_2 n(\varphi)_3 (C_{2,3} + C_{4,4}) + (n(\varphi)_1)^2 C_{6,5}.$$

Тензор Грина – Кристоффеля с учётом пьезоэлектрического эффекта:

$$\Pi(\varphi) = \begin{pmatrix} \Lambda_{11}(\varphi) & \Lambda_{12}(\varphi) & \Lambda_{13}(\varphi) \\ \Lambda_{12}(\varphi) & \Lambda_{22}(\varphi) & \Lambda_{23}(\varphi) \\ \Lambda_{13}(\varphi) & \Lambda_{23}(\varphi) & \Lambda_{33}(\varphi) \end{pmatrix} + \Delta\Lambda(\varphi).$$

Для определения влияния пьезоэлектрических свойств кристалла на вид тензора Грина – Кристоффеля необходимо вычислить компоненты тензора  $\Delta\Lambda_{ij}$ :

$$\Delta\Lambda(\varphi) = \begin{pmatrix} \xi(\varphi)_1 \xi(\varphi)_1 & \xi(\varphi)_1 \xi(\varphi)_2 & \xi(\varphi)_1 \xi(\varphi)_3 \\ \xi(\varphi)_2 \xi(\varphi)_1 & \xi(\varphi)_2 \xi(\varphi)_2 & \xi(\varphi)_2 \xi(\varphi)_3 \\ \xi(\varphi)_3 \xi(\varphi)_1 & \xi(\varphi)_3 \xi(\varphi)_2 & \xi(\varphi)_3 \xi(\varphi)_3 \end{pmatrix} \frac{1}{\varepsilon}.$$

Компоненты пьезоэлектрического вектора  $\xi_{ij}$  определяются из условия (5):

$$\xi(\varphi) = \begin{bmatrix} (n(\varphi)_1)^2 e_{1,1} + (n(\varphi)_2)^2 e_{2,6} + n(\varphi)_2 n(\varphi)_3 e_{2,5} \\ n(\varphi)_1 n(\varphi)_2 (e_{1,2} + e_{2,6}) + (n(\varphi)_1 n(\varphi)_3 e_{1,4}) \\ n(\varphi)_1 n(\varphi)_2 (e_{1,4} + e_{2,5}) \end{bmatrix}.$$

Относительная диэлектрическая проницаемость в направлении  $\vec{n}$  ( $n_1, n_2, n_3$ ) для кристаллов, относящихся к классу симметрии 32:

$$\varepsilon = \varepsilon_{mn} n_m n_n = \varepsilon_{11} n_1^2 + \varepsilon_{22} n_2^2 + \varepsilon_{33} n_3^2.$$

Для определения значений фазовых скоростей объёмных акустических волн (ОАВ) необходимо найти собственные значения тензора Грина – Кристоффеля  $\lambda = \rho V^2$ . Согласно условию (3), выражение для определения фазовых скоростей акустических волн в пьезоэлектрических кристаллах имеет вид:

$$\det \begin{vmatrix} \Pi(\varphi)_{11} - \rho V^2 & \Pi(\varphi)_{12} & \Pi(\varphi)_{13} \\ \Pi(\varphi)_{21} & \Pi(\varphi)_{22} - \rho V^2 & \Pi(\varphi)_{23} \\ \Pi(\varphi)_{31} & \Pi(\varphi)_{32} & \Pi(\varphi)_{33} - \rho V^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Определяя детерминант матрицы методом разложения определителя по первой строке, получим полиномиальное уравнение третьей степени канонического вида:

$$a(\varphi)\lambda(\varphi)^3 + b(\varphi)\lambda(\varphi)^2 + c(\varphi)\lambda(\varphi) + d(\varphi) = 0, \quad (7)$$

где

$$\lambda(\varphi) = \rho V(\varphi)^2;$$

$$a(\varphi) = 1;$$

$$b(\varphi) = -\Pi(\varphi)_{3,3} - \Pi(\varphi)_{1,1} - \Pi(\varphi)_{2,2};$$

$$c(\varphi) = \Pi(\varphi)_{2,2}\Pi(\varphi)_{3,3} + \Pi(\varphi)_{1,1}\Pi(\varphi)_{3,3} - \Pi(\varphi)_{3,2}\Pi(\varphi)_{2,3} + \Pi(\varphi)_{1,1}\Pi(\varphi)_{2,2} - \Pi(\varphi)_{3,1}\Pi(\varphi)_{1,3} - \Pi(\varphi)_{1,2}\Pi(\varphi)_{2,1};$$

$$d(\varphi) = \Pi(\varphi)_{1,2}\Pi(\varphi)_{2,1}\Pi(\varphi)_{3,3} - \Pi(\varphi)_{1,3}\Pi(\varphi)_{2,1}\Pi(\varphi)_{3,2} + \Pi(\varphi)_{1,1}\Pi(\varphi)_{3,2}\Pi(\varphi)_{2,3} - \Pi(\varphi)_{1,2}\Pi(\varphi)_{3,1}\Pi(\varphi)_{2,3} + \Pi(\varphi)_{1,3}\Pi(\varphi)_{3,1}\Pi(\varphi)_{2,2} - \Pi(\varphi)_{1,1}\Pi(\varphi)_{2,2}\Pi(\varphi)_{3,3}.$$

Для нахождения корней уравнения третьей степени (7) по методу Кардано приведём его к каноническому виду неполного кубического уравнения путём замены переменной  $\lambda(\varphi) = x - \frac{b(\varphi)}{3a(\varphi)}$ :

$$x^3 + p(\varphi)x^2 + q(\varphi) = 0, \quad (8)$$

где

$$p(\varphi) = \frac{3c(\varphi) - (b(\varphi))^2}{3};$$

$$q(\varphi) = \frac{2(b(\varphi))^3 - 9b(\varphi)c(\varphi) + 27d(\varphi)}{27}.$$

Дискриминант уравнения (8)

$$S(\varphi) = \frac{(q(\varphi))^2}{4} + \frac{(p(\varphi))^3}{27}.$$

Если дискриминант  $S(\varphi) < 0$ , уравнение (8) имеет три различных действительных корня. Если  $S(\varphi) > 0$ , уравнение имеет один действительный и два комплексно-сопряжённых корня. При  $S(\varphi) = 0$  уравнение имеет три действительных корня, два из которых совпадают друг с другом.

Решая уравнение (8) относительно переменной  $x$ , и выполнив обратную замену переменной, получим собственные значения тензора Грина – Кристоффеля  $\lambda_1(\varphi)$ ,  $\lambda_2(\varphi)$  и  $\lambda_3(\varphi)$ :

$$\lambda_1(\varphi) = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{-p(\varphi)}{3}} \cos\left(\frac{F(\varphi)}{3} + \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{b(\varphi)}{3}, & \text{if } S(\varphi) < 0 \\ -\frac{1}{2} \left[ \sqrt[3]{\frac{-q(\varphi)}{2} + \sqrt{\frac{(q(\varphi))^2}{4} + \frac{(p(\varphi))^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{-q(\varphi)}{2} + \sqrt{\frac{(q(\varphi))^2}{4} + \frac{(p(\varphi))^3}{27}}} \right] - \frac{b(\varphi)}{3} + \\ + i\sqrt[3]{\frac{-q(\varphi)}{2} + \sqrt{\frac{(q(\varphi))^2}{4} + \frac{(p(\varphi))^3}{27}}} - i\sqrt[3]{\frac{-q(\varphi)}{2} + \sqrt{\frac{(q(\varphi))^2}{4} + \frac{(p(\varphi))^3}{27}}} & \text{if } S(\varphi) > 0 \\ -1\sqrt{\frac{-q(\varphi)}{2}} - \frac{b(\varphi)}{3} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\lambda_2(\varphi) = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{-p(\varphi)}{3}} \cos\left(\frac{F(\varphi)}{3} + \frac{4\pi}{3}\right) - \frac{b(\varphi)}{3}, & \text{if } S(\varphi) < 0 \\ -\frac{1}{2} \left[ \sqrt[3]{\frac{-q(\varphi)}{2} + \sqrt{\frac{(q(\varphi))^2}{4} + \frac{(p(\varphi))^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{-q(\varphi)}{2} + \sqrt{\frac{(q(\varphi))^2}{4} + \frac{(p(\varphi))^3}{27}}} \right] - \frac{b(\varphi)}{3} + \\ + i\sqrt[3]{\frac{-q(\varphi)}{2} + \sqrt{\frac{(q(\varphi))^2}{4} + \frac{(p(\varphi))^3}{27}}} - i\sqrt[3]{\frac{-q(\varphi)}{2} + \sqrt{\frac{(q(\varphi))^2}{4} + \frac{(p(\varphi))^3}{27}}} & \text{if } S(\varphi) > 0 \\ -1\sqrt{\frac{-q(\varphi)}{2}} - \frac{b(\varphi)}{3} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\lambda_3(\varphi) = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{-p(\varphi)}{3}} \cos\left(\frac{F(\varphi)}{3}\right) - \frac{b(\varphi)}{3}, & \text{if } S(\varphi) < 0 \\ \sqrt[3]{\frac{-q(\varphi)}{2} + \sqrt{\frac{(q(\varphi))^2}{4} + \frac{(p(\varphi))^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{-q(\varphi)}{2} + \sqrt{\frac{(q(\varphi))^2}{4} + \frac{(p(\varphi))^3}{27}}} - \frac{b(\varphi)}{3}, & \text{if } S(\varphi) > 0 \\ 2i\sqrt{\frac{-q(\varphi)}{2}} - \frac{b(\varphi)}{3} & \text{otherwise} \end{cases}$$

где  $F(\varphi)$  – аргумент числа  $\frac{-q(\varphi)}{2} + i\sqrt{\frac{(q(\varphi))^2}{4} + \frac{(p(\varphi))^3}{27}}$ :

$$F(\varphi) = \begin{cases} \operatorname{atan} \left[ \frac{\sqrt{\frac{(q(\varphi))^2}{4} + \frac{(p(\varphi))^3}{27}}}{\frac{-q(\varphi)}{2}} \right], & \text{if } q(\varphi) < 0 \\ \operatorname{atan} \left[ \frac{\sqrt{\frac{(q(\varphi))^2}{4} + \frac{(p(\varphi))^3}{27}}}{\frac{-q(\varphi)}{2}} \right] + \pi, & \text{if } q(\varphi) > 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{otherwise} \end{cases}$$

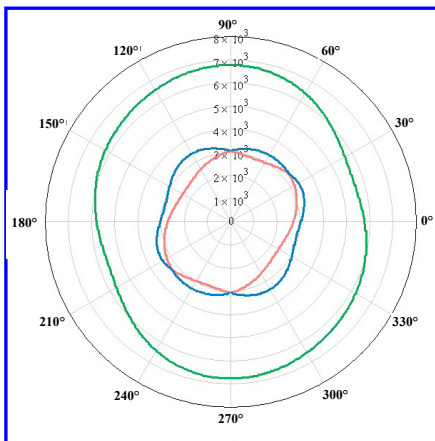


Рис. 2. Сечение указательной поверхности фазовых скоростей упругих волн в пьезоэлектрическом монокристалле ЛГС плоскостью  $YZ$  ( $X$ -срез):  
 —  $V^1(\varphi)$ ; —  $V^2(\varphi)$ ; —  $V^3(\varphi)$

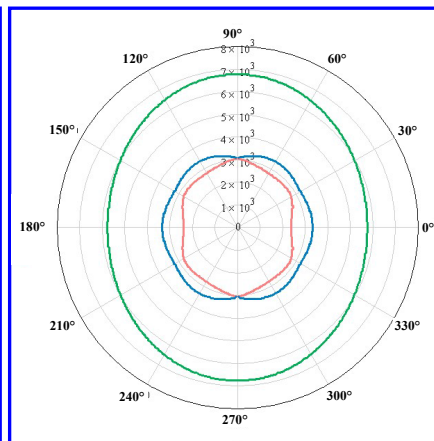


Рис. 3. Сечение указательной поверхности фазовых скоростей упругих волн в пьезоэлектрическом монокристалле ЛГС плоскостью  $XZ$  ( $Y$ -срез):  
 —  $V^1(\varphi)$ ; —  $V^2(\varphi)$ ; —  $V^3(\varphi)$

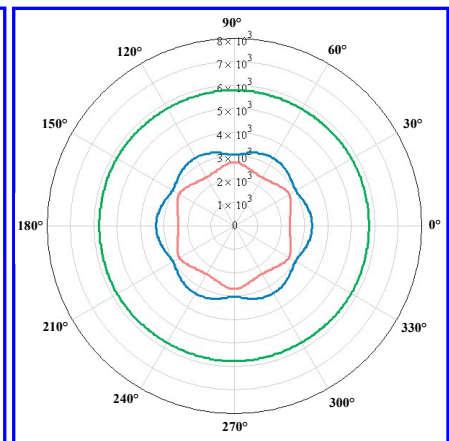


Рис. 4. Сечение указательной поверхности фазовых скоростей упругих волн в пьезоэлектрическом монокристалле ЛГС плоскостью  $XY$  ( $Z$ -срез):  
 —  $V^1(\varphi)$ ; —  $V^2(\varphi)$ ; —  $V^3(\varphi)$

Тогда выражения для фазовых скоростей объёмных акустических волн в кристалле примут вид:

$$V^1(\varphi) = \sqrt{\frac{\lambda_1(\varphi)}{\rho}}; \quad V^2(\varphi) = \sqrt{\frac{\lambda_2(\varphi)}{\rho}}; \quad V^3(\varphi) = \sqrt{\frac{\lambda_3(\varphi)}{\rho}}.$$

### Результаты и обсуждение

Расчёт фазовых скоростей объёмных акустических волн в кристаллах группы ЛГС и построение сечений их указательной поверхности плоскостями различной ориентации были проведены в математическом пакете MathCAD 14.0.

В результате расчётов установлено, что поверхность фазовых скоростей упругих волн в пьезокристаллах группы ЛГС состоит из трёх полостей. Поверхности фазовых скоростей упругих волн в монокристаллах ЛГС и ЛГТ имеют одинаковую форму, которая передаёт симметрию их упругих свойств – наличие и положение осей симметрии 2-го и 3-го порядка.

Значения скоростей упругих волн в каждом из направлений распространения  $\vec{n}$  в кристалле ЛГТ на 6 – 8 % меньше скоростей упругих волн  $V^1$ ,  $V^2$  и  $V^3$ , распространяющихся в соответствующем направлении кристаллической решетки ЛГС.

Сечения указательной поверхности фазовых скоростей акустических волн плоскостями  $YZ$ ,  $XZ$  и  $XY$ -ориентации кристалла ЛГС приведены на рис. 2 – 4.

Полость, отвечающая значениям фазовых скоростей квазипродольной волны  $V^3$ , охватывает полости, соответствующие фазовым скоростям квазипоперечных волн  $V^1$  и  $V^2$ . Полости квазипопе-

речных волн пересекаются в точках, определяющих направления акустических осей в кристаллах группы ЛГС.

Численные значения фазовых скоростей объёмных акустических волн, распространяющихся в различных координатных плоскостях пьезоэлектрических монокристаллов ЛГС и ЛГТ, приведены в табл. 2 – 4.

Известно, что анизотропия механических свойств ЛГС обусловлена различием ретикулярной плотности атомов и типов химических связей на исследуемых гранях, первичными и вторичными процессами пластической деформации вокруг деформированной области. В то же время на распространение упругих волн в кристаллических материалах влияет их взаимодействие с различными подсистемами кристаллов, что и определяет анизотропию скорости звука. В связи с этим можно предположить, что форма указательных поверхностей фазовых скоростей упругих волн пьезоэлектрических монокристаллов должна соответствовать картине анизотропии микротвёрдости, так как значение измеренной микротвёрдости монокристалла определяется искажением кристаллической решётки в процессе измерений и обусловлено величиной химических связей в этих направлениях.

Для исследования достоверности данного предположения было проведено сопоставление анизотропии микротвёрдости монокристаллов группы ЛГС и сечений указательных поверхностей фазовых скоростей упругих волн на координатных плоскостях.

Таблица 2

**Фазовые скорости объёмных акустических волн, распространяющихся в координатной плоскости YZ монокристаллов ЛГС и ЛГТ**

φ	ЛГС			ЛГТ		
	$V^1$ , м/с	$V^2$ , м/с	$V^3$ , м/с	$V^1$ , м/с	$V^2$ , м/с	$V^3$ , м/с
0°	2707	3030	5777	2556	2851	5564
30°	3167	3371	5677	2987	3212	5469
60°	2956	3330	6425	2813	3135	6202
90°	3074	3074	6780	2889	2889	6561
120°	2596	3383	6552	2441	3217	6317
150°	2383	3042	6220	2247	2905	5972
180°	2707	3030	5777	2556	2851	5564

Таблица 3

**Фазовые скорости объёмных акустических волн, распространяющихся в координатной плоскости XZ монокристаллов ЛГС и ЛГТ**

φ	ЛГС			ЛГТ		
	$V^1$ , м/с	$V^2$ , м/с	$V^3$ , м/с	$V^1$ , м/с	$V^2$ , м/с	$V^3$ , м/с
0°	2379	3334	5754	2242	3139	5544
30°	2744	3216	5979	2591	3068	5747
60°	2765	3368	6490	2611	3192	6261
90°	3074	3074	6780	2889	2889	6561
120°	2765	3368	6490	2611	3192	6261
150°	2744	3216	5979	2591	3068	5747
180°	2379	3334	5754	2242	3139	5544

Таблица 4

**Фазовые скорости объёмных акустических волн, распространяющихся в координатной плоскости XY монокристаллов ЛГС и ЛГТ**

φ	ЛГС			ЛГТ		
	$V^1$ , м/с	$V^2$ , м/с	$V^3$ , м/с	$V^1$ , м/с	$V^2$ , м/с	$V^3$ , м/с
0°	2379	3334	5754	2242	3139	5544
30°	2707	3030	5777	2556	2851	5564
60°	2379	3334	5754	2242	3139	5544
90°	2707	3030	5777	2556	2851	5564
120°	2379	3334	5754	2242	3139	5544
150°	2707	3030	5777	2556	2851	5564
180°	2379	3334	5754	2242	3139	5544

Измерение микротвёрдости по методу Кнупа и исследование анизотропии механических свойств пьезоэлектрических монокристаллов группы ЛГС, проводились при помощи микротвердомера Tukon-2100 (Instron – Wilson Wolpert) с использованием стандартного ромбического индентора Кнупа.

Образцами для исследований служили полированные пластины монокристаллов ЛГС и ЛГТ различной кристаллографической ориентации, выращенных по методу Чохральского в различных атмосферах роста и с различным содержанием примеси.

Величина нагрузки, прикладываемой на индентор для исследования анизотропии микротвёрдости, определялась экспериментально для каждого образца путём построения кривых нагружения и составляла ~0,02 кг.

Исследование зависимости микротвёрдости от направления (полярной анизотропии твёрдости) проводили на плоскостях [10.0], [01.0] и [00.1] кристаллов ЛГС и ЛГТ методом статического вдавливания индентора Кнупа при повороте образцов с шагом азимута 15°.

Экспериментальные исследования механических свойств кристаллов группы ЛГС показали, что с изменением положения образца относительно неподвижного индентора, величина  $H_k$  периодически изменяется от минимального до максимального значения.

Результаты сопоставления экспериментальных исследований анизотропии микротвёрдости и расчётов сечений указательных поверхностей фазовых скоростей упругих волн X-, Y- и Z-срезов монокристаллов группы ЛГС представлены в табл. 5, группы ЛГТ – в табл. 6.

Таблица 5

Сечение указательных поверхностей фазовых скоростей ОАВ и полярная анизотропия микротвёрдости на координатных плоскостях монокристаллов ЛГС ( $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ )

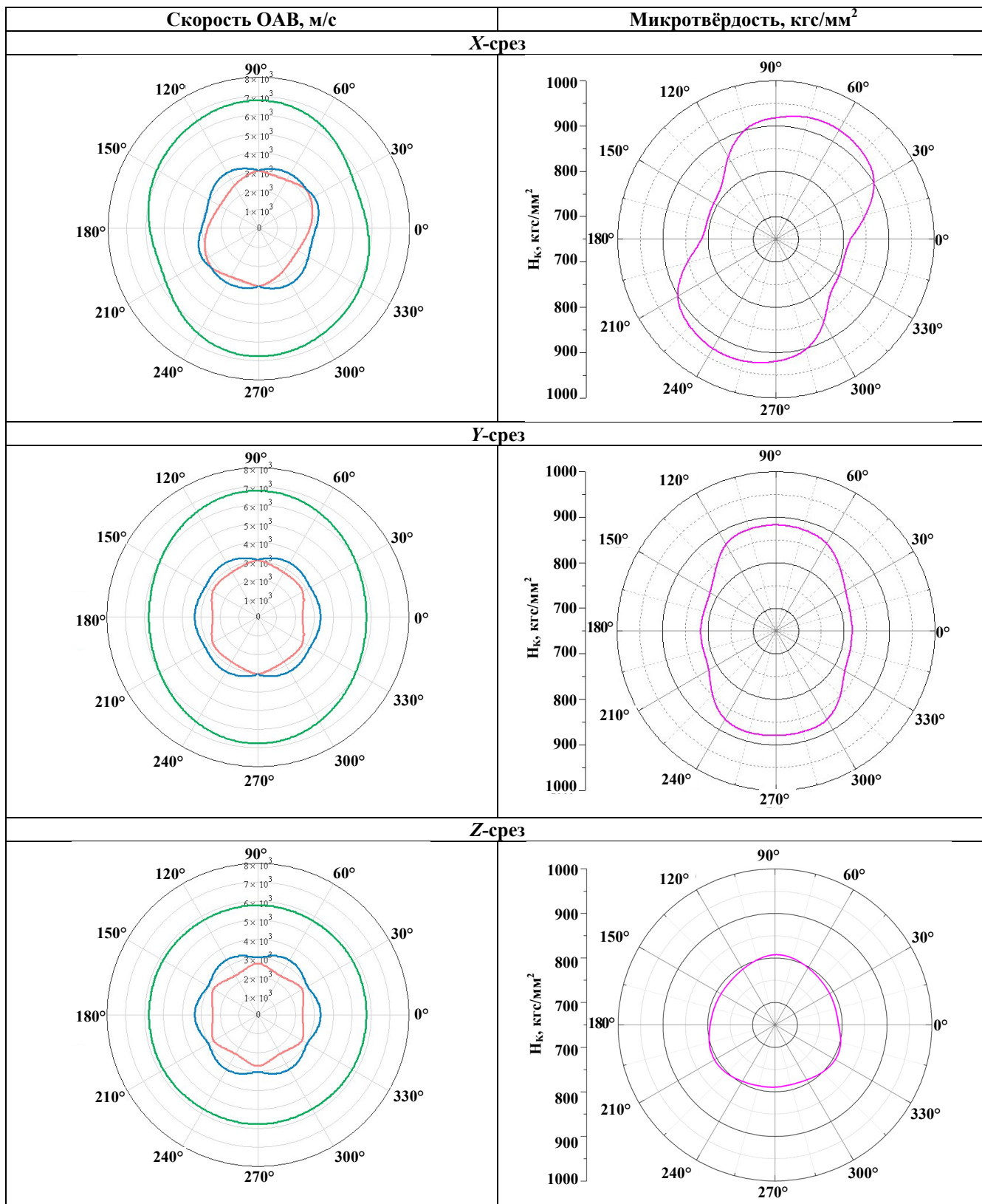
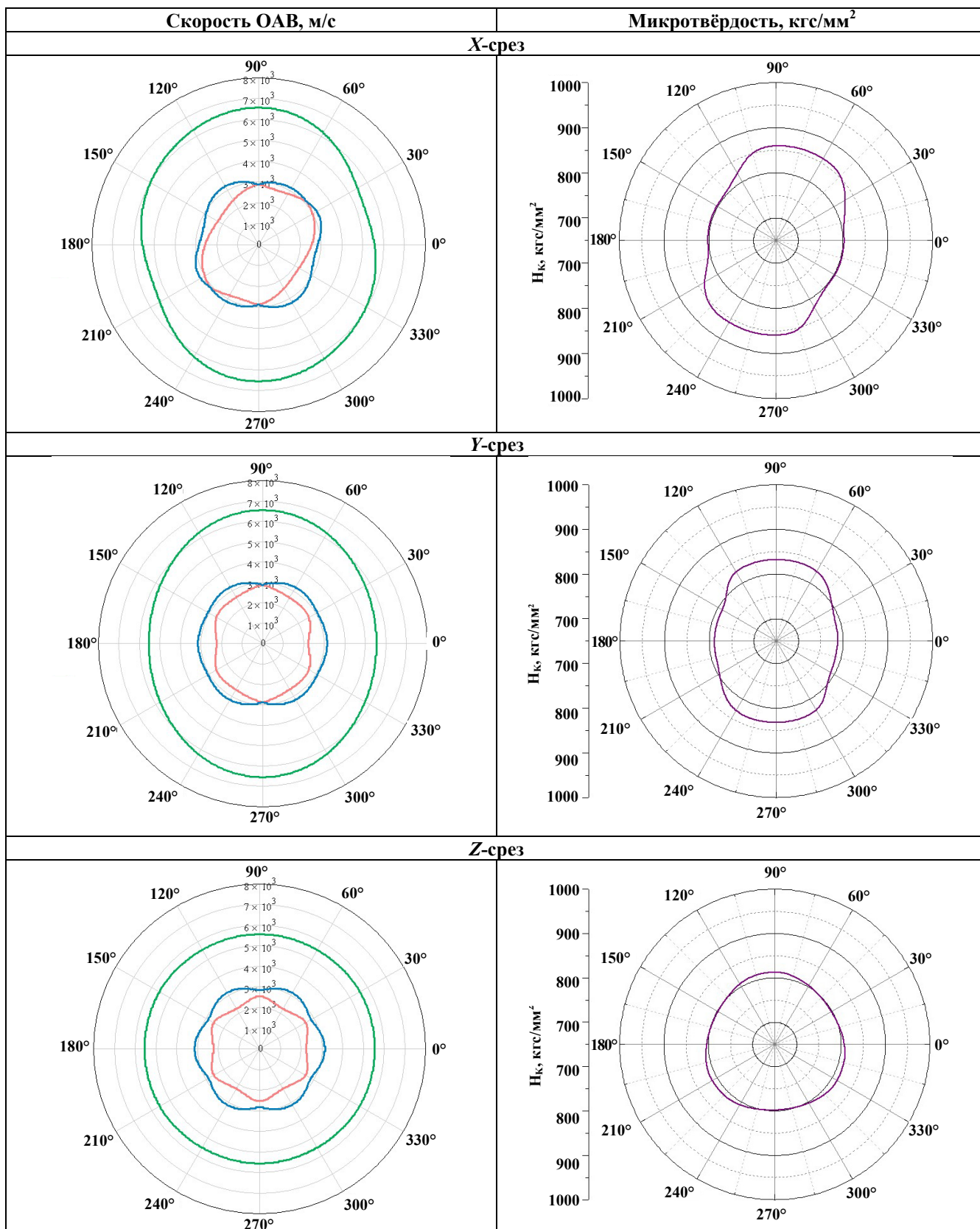


Таблица 6

Сечение указательных поверхностей фазовых скоростей ОАВ и полярная анизотропия микротвёрдости на координатных плоскостях монокристаллов ЛГТ ( $\text{La}_3\text{Ga}_{5,5}\text{Ta}_{0,5}\text{O}_{14}$ )





### Заключение

В результате проведённых исследований анизотропии упругих свойств монокристаллов группы ЛГС расчётным путём получены численные значения скоростей квазипродольной и квазипоперечных объёмных акустических волн, и построены сечения их указательных поверхностей координатными плоскостями.

При сопоставлении экспериментально полученных данных по анизотропии микротвёрдости монокристаллов группы ЛГС и сечений указательных поверхностей фазовых скоростей обнаружено, что форма указательных поверхностей фазовых скоростей упругих волн передаёт картину анизотропии микротвёрдости пьезоэлектрических монокристаллов – наличие и положение осей симметрии 2-го и 3-го порядка.

Эти результаты имеют важное методологическое

значение для исследований фундаментальных характеристик пьезоэлектрических монокристаллов.

### Литература

1. Физическая энциклопедия. В 5 т. Т. 2 / главный редактор А. М. Прохоров. – М. : Советская энциклопедия, 1988. – С. 506 – 507.
2. Сиротин Ю. И. Основы кристаллофизики / Ю. И. Сиротин, М. П. Шаскольская. – М. : Наука, 1979. – 640 с.
3. Elastic material constants of langasite-type crystals determined by acoustic waves / E. Chilla, C. M. Flannery, H.-J. Flohlich [et. al.] // World Congress on Ultrasonics. – Paris, 2003. – P. 1447 – 1450.
4. Акустические кристаллы : справочник / А. А. Блистанов, В. С. Бондаренко, В. В. Чкалова [и др.]; под ред. М. П. Шаскольской. – М. : Наука, 1982. – 632 с.
5. Лямов В. Е. Поляризационные эффекты и анизотропия взаимодействия акустических волн в кристаллах / В. Е. Лямов. – М. : МГУ, 1983. – 223 с.

Поступила в редакцию 09.11.2011

*Сергей Геннадьевич Казанцев, д-р техн. наук, заместитель генерального директора – генерального конструктора, т. (495) 366-12-01.*

*Татьяна Николаевна Овчаренко, аспирантка, заместитель начальника лаборатории, т. (495) 366-28-38. E-mail: vniiem@vniiem.ru.*