УДК 621.313

ИНЖЕНЕРНЫЙ МЕТОД РАСЧЁТА ПАРАМЕТРОВ БИНОМИНАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ПОДТВЕРЖДЕНИЯ ТРЕБУЕМОГО ЗНАЧЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ ЗА ВРЕМЯ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Л.Г. Вержбицкий, М.М. Камша
(ОАО «НИИЭМ»)

Дано теоретическое обоснование инженерного метода расчёта параметров биноминальных испытаний электрических машин (количества машин и длительности их испытаний) для экспериментального подтверждения соответствия машин требуемому по техническому заданию значению вероятности безотказности работы при доверительной вероятности β. Приведены алгоритм и программа реализации разработанного метода на ПВМ, имеющей математическое обеспечение Mathcad 6,0 PLUS или более поздние его версии. Метод основан на обоснованном ранее другими авторами допущении, что результирующее распределение отказов в электрических машинах с достаточной для практических целей точностью можно принять соответствующим логарифмически нормальному закону со значением десятичного логарифма среднеквадратичного отклонения от среднего времени наработки до отказа σlg = 0,3. Метод позволяет определить длительность испытаний в зависимости от количества испытуемых машин. Однако окончательный выбор длительности испытаний и соответствующее ей количество машин необходимо осуществлять по результатам выполненных расчётов так, чтобы имелась определенная уверенность, что выбранная длительность испытаний является допустимой для основных узлов электрических машин.

Ключевые слова: *метод расчёта, параметры испытания, электрические машины, вероятность безотказной работы, доверительная вероятность, время эксплуатации, техническое задание.*

При оценке надёжности электрических машин их рассматривают в принципе как системы из последовательно соединённых элементов или частей [1]. Отказ любой из составных частей связан с отказом машины как единого устройства. Распределения отказов каждой из частей машины во времени подчиняются отличающимся один от другого законам.

В то же время обработка результатов многочисленных наблюдений и регистрации отказов электрических машин показала [2], что результирующее распределение отказов в электрических машинах с достаточной для практических целей точностью можно принять соответствующим логарифмически нормальному (далее логнормальному) закону [3] со значением десятичного логарифма среднеквадратичного отклонения от среднего времени наработки до отказа σlg = 0,3.

Принимая логнормальный закон распределения отказов и сведения, приведённые в [2 – 4], можно рассчитать параметры биноминальных испытаний электрических машин (количество машин и длительность их испытаний) для экспериментального подтверждения требуемого по техническому заданию (ТЗ) значения вероятности безотказной работы (ВБР) с доверительной вероятностью β. Сравнивая затем расчётное значение длительности таких испытаний с другими характеристиками машин, например, с расчётными значениями долговечности подшипников и смазки, можно выбрать приемлемую длительность испытаний и соответствующее ей количество электрических машин.

В настоящей статье приведены теоретическое обоснование такого метода расчёта, а также алгоритм и программа его реализации на ПВМ, имеющей математическое обеспечение Mathcad 6,0 PLUS [5] или более поздние его версии.

При известной функции плотности вероятности распределения наработки до отказа (закон – логнормальный в соответствии с [3])

$$f(t,\mu n)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\ln\cdot t}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t)-\mu n}{\sigma\ln}\right)2},$$

где μn = $ln(t_o)$ – натуральный логарифм среднего значения времени t_o наработки до отказа; σln – натуральный логарифм среднеквадратичного отклонения от среднего времени t_o наработки до отказа (причём, если σlg = 0,3 – значение десятичного логарифма среднеквадратичного отклонения от среднего времени t_o наработки до отказа [2], то значение натурального логарифма среднеквадратичного отклонения от среднего времени $t_о$ наработки до отказа

$$\sigma \ln = \sigma \lg \frac{1}{\log(e)};$$

$$\sigma \ln = 0{,}6908),$$

функция распределения вероятности наработки до отказа имеет вид

$$F(t, \mu n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} \frac{1}{\sigma \ln} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t)-\mu n}{\sigma \ln}\right)^2} dt.$$

Сделаем в ней замену переменной t и получим

$$\frac{\ln(t) - \mu n}{\sigma \ln} = y,$$

затем приведём к виду

$$F(U\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{U\beta} e^{-\frac{y^2}{2}} dy,$$

где $U\beta = \dfrac{\ln(t) - \mu n}{\sigma\ln}$.

По внешнему виду функция $F(U\beta)$ представляет собой не что иное, как функцию распределения вероятности наработки до отказа для нормального закона распределения [4]:

$$Fn(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt$$

при $\mu = 0$, $\sigma = 1$,

где μ – среднее значение времени наработки до отказа; σ – среднеквадратичное отклонение от среднего значения времени наработки до отказа.

Обе функции принимают одинаковые значения (в нашем случае – значения вероятности отказа (ВО)) при одних и тех же значениях $U\beta$ и z.

Если по ТЗ задано значение ВБР = 0,95, то, естественно, ВО = 0,05.

В математическом обеспечении Mathcad 6,0 PLUS для ПВМ имеется функция обращения нормального распределения случайной величины со средним значением μ и среднеквадратическим отклонением σ от среднего значения (функция q_{norm} (ВО, μ, σ)), которая по заданному значению ВО, μ и σ определяет значение z.

Воспользовавшись этой функцией, находим:

$$z = q_{norm}(\text{ВО}, \mu, \sigma);$$

$$z = -1{,}645.$$

Тогда $U\beta = z$; $U\beta = -1{,}645$.

Из выражения для $U\beta$ следует, что при логнормальном распределении наработки до отказа отношение времени t работы машин, при котором ещё обеспечивается заданное значение ВБР, к среднему времени $t_о$ наработки до отказа:

$$\frac{t}{t_о} = e^{\sigma \ln U\beta}. \tag{1}$$

Если бы значение $t_о$ было известно, то определение значения времени t работы машин, при котором ещё обеспечивается заданное значение ВБР, не вызывало бы никаких затруднений. Но значение $t_о$ неизвестно, так как отсутствуют необходимые для его определения экспериментальные данные.

По формуле (1) нельзя определять значение среднего времени $t_о$ наработки до отказа реальных машин. Эта формула позволяет только по среднему значению $t_о$ реальных машин определить значение времени эксплуатации t, в течение которого их ВБР будет не меньше заданного значения. Конечно, если $t_э$ – время эксплуатации реальных машин, для которого необходимо подтвердить требуемое значение ВБР, то значение $t_о$ реальных машин должно быть не меньше значения

$$t_{оэ} = t_э e^{-\sigma \ln U\beta}. \tag{2}$$

Если бы удалось экспериментально подтвердить, что значение среднего времени $t_о$ наработки до отказа реальных машин не меньше значения $t_{оэ}$, то тем самым подтверждалось бы, что ВБР машин за время эксплуатации $t_э$ не меньше значения, заданного в ТЗ.

Поскольку значение $t_о$ нам неизвестно, поступим следующим образом.

Предположим, что нам неизвестен закон распределения наработок до отказа. В этом случае для определения ВБР изделия за некоторое время испытаний $T_и$ следовало бы воспользоваться методикой [3]. В соответствии с этой методикой число N изделий, которые необходимо поставить на испытание, определяется по формуле

$$N = \frac{\ln(1-\beta)}{\ln(P_и)}, \quad (3)$$

где $P_и$ – ВБР изделия за время испытаний $T_и$; β – доверительная вероятность, с которой подтверждается ВБР изделия за время испытаний $T_и$.

Значит ВБР выражается через число изделий так:

$$P_и = e^{\frac{\ln(1-\beta)}{N}},$$

а ВО так:

$$Q_и = 1 - P_и \text{ или } Q_и = 1 - e^{\frac{\ln(1-\beta)}{N}}.$$

Время (длительность) $T_и$ испытаний, доверительная вероятность β и ВБР $P_и$ в этих формулах не регламентированы.

Если $T_и$ – время испытаний, в течение которого не произошло отказов, то $P_и$ – это нижняя граница определённого с доверительной вероятностью β доверительного интервала, в котором находится истинное значение ВБР.

Если всё же распределение наработок до отказа описывается логнормальным законом (как в нашем случае), то время испытаний $T_и$ будет входить в выражение:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{T_и} \frac{1}{\sigma \ln \cdot t} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t) - \mu n}{\sigma \ln}\right)^2} dt. \quad (4)$$

Это равенство справедливо в том случае, если мы знаем истинное значение вероятности наработки до отказа Q реальных машин за время испытаний $T_и$. Если же значение Q нам может быть известно только с некоторой доверительной вероятностью β, то и среднее значение вероятности наработки до отказа в правой части этой формулы следует брать другим, т. е. вместо μn следует писать μn_1, где $\mu n_1 = \ln(t_{о1})$; $t_{о1}$ – среднее значение времени наработки до отказа, имеющее доверительную вероятность β.

В противном случае в левую и правую части равенства будут входить параметры с неодинаковыми доверительными вероятностями, что некорректно.

Поставленная задача расчёта времени испытаний N образцов изделий для подтверждения ВБР в рассматриваемом варианте осложняется ещё и тем, что мы вынуждены иметь дело с нефиксированным значением $T_и$ – временем испытаний, в течение которого не произошло отказов. В соответствии с (3) при фиксированных значениях N и β мы при отсутствии отказов подтверждаем одно и то же фиксированное значение ВБР = $P_и$ для любого времени испытаний, в течение которого не произошло отказов.

Это значит, что вместо истинного соотношения (4), мы имеем дело с i-м количеством соотношений, которые могут быть получены по результатам испытаний, проведённых при использовании зависимости (3):

$$Q_{иi} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{T_{иi}} \frac{1}{\sigma \ln} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t) - \mu n_i}{\sigma \ln}\right)^2} dt. \quad (5)$$

Таким образом при логнормальном законе распределения отказов и оценке результатов испытаний с использованием зависимости (3) мы каждый раз (для каждого времени $T_{иi}$ испытаний) с доверительной вероятностью β подтверждаем ВБР некоторых воображаемых, назовём их фиктивными, машин, у которых значение натурального логарифма от среднего времени наработки до отказа равно μn_{1i}.

Среди соотношений (5) может быть как истинное соотношение (4) (если $Q_и$ равно Q), так и соотношения, значительно отличающееся от истинного, но с помощью которых мы можем подтвердить соответствие разрабатываемого изделия заданному значению ВБР.

Вводя, как и ранее, переменную

$$y = \frac{\ln(t) - \mu n_{1i}}{\sigma \ln},$$

приведём выражение (5) к виду

$$F(U\beta_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{U\beta_1} e^{-\frac{y^2}{2}} dy,$$

где $F(U\beta_1) = 1 - e^{\frac{\ln(1-\beta)}{N}}$; $U\beta_1 = \dfrac{\ln(T_{иi}) - \mu n_{1i}}{\sigma \ln}$.

Из выражения для $U\beta_1$ следует, что

$$\frac{T_{иi}}{t_{о1i}} = e^{U\beta_1 \sigma \ln}. \quad (6)$$

Предположим, что нам необходимо провести испытания трёх машин (N = 3) для подтверждения с некоторой доверительной вероятностью β их ВБР = 0,95 в течение времени эксплуатации $t_э$. Необходимо определить время испытаний машин и значение доверительной вероятности β.

Мы знаем из (2) минимальное значение $t_{оэ}$ реальных машин, при котором может ещё обеспечиваться необходимое значение ВБР. Если экспериментально подтвердить, что у испытуемых машин среднее значение времени наработки до отказа не меньше $t_{оэ}$, то этого будет достаточно для того, чтобы утверждать, что для них с доверительной вероятностью β подтверждается ВБР = 0,95 в течение времени эксплуатации $t_э$.

Из положений теории вероятностей [4], да и непосредственно из (6) следует, что при наработке $T_{иi}$ равной среднему значению времени $t_{о1i}$ наработки до отказа квантиль $U\beta_1 = 0$, а вероятность наработки до отказа

$$Q_и = F\left(U\beta_1\right);\ F\left(U\beta_1\right) = 1 - e^{\frac{\ln(1-\beta)}{N}};\ Q_и = 0{,}5. \quad (7)$$

При $N = 3$ из (7) находим $\beta = 1 - 0{,}5^N$; $\beta = 0{,}875$.

Если мы поставили на испытания $N = 3$ машины, то за любое время испытаний $T_{иi}$, в течение которого не произойдёт отказов, будет с доверительной вероятностью $\beta = 0{,}875$ подтверждаться значение вероятности наработки до отказа $Q_и = 0{,}5$. Если отказов не произойдёт и за время $T_{иi} = t_{оэ}$, то значит экспериментально будет доказано, что с доверительной вероятностью $\beta = 0{,}875$ среднее значение времени наработки до отказа у реальных машин не меньше $t_{оэ}$. Следовательно, в течение времени эксплуатации $t_э$ ВБР этих машин составит не менее 0,95 (с доверительной вероятностью $\beta = 0{,}875$).

Следует отметить, что при значении времени испытаний $T_и = t_{оэ}$ увеличение количества испытуемых образцов машин только повышает значение доверительной вероятности β.

Например приняв $N = 4$, найдём, что вероятность наработки до отказа $FU\beta_1$ равна 0,5, и квантиль $U\beta_1$ равен 0 только при $\beta = 0{,}9375$, т. е.

$$FU\beta_1 = 1 - e^{\frac{\ln(1-\beta)}{N}};\ FU\beta_1 = 0{,}5;$$

$$U\beta_1 = q_{norm}\left(FU\beta_{1,0,1}\right);\ U\beta_1 = 0{,}5.$$

Отметим, что поскольку N должно быть целым числом, то невозможно при фиксированном значении времени испытаний $T_и = t_{оэ}$ обеспечить любое значение доверительной вероятности β, например, $\beta = 0{,}9$. Приняв, например, $N = 4$ и вычислив значение β, мы можем только сказать, что оно будет не меньше 0,9.

В связи с этим целесообразно для определения параметров биноминальных испытаний электрических машин иметь такой метод расчёта, при котором за известные параметры принимаются значения ВБР и β, а определяется время испытаний в зависимости от количества машин N.

Пусть у нас имеется для испытаний $N = 3$ машины. Мы уже знаем, что при $t_э = 500$ ч; $N = 3$; $\beta = 0{,}875$;

$$F\left(U\beta_1\right) = 1 - e^{\frac{\ln(1-\beta)}{N}};\ FU\beta_1 = 0{,}5;$$

$$U\beta_1 = q_{norm}\left(FU\beta_{1,0,1}\right);\ U\beta_1 = 0;$$

$$t_{оэ} = t_э e^{-U\beta\sigma\ln};\ t_{оэ} = 1557;$$

время испытаний $T_и = t_э e^{-U\beta\sigma\ln}$; $T_и = 1557$ ч.

Очевидно, что при $\beta = 0{,}8$ время испытаний должно быть меньше. Для его определения можно применить следующее решение.

Положим $\beta = 0{,}8$, тогда

$$\begin{gathered} F\left(U\beta_1\right) = 1 - e^{\frac{\ln(1-\beta)}{N}}; \\ FU\beta_1 = 0{,}415; \\ U\beta_1 = q_{norm}\left(FU\beta_{1,0,1}\right); \\ U\beta_1 = -0{,}214. \end{gathered} \quad (8)$$

Если при $\beta = 0{,}875$

$$FU\beta 1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t_{оэ}} \frac{1}{\sigma\ln\cdot t} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t)-\ln(t_{оэ})}{\sigma\ln}\right)^2} dt = 0{,}5, \quad (9)$$

то при $\beta = 0{,}8$

$$FU\beta 1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t_{оэ}} \frac{1}{\sigma\ln\cdot t} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t)-\ln(t_{оэ})}{\sigma\ln}\right)^2} dt = 0{,}415\ . \quad (10)$$

Используя (6) и (8), получим $T_и = t_{оэ} e^{\sigma\ln\cdot U\beta_1}$; $T_и = 1343$.

А вводя для общего случая обозначения

$$U\beta_1\left(N,\beta\right)=q_{norm}\left(1-e^{\frac{\ln(1-\beta)}{N}},\mu,\sigma\right);$$

$$T_и\,(N,\beta)=t_{оэ}e^{\sigma\ln\cdot U\beta_1(N,\,\beta)},$$

можно определить время испытаний машин в зависимости от их количества N, доверительной вероятности β и времени эксплуатации машин (например $t_э = 500$ ч), для которого необходимо подтвердить заданное значение ВБР.

Так при β = 0,8

$$T_и(1,\beta)=2786;\ T_и(2,\beta)=1707;$$

$$T_и(3,\beta)=1343;\ T_и(4,\beta)=1152;$$

$$T_и(5,\beta)=1031 \text{ и т. д.}$$

И при таком подходе получим, что при фиксированном значении доверительной вероятности β увеличение количества испытуемых машин уменьшает время испытаний каждой из машин; общее же время испытаний меньше у меньшего количества машин.

Формально метод расчёта, при котором определяется время испытаний N образцов машин для подтверждения заданного значения ВБР при доверительной вероятности β, состоит в следующем.

По заданному в ТЗ значению ВБР P = 0,95 определяют ВО = 1 – P; ВО = 0,05.

По значению ВО определяют квантиль $U\beta$ для нормального распределения случайной величины при $\mu = 0$; $\sigma = 1$; $U\beta = q_{norm}(\text{ВО},0,1)$; $U\beta = -1{,}645$.

По заданному в ТЗ времени эксплуатации $t_э$, в течение которого должно обеспечиваться заданное значение ВБР, определяют минимально допустимое значение среднего времени $t_{оэ}$ наработки до отказа испытуемых машин: $t_э = 500$ (в часах или в циклах работы); $t_{оэ} = t_э e^{-\sigma\ln\cdot U\beta}$; $t_{оэ} = 1557$.

По минимально допустимому значению среднего времени $t_{оэ}$ наработки до отказа испытуемых N машин и заданному в ТЗ значению доверительной вероятности β определяют минимальное значение времени $T_и$ испытаний каждой из машин (в часах или в циклах работы):

$$\beta = 0{,}8;$$

$$T_и\left(N,\beta\right)=t_{оэ}e^{\sigma\ln\cdot q_{norm}\left(1-e^{\ln(1-\beta)},0,1\right)};$$

$$T_и(1,\beta)=2786;\ T_и(2,\beta)=1707;\ T_и(3,\beta)=1343 \text{ и т. д.}$$

При таком расчёте времени испытаний большого количества машин можно получить результат, который на первый взгляд покажется сомнительным. Так при β = 0,8 и N = 60 время испытаний $T_и(N,\beta) = 409{,}06$ ч, т. е. время испытаний меньше, чем время эксплуатации машин $t_э = 500$ ч.

Но при более внимательном рассмотрении этого вопроса увидим, что в соответствии с формулой (3) при испытаниях N машин в течение времени $t_э = 500$ ч будет подтверждено значение ВБР:

$$P_и=e^{\frac{\ln(1-\beta)}{N}};$$

$$P_и = 0{,}9735.$$

Нам же необходимо подтвердить значение ВБР равное 0,95. В связи с этим время испытаний можно уменьшить до 409 ч, так как уже при таком времени испытаний 60 машин будут с доверительной вероятностью β = 0,8 подтверждать указанное значение ВБР.

В заключение выясним, какое же количество запускаемых в эксплуатацию машин (в процентном соотношении) соответствует требованию ТЗ по значению ВБР, если их биноминальные испытания с параметрами, рассчитанными изложенным методом, завершились успешно.

В выражении (9) предел интегрирования (т. е. время испытаний) равно минимально допустимому значению среднего времени $t_{оэ}$ наработки до отказа испытуемых машин. Оно подтверждается экспериментом, о чём свидетельствует правая часть уравнения (9). А в выражении (10) мы заранее предполагаем, что у испытуемых машин значение среднего времени наработки до отказа равно минимально допустимому значению $t_{оэ}$. И уже затем находим время испытаний, при котором вероятность наработки до отказа $FU\beta_1 = 0{,}415$. В рассмотренном случае при $N = 3$, β = 0,8 и при $t_э = 500$ ч это время $T_и = 1343$ ч.

Выясним, у какого количества машин значение среднего времени наработки до отказа не меньше значения $t_{оэ}$.

Для этого рассмотрим мысленно три группы машин, специально спроектированных так, что среднее время наработки до отказа: у первой группы машин – $t_{о1} = 0{,}7t_{оэ}$; у второй группы машин – $t_{о2} = t_{оэ}$; у третьей группы машин – $t_{о3} = 1{,}5t_{оэ}$.

Предположим, что указанные значения среднего времени наработки до отказа подтверждены испытаниями больших выборок машин каждой из трёх групп.

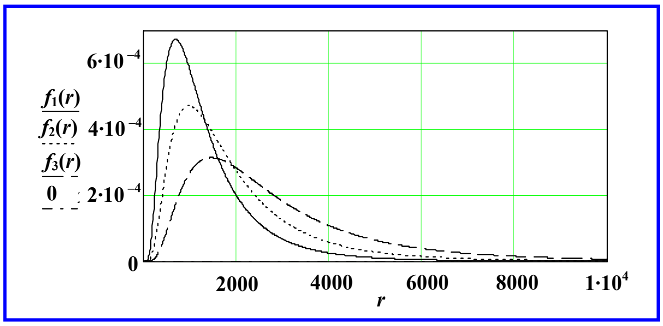

Рис. 1. Графики функций плотности вероятности распределения наработки до отказа трёх групп машин

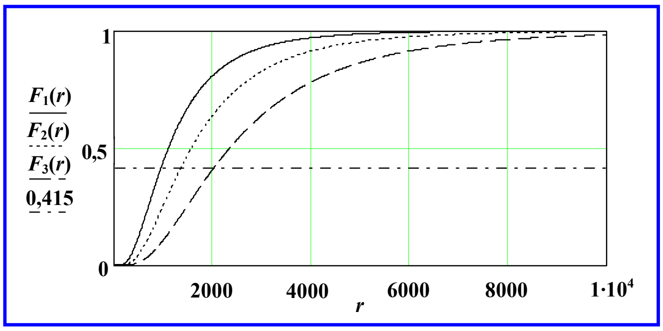

Рис. 2. Графики функций распределения вероятности наработки до отказа трёх групп машин

Введём функции плотности вероятности распределения наработки до отказа каждой из указанных групп машин:

$$f_1(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\ln\cdot t}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t)-\ln(t_{o1})}{\sigma\ln}\right)^2};$$

$$f_2(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\ln\cdot t}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t)-\ln(t_{o2})}{\sigma\ln}\right)^2};$$

$$f_3(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\ln\cdot t}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t)-\ln(t_{o3})}{\sigma\ln}\right)^2}.$$

Соответствующие им функции распределения вероятности наработки до отказа будут:

$$F_1(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{t}\frac{1}{\sigma\ln\cdot t}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t)-\ln(t_{o1})}{\sigma\ln}\right)^2}dt;$$

$$F_2(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{t}\frac{1}{\sigma\ln\cdot t}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t)-\ln(t_{o2})}{\sigma\ln}\right)^2}dt;$$

$$F_3(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{t}\frac{1}{\sigma\ln\cdot t}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t)-\ln(t_{o3})}{\sigma\ln}\right)^2}dt.$$

Графики указанных функций представлены на рис. 1 и 2.

Предположим, что мы подвергли испытаниям выборку из трёх машин какой-то из трёх групп, не зная заранее к какой из групп эти машины принадлежат.

Если $N = 3$, $\beta = 0{,}8$, то для любого времени испытаний, в течение которого не произошло отказов, $FU\beta_1 = 0{,}415$; если же $N = 3$, $\beta = 0{,}875$, то $FU\beta_1 = 0{,}5$.

На рис. 1 и 2 средние графики соответствуют выборке машин, у которой среднее время наработки до отказа $t_{o2} = t_{oэ}$. Точка пересечения такого графика (см. рис. 2) с прямой $FU\beta_1 = 0{,}415$ соответствует времени наработки $T_и(3,\ 0{,}8) = 1343$ ч этой выборки машин, а точка пересечения такого графика с прямой $FU\beta_1 = 0{,}5$ соответствует времени наработки $T_и(3,\ 0{,}875) = 1557$ ч. Как показано выше, эта группа машин соответствует требованием ТЗ по ВБР.

Но, как видно из этого графика, такую же наработку могут выдержать машины как третьей, так и первой группы. И если машины третьей группы с запасом соответствуют требованию ТЗ по ВБР, то машины первой группы не соответствуют этому требованию.

Как видно из того же графика (см. рис. 2), при увеличении длительности испытаний до 6000 ч практически ни одна из машин первой группы не выдержит испытаний. И если отказов не произошло, то значит, мы подвергли испытаниям машины или второй или третьей группы. Обе эти группы машин соответствуют требованиям ТЗ по ВБР.

Из графиков, представленных на рис. 2, можно сделать вывод, что при испытаниях реальных машин, не принадлежащих ни к одной из этих воображаемых трёх групп, наработка длительностью 6000 ч не гарантирует нам, что в числе выдержавших испытания машин не окажутся машины, у которых среднее время наработки до отказа меньше $t_{oэ}$ (т. е. машины, у которых графики функций распределения вероятности наработки до отказа расположены выше средней и ниже верхней кривых, представленных на рис. 2). Какое-то количество этих машин может выдержать такие испытания. Вероятность того, что указанные машины выдержат испытания в течение 6000 ч, составляет менее

$$P_1 = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(\int_0^{6000} -\frac{1}{\sigma \ln} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t)-\ln(t_{o2})}{\sigma \ln}\right)^2} dt \right);$$

$$P_1 = 0{,}025.$$

Выясним теперь, с какой же доверительной вероятностью β мы подтвердим заданное по ТЗ значение ВБР, если проведём испытания N машин в течение 6000 ч.

Опуская в (6) индекс i и полагая $\mu n_1 = \ln(t_{o2})$, $T_и = 6000$, находим:

$$U\beta_1(T) = \frac{\ln(T) - \ln(t_{o2})}{\sigma \ln};$$

$$U\beta_1(T_и) = 1{,}952;$$

$$F(U\beta_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{U\beta_1(T_и)} e^{-\frac{y^2}{2}} dy;$$

$$F(U\beta_1) = 0{,}975.$$

Поскольку $F(U\beta_1) = 1 - e^{\frac{\ln(1-\beta)}{N}}$, то $e^{\frac{\ln(1-\beta)}{N}} = 1 - F(U\beta_1)$; значит $1 - \beta = e^{N\ln(1 - F(U(\beta1))}$.

В общем виде $1 - \beta = e^{N\ln(1 - F(U(\beta1))}$.

Из этого выражения находим β(1) = 0,975, β(2) = 0,999 и т. д.

Таким образом, если одна машина выдержит испытания в течение 6000 ч, то с доверительной вероятностью β = 0,975 будет подтверждено, что за время эксплуатации $t_э$ = 500 ч не менее 97,5% запущенных в эксплуатацию машин будут иметь значение ВБР не меньше, чем 0,95. Увеличивая количество испытуемых машин, мы только повышаем значение доверительной вероятности β, с которой подтверждаем, что до (1 – β)100% запущенных в эксплуатацию машин могут иметь за время эксплуатации $t_э$ = 500 ч меньшее значение ВБР, чем это требуется по ТЗ.

Если же принять длительность испытаний равной 2786 ч, то

$$P_1 = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2786} \frac{1}{\sigma \ln} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t)-\ln(t_{o2})}{\sigma \ln}\right)^2} dt;$$

$$P_1 = 0{,}2.$$

Выясним, с какой же доверительной вероятностью β мы подтвердим заданное по ТЗ значение ВБР, если проведём испытания N машин в течение 2786 ч.

Если $T_и$ = 2786, то

$$U\beta_1(T) = \frac{\ln(T) - \ln(t_{o2})}{\sigma \ln};$$

$$U\beta_1(T_и) = 0{,}842;$$

$$F(U\beta_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{U\beta_1(T_и)} e^{-\frac{y^2}{2}} dy;$$

$$F(U\beta_1) = 0{,}8;$$

$$\beta(N) = 1 - e^{N\ln(1-F(U\beta_1))};$$

β(1) = 0,8; β(2) = 0,96003 и т. д.

Таким образом, если одна машина выдержит испытания в течение 2786 ч, то с доверительной вероятностью β = 0,8 будет подтверждено, что за время эксплуатации $t_э$ = 500 ч не менее 80% запущенных в эксплуатацию машин будут иметь значение ВБР не меньше, чем 0,95.

Если же принять длительность испытаний равной 1343 ч, то

$$P_1 = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{1343} \frac{1}{\sigma \ln \cdot t} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t)-\ln(t_{o2})}{\sigma \ln}\right)^2} dt;$$

$$P_1 = 0{,}585.$$

Полагая $T_и$ = 1343, находим:

$$U\beta_1(T) = \frac{\ln(T) - \ln(t_{o2})}{\sigma \ln};$$

$$U\beta_1(T_и) = -0{,}215;$$

$$F(U\beta_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{U\beta_1(T_и)} e^{-\frac{y^2}{2}} dy;$$

$$F(U\beta_1) = 0{,}415;$$

$$\beta(N) = 1 - e^{N\ln(1-F(U\beta_1))};$$

β(1) = 0,415; β(2) = 0,658; β(3) = 0,8 и т. д.

Таким образом, если только три машины выдержат испытания в течение 1343 ч, будет подтверждено, что за время эксплуатации $t_э$ = 500 ч не менее 80% запущенных в эксплуатацию машин будут иметь значение ВБР не меньше, чем 0,95.

При подготовке к испытаниям электрических машин с целью экспериментального подтверждения их соответствия требуемому по ТЗ значению ВБР при доверительной вероятности β изложенный выше метод расчёта позволяет определить длительность испытаний в зависимости от количества испытуемых машин.

Следует, однако, отметить, что при этом не учитываются многие специфические характеристики электрических машин, например, частота вращения ротора, температура подшипниковых узлов, долговечность подшипников и смазки при конкретных условиях работы и т. д. В связи с этим окончательный выбор длительности испытаний и соответствующее ей количество машин необходимо осуществлять по результатам выполненных расчётов так, чтобы имелась определенная уверенность, что выбранная длительность испытаний является допустимой для основных узлов электрических машин.

Литература

1. Ермолин Н. П. Надёжность электрических машин / Н. П. Ермолин, И. П. Жерихин. – М. : Энергия, 1976. – 248 с. : ил.
2. Гивертовская Н. А. Оценка надёжности электрических машин на стадии проектирования / Н. А. Гивертовская, А. С. Иванов, Г. А. Стамбулян [и др.] // Надежность и контроль качества. – 1976. – № 1.
3. РД 50-690-89. Методические указания (надёжность в технике). Методы оценки показателей надёжности по экспериментальным данным. – Введ. : 30.10.89. – М. : Госстандарт СССР, 1989. – 136 с.
4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М. : Наука, 1964. – 156 с.
5. MATHCAD 6.0 PLUS. Финансовые, инженерные и научные расчёты в среде Windows 95 / Перевод с англ. – М. : Филинъ, 1996. – 712 с.

Поступила в редакцию 05.07.2011

Леонид Григорьевич Вержбицкий, *директор ОЭМИП – главный конструктор, т. (495) 994-53-27.*
Михаил Михайлович Камша, *начальник лаборатории, т. (495) 994-53-27.*
E-mail: niiem@istranet.ru.