УДК 629.78

ОПЕРАТИВНЫЙ РАСЧЁТ ИНТЕРВАЛОВ НАБЛЮДЕНИЯ ЗАДАННОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА КРУГОВЫХ И ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОРБИТАХ

В.И. Горбулин, Л.П. Зозуля,
Д.Л. Каргу, Е.В. Котяшов, В.А. Чернявский
(*Военно-космическая академия им. Можайского*)

Описан метод определения интервалов наблюдения космических аппаратов наземными объектами, длительность которых будет больше заданной величины. Приведены аналитические соотношения для расчёта границ «дуг видимости» на широте наземного объекта, определяющие условия доступности космического аппарата с различными параметрами орбит для наблюдения на каждом витке.
Ключевые слова: *космический аппарат, наземный объект, дуга видимости, заданная длительность*

Введение

Определённый интерес при решении ряда задач, например, при планировании применения космических аппаратов (КА) дистанционного зондирования Земли, представляют границы «дуг видимости» вдоль широты, на которой располагаются наземные объекты.

В работе [1] указанные границы определяются на момент времени, когда КА оказывается на данной широте.

В статье [2] намечены общие направления более точного расчёта искомой периодичности (разрывности) наблюдения. Однако никаких конкретных математических соотношений для расчётов не приводится.

Точные методы расчёта границ дуги видимости разработаны в монографиях [3, 4], а также статьях [5, 6].

В основе этих методов лежат совершенно разные идеи и вследствие этого получены разные соотношения, необходимые для расчёта искомых границ. Однако следует отметить, в данных работах искомые границы определяются при условии, что длительность интервала взаимной видимости КА и наземного объекта равна нулю.

В данной статье предлагается метод определения границ дуг видимости, для которых интервал взаимной видимости наземного объекта и КА становится равным заданному. Указанные границы дуг видимости могут быть полезными при выборе витков КА или наземных пунктов (НП) управления (приёма-передачи информации) для осуществления сеанса связи, так как можно заранее определить, достаточно ли долго КА будет в зоне наблюдения.

При разработке предлагаемого подхода использована идея метода наложения орбитальных карт, который описан в работах [5, 6] и предназначен для расчёта показателей качества систем КА [5 – 8] периодического наблюдения заданной области пространства. С одной стороны, он позволяет минимизировать методическую погрешность, с другой – обеспечивает высокую оперативность расчетов. Однако анализ работ [5, 6] показывает, что применение данного метода возможно только для КА, функционирующих на круговых орбитах, и для НП с круговой зоной обзора. При этом границы дуг видимости определяются из условия, что длительность интервала наблюдения КА НП равна нулю.

Определение границ дуг видимости, для которых длительность интервала наблюдения становится равной заданной, требует существенной трансформации математического аппарата метода наложения орбитальных карт.

Определение границ дуг видимости с заданной длительностью для КА с круговыми орбитами

При движении КА по орбите его зона обзора – круг радиуса $\varphi_з$ – на некотором временном интервале пересекает широту φ, в результате чего любому НП на некоторой дуге данной параллели этот КА становится доступен, т. е. в течение определенного интервала времени $[t_н, t_к]$ КА является наблюдаемым НП.

Для расчёта границ дуги видимости можно воспользоваться соотношением для вращающейся Земли [5 – 6], приняв расстояние ρ между подспутниковой точкой и НП равным величине $\varphi_з$ зоны обзора КА:

$$\cos\varphi_з = A\sin u + B\sin u\sin L + C\cos u\cos L, \qquad (1)$$

где $A = \sin\varphi_з\sin i$, $B = \cos\varphi_з\cos i$, $C = \cos\varphi$.

Данное соотношение для текущего значения u аргумента широты КА позволяет определять долготы

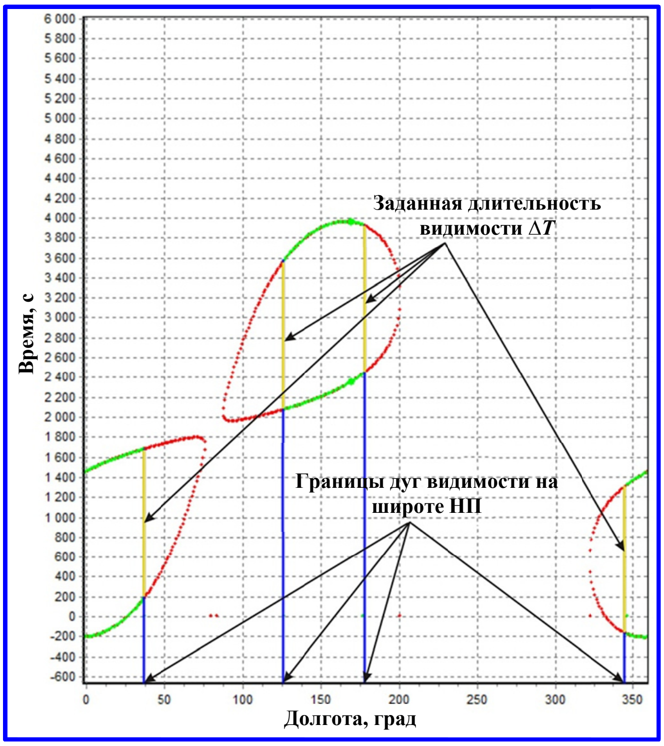

Рис. 1. Границы орбитальных карт с заданной длительностью видимости

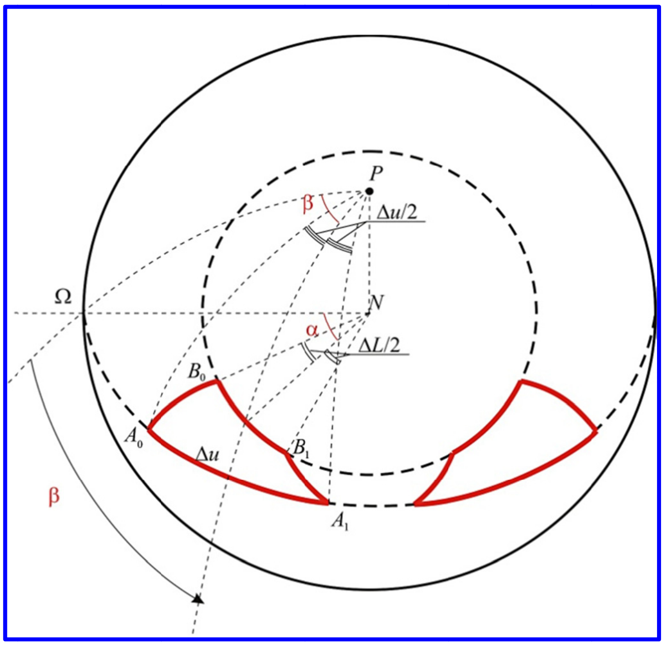

Рис. 2. К определению границ дуг видимости заданной длительности

L_1 и L_2 на параллели, удалённых от подспутниковой точки на расстояние φ_3.

Для определения границ дуг видимости, при которых длительность ΔT наблюдения КА наземным пунктом будет равна заданной, проанализировав рис. 1 и 2 можно составить систему, состоящую из двух уравнений (1):

$$\begin{cases} A\sin(\beta-\delta u)+B\sin(\beta-\delta u)\sin(\alpha-\delta L)+ \\ +\,C\cos(\beta-\delta u)\cos(\alpha-\delta L)+D=0; \\ A\sin(\beta+\delta u)+B\sin(\beta+\delta u)\sin(\alpha+\delta L)+ \\ +\,C\cos(\beta+\delta u)\cos(\alpha+\delta L)+D=0, \end{cases} \tag{2}$$

где β – значение аргумента широты КА в середине интервала наблюдения НП; α – угол, отсчитываемый в плоскости экватора от направления на точку весеннего равноденствия до текущего положения меридиана НП:

$$\delta u=\omega_{\text{КА}}\frac{\Delta T}{2};$$

$$\delta L=\omega_{з}\frac{\Delta T}{2},$$

где $\omega_{\text{КА}}$ – угловая скорость равномерного вращения КА по орбите; $\omega_{З}$ – угловая скорость вращения Земли.

Применив формулы разложения синуса и косинуса суммы и разности двух углов и проведя ряд преобразований, из (2) можно получить новую систему уравнений

$$\begin{cases} m\sin\beta+p\sin\beta\sin\alpha+s\cos\beta\cos\alpha+D=0; \\ n\cos\beta+q\cos\beta\sin\alpha+r\sin\beta\cos\alpha=0, \end{cases} \tag{3}$$

где $m = A\cos\delta u$; $n = -A\sin\delta u$; $p = B\cos\delta u\cos\delta L + C\sin\delta u\sin\delta L$; $q = -B\sin\delta u\cos\delta L + C\cos\delta u\sin\delta L$; $r = -B\cos\delta u\sin\delta L + C\sin\delta u\cos\delta L$.

Выразим tgβ из второго уравнения системы (3):

$$\mathrm{tg}\beta=-\frac{n+q\sin\alpha}{r\cos\alpha}.$$

Подставив полученное выражение в первое уравнение системы (3), можно получить уравнение четвертой степени относительно sinα:

$$a\sin^4\alpha+b\sin^3\alpha+c\sin^2\alpha+d\sin\alpha+e=0, \tag{4}$$

где $a=\sqrt{pq+sr}$; $b=\;2\left(pq+sr\right)\left(mq+np\right)$;

$$c=\sqrt{mq+np}-2(pq+sr)(sr-mn)-(q^2-r^2)D^2;$$

$$d=\;-2\left[\left(mq+np\right)\left(sr-mn\right)\;-D^2nq\right];$$

$$e=(sr-mn)^2-D^2(r^2+n^2).$$

Таким образом, получено уравнение четвертой степени, на основе решений которого находятся границы дуги видимости с заданной длительностью. Полученное аналитическое выражение позволяет оперативно и точно находить искомые границы дуги видимости.

Определение границ дуг видимости с заданной длительностью для КА с эллиптическими орбитами

Применение полученных соотношений для КА с эллиптическими орбитами, к сожалению, невозможно без введения дополнительных алгоритмов. Это вызвано тем, что угловая скорость и высота КА периодически меняются, а, следовательно, меняется и величина зоны обзора.

Однако для определения границ дуг видимости для КА с эллиптической орбитой можно построить эффективный численно-аналитический алгоритм. На рис. 3 показана его графическая интерпретация.

Предлагаемый алгоритм заключается в уточнении границ дуг видимости, найденных для некоторой круговой орбиты, взятой в качестве начального приближения (рис. 4).

На рис. 3 показаны две орбитальные карты, построенные для круговой орбиты, взятой в качестве начального приближения, и реальной орбиты. Из рисунка видно, что искомые значения долгот границ дуг видимости, для которых длительность взаимной видимости будет равна заданной, можно получить путём параллельного переноса отрезков *AB* и *CD* в положения *A'B'* и *C'D'* на величины $\delta L_{\text{лев}}$ и $\delta L_{\text{прав}}$ – по оси абсцисс и на величины $\delta t_{\text{лев}}$ и $\delta t_{\text{прав}}$ – по оси ординат.

Математически указанную операцию «переноса» можно выразить следующим образом. Пусть из уравнения (4) для некоторой круговой орбиты найдены значения долгот $\tilde{L}_{\text{вх}}$ и $\tilde{L}_{\text{вых}}$ и аргументов широты $\tilde{u}_{\text{вх}}$ и $\tilde{u}_{\text{вых}}$ для одной из границ дуги видимости. Данные значения можно использовать в качестве начального приближения, и с истинными они будут связаны следующими выражениями:

$$u_{\text{вх}} = \tilde{u}_{\text{вх}} + \delta u_{\text{вх}};$$

$$u_{\text{вых}} = \tilde{u}_{\text{вых}} + \delta u_{\text{вых}};$$

$$\delta u_{\text{вых}} = \frac{r_{\text{вх}}^2}{r_{\text{вых}}^2} \delta u_{\text{вх}} = a \delta u_{\text{вх}};$$

$$L_{\text{вх}} = \tilde{L}_{\text{вх}} + \delta L + \omega_{\text{з}} \delta t_{\text{вх}} = \tilde{L}_{\text{вх}} + \delta L + \omega_{\text{з}} \delta u_{\text{вх}} \frac{r_{\text{вх}}}{V_{\tau\,\text{вх}}} =$$

$$= \tilde{L}_{\text{вх}} + \delta L + K_{L_{\text{вх}}} \delta u_{\text{вх}};$$

$$L_{\text{вых}} = \tilde{L}_{\text{вых}} + \delta L + \omega_{\text{з}} \delta t_{\text{вых}} = \tilde{L}_{\text{вых}} + \delta L + \omega_{\text{з}} \delta u_{\text{вых}} \frac{r_{\text{вых}}}{V_{\tau\,\text{вых}}} =$$

$$= \tilde{L}_{\text{вых}} + \delta L + K_{L_{\text{вых}}} \delta u_{\text{вых}};$$

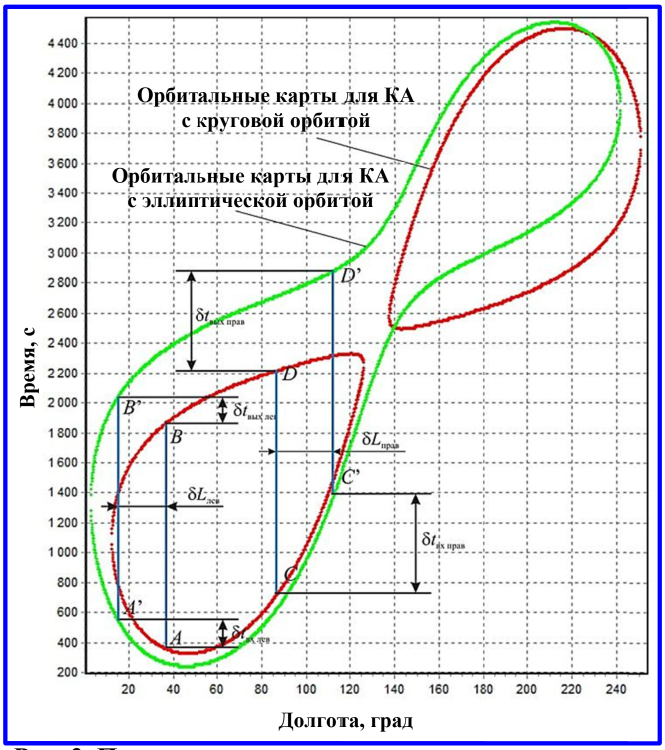

Рис. 3. Принцип определения границ дуг видимости для КА с эллиптической орбитой

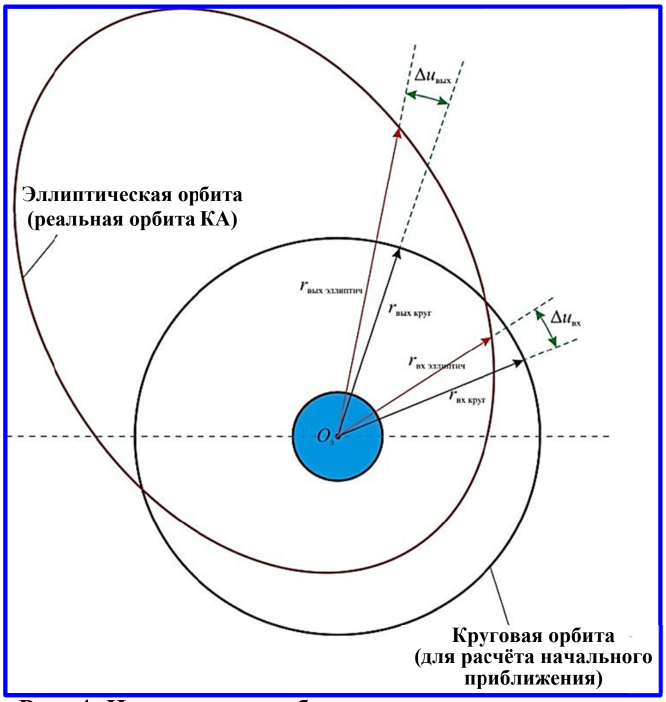

Рис. 4. Начальное приближение при определении границ дуг видимости для КА с эллиптическими орбитами

$$\rho_{\text{вх}} = \tilde{\rho}_{\text{вх}} + \delta\rho_{\text{вх}} = \tilde{\rho}_{\text{вх}} + k_{\rho_{\text{вх}}} \delta\rho_{\text{вх}};$$

$$\rho_{\text{вых}} = \tilde{\rho}_{\text{вых}} + \delta\rho_{\text{вых}} = \tilde{\rho}_{\text{вых}} + k_{\rho_{\text{вых}}} \delta\rho_{\text{вых}};$$

$$k_{\rho} = \frac{R_{\text{з}} \cos\delta}{\sqrt{r^2 - R_{\text{з}}^2 \cos^2\delta}} \frac{V_r}{V_\tau},$$

где r – радиус орбиты КА в текущий момент времени; k_ρ – коэффициент, связывающий величины $\delta\rho$ и δu; V_r и V_τ – радиальная и трансверсальная составляющие скорости КА в текущий момент времени; δ – угол места.

Подставив приведенные соотношения в уравнение (1), можно получить следующую систему трансцендентных уравнений:

$$\begin{cases} A\sin(\tilde{u}_{\text{вх}}+\delta u_{\text{вх}})+B\sin(\tilde{u}_{\text{вх}}+\delta u_{\text{вх}})\times \\ \times\sin(\tilde{L}+\delta L+K_{L_{\text{вх}}})+C\cos(\tilde{u}_{\text{вх}}+\delta u_{\text{вх}})\times \\ \times\cos(\tilde{L}+\delta L+K_{L_{\text{вх}}})=\cos(\tilde{\rho}_{\text{вх}}+k_{\rho_{\text{вх}}}\delta u_{\text{вх}}); \\ A\sin(\tilde{u}_{\text{вых}}+\delta u_{\text{вых}})+B\sin(\tilde{u}_{\text{вых}}+\delta u_{\text{вых}})\times \\ \times\sin(\tilde{L}+\delta L+K_{L_{\text{вых}}})+C\cos(\tilde{u}_{\text{вых}}+\delta u_{\text{вых}})\times \\ \times\cos(\tilde{L}+\delta L+K_{L_{\text{вых}}})=\cos(\tilde{\rho}_{\text{вых}}+k_{\rho_{\text{вых}}}\delta u_{\text{вых}}). \end{cases}$$

Применив формулы разложения синуса и косинуса суммы и разности углов, приняв, что

$$\sin\delta u_{\text{вх}}=\delta u_{\text{вх}};\ \cos\delta u_{\text{вх}}=\delta u_{\text{вх}};$$
$$\sin\delta L=\delta L;\ \cos\delta L=\delta L,$$

и проведя ряд преобразований, получаем новую систему линейных уравнений относительно $\delta u_{\text{вх}}$ и δL:

$$\begin{cases} \delta u_{\text{вх}}K_{\text{вх}_1}+K_{\text{вх}_2}=\delta LK_{\text{вх}_3}, \\ \delta u_{\text{вх}}K_{\text{вых}_1}+K_{\text{вых}_2}=\delta LK_{\text{вых}_3}, \end{cases}$$

где $K_{\text{вх}_1}=A\cos\tilde{u}_{\text{вх}}+B\sin\tilde{u}_{\text{вх}}\cos\tilde{L}_{\text{вх}}K_{L_{\text{вх}}}+B\cos\tilde{u}_{\text{вх}}\sin\tilde{L}_{\text{вх}}-$
$-C\cos\tilde{u}_{\text{вх}}\sin\tilde{L}_{\text{вх}}K_{L_{\text{вх}}}-C\sin\tilde{u}_{\text{вх}}\cos\tilde{L}_{\text{вх}}+\sin\tilde{\rho}_{\text{вх}}K_{\rho_{\text{вх}}}$;

$$K_{\text{вх}_2}=A\sin\tilde{u}_{\text{вх}}+B\sin\tilde{u}_{\text{вх}}\sin\tilde{L}_{\text{вх}}+C\cos\tilde{u}_{\text{вх}}\cos\tilde{L}_{\text{вх}}-\cos\tilde{\rho}_{\text{вх}};$$

$$K_{\text{вх}_3}=-B\sin\tilde{u}_{\text{вх}}\cos\tilde{L}_{\text{вх}}+C\cos\tilde{u}_{\text{вх}}\sin\tilde{L}_{\text{вх}};$$

$$K_{\text{вых}_1}=a(A\cos\tilde{u}_{\text{вых}}+B\sin\tilde{u}_{\text{вых}}\cos\tilde{L}_{\text{вых}}K_{L_{\text{вых}}}+B\cos\tilde{u}_{\text{вых}}\sin\tilde{L}_{\text{вых}}-$$
$$-C\cos\tilde{u}_{\text{вых}}\sin\tilde{L}_{\text{вых}}K_{L_{\text{вых}}}-C\sin\tilde{u}_{\text{вых}}\cos\tilde{L}_{\text{вых}}+\sin\tilde{\rho}_{\text{вых}}K_{\rho_{\text{вых}}});$$

$$K_{\text{вых}_2}=A\sin\tilde{u}_{\text{вых}}+B\sin\tilde{u}_{\text{вых}}\sin\tilde{L}_{\text{вых}}+C\cos\tilde{u}_{\text{вых}}\cos\tilde{L}_{\text{вых}}-\cos\tilde{\rho}_{\text{вых}};$$

$$K_{\text{вых}_3}=-B\sin\tilde{u}_{\text{вых}}\cos\tilde{L}_{\text{вых}}+C\cos\tilde{u}_{\text{вых}}\sin\tilde{L}_{\text{вых}}.$$

Полученные уравнения позволяют рассчитывать последовательно улучшаемые значения $u_{\text{вх}}$, $u_{\text{вых}}$, $L_{\text{вх}}$ и $L_{\text{вых}}$.

Заключение

Таким образом, разработан математический аппарат, при помощи которого возможно решение важной прикладной задачи по расчёту интервалов наблюдения космических объектов наземными оптическими и оптико-электронными средствами.

На основе предлагаемого метода разработан специализированный программный комплекс, на базе которого были проверены полученные аналитические выражения путём сравнения с численными вычислениями. Вошедшие в комплекс алгоритмы показали высокую точность, оперативность и хорошую сходимость построенных итерационных процессов.

Литература

1. Можаев Г. В. Синтез орбитальных структур спутниковых систем / Г. В. Можаев. – М. : Машиностроение, 1989. – 303 с.
2. Саульский В. К. Использование «следограмм» для расчёта периодичности землеобзора/ В. К. Саульский // Исследование Земли из космоса. – М. – 1994 – № 2. – С. 65 – 74.
3. Власов С. А. Теория полёта космических аппаратов: учебное пособие/ С. А. Власов, П. А. Мамон. – СПб. : ВКА имени А.Ф. Можайского, 2007. – 435 с.
4. Разумный Ю. Н. К оптимизации проектно-баллистических параметров спутниковых систем периодического землеобзора / Ю. Н. Разумный // Исследование Земли из космоса. – М. – 1993 – № 1. – С. 48 – 58.
5. Применение орбитальных карт в методе оперативного расчета показателей качества систем разноорбитных космических аппаратов / В. И. Горбулин, Л. П. Зозуля, В. А. Чернявский // Тр. всеармейской научно-практическая конференция. – 2008. – С. 202 – 208.
6. Использование орбитальных карт для разработки метода расчёта показателей качества спутниковых систем при обзоре широтных поясов Земли / В. И. Горбулин, Л. П. Зозуля, В. В. Панченко, В. А. Чернявский // Информация и космос. – 2009. – № 4. – С. 66 – 74.
7. Динамика и принципы построения орбитальных систем космических аппаратов / К. Н. Баринов, М. Н. Бурдаев, П. А. Мамон. – М. : Машиностроение, 1975. – 270 с.
8. Баринов К. Н., Мамон П. А. Теория полёта космических аппаратов. Часть 2 / К. Н. Баринов, П. А. Мамон. – МО СССР. – 1974. – 346 с.

Поступила в редакцию 18.12.2012

Владимир Иванович Горбулин*, д-р техн. наук, профессор, т. (812) 347-97-22, e-mail: v_gorbulin@mail.ru.*
Людмила Петровна Зозуля*, канд. техн. наук, доцент кафедры, т. (812) 347-95-89.*
Дмитрий Леонидович Каргу*, канд. техн. наук, нач. кафедры, доцент, т. (812) 347-97-22.*
Евгений Валерьевич Котяшов*, канд. техн. наук, зам. начальника управления-нач. отдела, т. (812) 347-97-21, e-mail: kev246@mail.ru.*
Владимир Александрович Чернявский*, нач. лаборатории – старший научн. сотрудник, т. (812) 347-97-21, e-mail: vachernyavsky@gmail.com.*