УДК 681.513.5

МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО БЫСТРОДЕЙСТВИЯ

В.В. Карагодин, В.А. Горин, Е.П. Вишняков
(*Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского*)

Синтез оптимальных по быстродействию систем относится к важнейшим задачам теории автоматического управления. Существует немало нерешённых актуальных и сложных проблем, связанных с разработкой прикладных численных методов, определяющих возможности практического использования теории оптимального управления. При реализации численных методов возникает проблема сходимости итерационного процесса к искомому решению. Предложен метод целенаправленного выбора начальных значений переменных для итерационных вычислительных схем решения оптимизационных задач.

Ключевые слова: *принцип максимума, оптимальное по быстродействию управление, итерационный процесс, численные методы, начальное приближение, сходимость.*

В настоящее время выдвигаются принципиально новые требования к автоматизации. Процессы управления должны проходить за минимальное время, с наименьшей затратой топлива, энергии и т. д. В связи с этим, а также учитывая, что современный уровень развития вычислительной и микропроцессорной техники позволяет реализовать практически любые законы управления техническими объектами, значительный интерес представляют оптимальные законы управления, обеспечивающие наибольшую эффективность процессов регулирования.

Важным шагом в постановке и решении общей задачи управления является выбор критерия оптимальности. Этот выбор является неформальным актом, он не может быть предписан какой-либо теорией, а целиком определяется содержанием задачи.

Особое место в теории оптимального управления занимает проблема предельного быстродействия. Время перевода объекта из одного режима в другой зачастую является одним из основных показателей качества системы управления. Наряду с этим системы оптимального быстродействия, кроме обеспечения минимума времени переходного процесса, в ряде случаев обеспечивают высокую динамическую точность. Такие системы могут оказаться близкими к оптимальным и по другим критериям, но обеспечивают по сравнению с ними дополнительный выигрыш, минимизируя время переходного процесса.

Из всех методов нахождения оптимальных управлений для решения задач предельного быстродействия для широкого класса объектов наибольшее применение получил принцип максимума Л.С. Понтрягина [1, 2].

Принцип максимума определяет необходимые условия оптимальности управления для нелинейных управляемых систем, а для линейных систем – необходимые и достаточные. Он распространяется и на случай, когда на координаты состояния системы накладываются ограничения типа неравенств.

Задача оптимального по быстродействию управления в общем случае может быть сформулирована следующим образом.

Пусть объект управления описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1,\ ...,\ x_n,\ u_1,\ ...,\ u_r),\ i=\overline{1,n} \qquad (1)$$

или в векторной форме

$$\frac{dx}{dt} = f(x,u),$$

где $x = \{x_i,\ i=\overline{1,n}\}$ – n-мерный вектор фазового состояния объекта; $u = \{u_j,\ j=\overline{1,r}\}$ – r-мерный вектор управления.

При этом предполагается, что управления $u_j(t)$ являются кусочно-непрерывными функциями времени и принимают значения из некоторой замкнутой области U (области ограничений) r-мерного пространства управлений, определяемой как

$$U = \{u(t) : |u_j(t)| \le u_{mj},\ j=\overline{1,r}\}.$$

Функции $f_i(x,\ u)$ непрерывны по всем аргументам и имеют непрерывные частные производные по зависимым переменным x_i.

Среди допустимых управлений требуется определить управление $u(t)$, переводящее объект (1) из начального положения x^0 в область достижимых состояний R за минимально возможное время, т. е. минимизирующее функционал

$$J(x,u)=\int_{t_0}^{t_k} dt = t_k - t_0 = T_k \to \min.$$

В таком общем виде задача нахождения алгоритма управления не всегда имеет приемлемые решения. В связи с этим при решении сформулированной задачи оптимального быстродействия ограничимся рассмотрением важных не только для теории, но и для практики стационарных линейных объектов и нелинейных объектов, содержащих безынерционные звенья с монотонными характеристиками. При этом будем полагать, что на входе объекта управления имеется одна переменная $u(t)$ (т. е. одно управляющее воздействие). В качестве области R будем рассматривать начало координат фазового пространства (задача о регуляторе, оптимальном по быстродействию).

В случае линейных стационарных объектов управления их движение описывается системой линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\frac{dx_i}{dt}=\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + b_i u,\ i=\overline{1,n}. \qquad (2)$$

В векторной форме система (2) будет иметь вид

$$\frac{dx}{dt}=Ax+Bu, \qquad (3)$$

где состояние объекта $x=\{x_i,\ i=\overline{1,n}\}$ – n-мерный вектор; управление u ограничено по величине $|u| \le u_m$; матрица системы A – постоянная матрица размера $n \times n$; матрица коэффициентов при управляющих функциях B – постоянная матрица – столбец размера $n \times 1$.

Считаем, что система (3) нормальна и оптимальное по быстродействию управление существует. В этом случае оптимальное по быстродействию управление единственно и является кусочно-постоянным [2, 3].

В случае нелинейных объектов управления их поведение описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx_i}{dt}=f_i(x_1,\ \ldots,\ x_n)+b_i u,\ i=\overline{1,n}, \qquad (4)$$

где управление u ограничено по величине $|u| \le u_m$; функции $f_i(x)$ непрерывны относительно $x(t)$; частные производные $\dfrac{df_i}{dx_k}$ (для $i,\ k=\overline{1,n}$) непрерывны относительно $x(t)$ и не меняют знака во всём диапазоне областей допустимых состояний Q и допустимых управляющих воздействий U.

К такому классу объектов относятся объекты, структурные схемы которых состоят из последовательно включённых монотонных нелинейностей и линейных динамических звеньев. Для них справедливы все выводы, сделанные для линейных объектов [4].

Считаем, что для рассматриваемых объектов оптимальное по быстродействию управление существует, единственно и является кусочно-постоянным [2, 3].

Оптимальное управление может определяться как функция времени (задача расчёта оптимальной программы) $u = u(t)$ или как функция координат состояния системы (задача регулярного синтеза оптимального управления) $u = u(x)$. В дальнейшем будем рассматривать первую из этих задач – задачу расчёта оптимальной программы, которая представляет интерес и как самостоятельная задача, и как первый и неизбежный этап задачи синтеза системы управления.

Принцип максимума позволяет трансформировать исходную задачу к решению двухточечной краевой задачи, получение которого представляет значительную сложность и требует применения численных методов, за исключением некоторых объектов второго и третьего порядка [3, 5, 6].

Численные методы являются основным инструментом решения современных прикладных задач. Аналитическое решение той или иной задачи (в виде формульных соотношений) является скорее исключением, нежели правилом в силу сложного и приближённого характера исследуемых моделей. Проблема оптимизации (модификации, модернизации) вычислительных методов является актуальной и определяет перспективу дальнейшего развития численного анализа.

Для решения рассматриваемой краевой задачи может быть использован один из известных подходов.

Первый подход [3, 5, 7] связан с совместным решением дифференциальных уравнений объекта управления и уравнений для сопряжённых переменных $\psi(t)$:

$$\dot{x}_i = f_i(x,u);$$

$$\dot{\psi}_i = -\sum_{j=0}^{n} \frac{df_i(x,u)}{dx_i}\psi_j, \ i = \overline{1,n}. \qquad (5)$$

Задача практически сводится к определению x и ψ, удовлетворяющих системе (5).

При этом функция $u = u(t, x, \psi)$ в каждый момент определяется из условий максимума функции Гамильтона:

$$H(x, \psi, u) = \psi f(x, u) \to \max,$$

которая рассматривается как функция аргумента u при фиксированных значениях ψ, x.

Решение системы (5) должно удовлетворять $2n$ условиям $x_i(t_0) = x^0_i$, $x_i(T_к) = x^к_i$.

При практическом применении данного метода приходится сталкиваться со значительными трудностями, связанными со сложностью определения начального приближения вектора $\boldsymbol{\psi}(t_0) = \boldsymbol{\psi}^0$ сопряжённой системы и направления его изменения, с тем, чтобы траектория приближалась при последующих итерациях к заданной точке пространства $x_i(T_к) = x_{iк}$.

С этими же трудностями приходится сталкиваться и при сведении краевой задачи к задаче отыскания нулей некоторых функций $F(\psi)$ [5, 6].

В случае, когда может быть найдено общее решение, которое можно представить в виде

$$x_i = x_i(t, C_1, C_2, \ldots, C_{2n});$$
$$\psi_i = \psi_i(t, C_1, C_2, \ldots, C_{2n}), \ i = \overline{1,n}.$$

где $C_1, C_2, \ldots, C_{2n}$ – произвольные постоянные, для нахождения решения краевой задачи также требуется соответствующим образом выбрать произвольные постоянные.

Таким образом, успех решения краевой задачи определяется, в первую очередь, удачным выбором первого приближения, которое гарантировало бы сходимость итерационного процесса.

Второй подход заключается в определении длительностей интервалов знакопостоянства управляющего воздействия (моментов переключения), исходя из знания структуры управления [4, 5, 7].

В этом случае используется непрерывность решений дифференциальных уравнений, описывающих движение объекта управления, т. е. непрерывность изменения координат объекта при переключении знака релейного управляющего сигнала.

Используя метод припасовывания и учитывая смену знака управляющего воздействия, можно получить трансцендентную алгебраическую систему уравнений относительно длительностей интервалов управления $t_j (j = 1, 2, ..., k, ...)$:

$$F_i(x^0_i, x^к_i, t_1, t_2, ..., t_j, ..., u_m \mathrm{sign} u_1) = 0,$$

где $\mathrm{sign} u_1$ – знак управляющего воздействия на первом интервале $i = \overline{1,n}.$

Задача отыскания оптимального управления в этом случае сводится к решению нелинейной алгебраической системы n уравнений относительно длительностей интервалов t_j. В общем случае эта система уравнений может быть решена одним из численных методов. Для её решения необходимо иметь начальное (нулевое) приближение неизвестных t_1^0, t_2^0, …, t_j^0, обеспечивающее сходимость используемых для решения численных методов. Однако получение такого начального приближения представляет собой также трудную задачу.

Таким образом, и в том и в другом случае возникает необходимость использования численных методов, успех применения которых во многом зависит от удачного выбора начального (нулевого) приближения неизвестных: будь то сопряжённые переменные ψ^0_i, произвольные постоянные C_i или длительности интервалов управления t_i (моменты переключения управляющего воздействия). Выбор же такого начального (нулевого) приближения, которое гарантировало бы сходимость решения, сделать довольно трудно, что существенно затрудняет практическое использование оптимального управления.

Имеющиеся рекомендации по выбору начального приближения, как следует из известной нам литературы [1, 4], не привели к приемлемым для практического использования результатам.

Решить проблему выбора начального приближения позволяет предложенный авторами метод последовательных опорных решений [5, 7].

Пусть для сложного управляемого объекта, поведение которого описывается системой дифференциальных уравнений

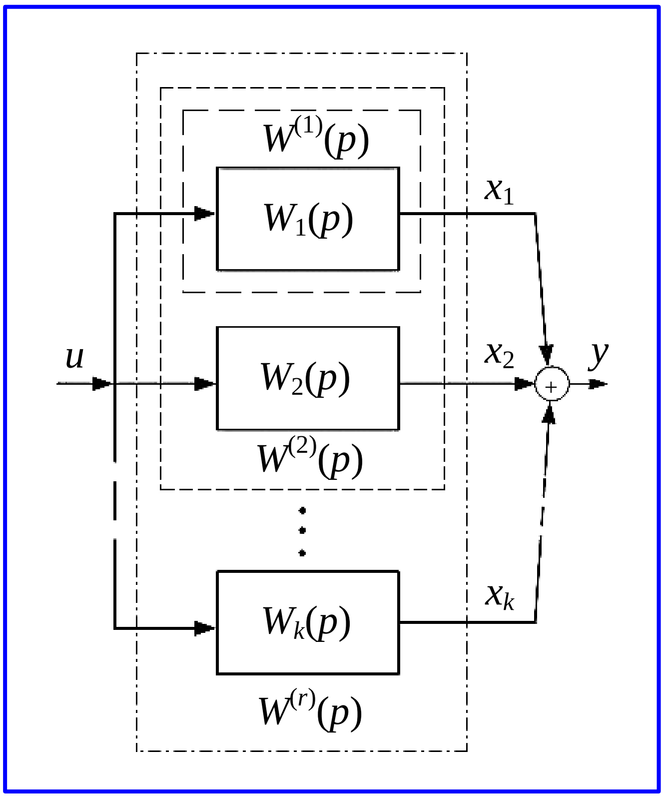


Рис. 1. Представление объекта оптимизации

$$\dot{x} = f(x,u),$$

где x – вектор фазовых координат; $u : |u| \le u_m$ – ограниченное управляющее воздействие, требуется определить оптимальное по быстродействию управление, переводящее его из произвольного начального положения $x(t_0) = x^0$ в конечное $x(t_к) = x^к$.

Будем считать, что процедура нахождения оптимального управления для объекта управления известна и может быть реализована на основе одного из рассмотренных выше подходов и сводится к построению последовательности приближений, которая при некоторых предположениях сходится к решению и строится рекуррентно.

Эту процедуру обозначим оператором $S(\alpha)$, который определён в шаре $\|\alpha - \alpha_0\| < R$ некоторого B-пространства $L(\alpha_0 \in L)$.

Задаваясь произвольными элементами $(\alpha_0 \in L)$ – начальным приближением, строится последовательность $\{\alpha^r\}$ приближённых решений:

$$\alpha^{r+1} = S(\alpha^r),$$

которая при определённых условиях сходится к решению $\alpha = \alpha^*$, однозначно определяющему для x^0 оптимальное управление $u = u(\alpha^*)$, где $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_l\}$ – l-мерный вектор неизвестных; $l \ge n$; n – порядок объекта управления.

Сходимость последовательности обеспечивается соответствующим выбором оператора S и начального приближения α^0.

Наиболее сложным вопросом является выбор начального приближения неизвестных.

Метод последовательных опорных решений позволяет провести целенаправленный поиск нулевого приближения неизвестных $\alpha^0 = \left\{\alpha_1^0 \alpha_1^0\right\}$ в процессе решения задачи.

Воспользовавшись для описания объекта управления понятиями передаточной функции и структурной схемы, представим сложный объект с передаточной функцией $W(p)$ в виде параллельного соединения k простых структур или их сочетаний $k \le n$ (рис. 1).

В качестве простых структур следует использовать динамические звенья первого или второго порядка или их соединения.

Из числа этих структур выбирается опорная структура с передаточной функцией $W_1(p) = W^{(1)}(p)$.

Под опорной структурой будем понимать структуру из числа простых структур, оказывающую наибольшее влияние на длительность переходного процесса объекта управления, и для которой нахождение оптимального управления не представляет особых сложностей.

Исходя из приведённого определения, при выборе опорной структуры следует исходить из степени влияния этой структуры на длительность переходного процесса. Такую оценку можно сделать, исходя из значений параметров динамических звеньев (постоянных времени) и (или) начальных значений фазовых координат.

Процедуру нахождения оптимального управления по переводу объекта $W_1(p)$ из положения $x^{(1)}(t_0) = x^{0(1)}$ в $x^{(1)}(t_к) = x^{к(1)}$, которую считаем также известной, обозначаем оператором $S^{(1)}(\alpha^{(1)})$, определённым в шаре $\|\alpha^{(1)} - \alpha_0^{(1)}\| < R^{(1)}$ некоторого B-пространства $L(\alpha_0^{(1)} \in L)$ и позволяющим, начиная с начального приближения $\alpha_0^{(1)}$, построить последовательность приближённых решений:

$$\alpha_{j+1}^{(1)} = S^{(1)}(\alpha_j^{(1)}).$$

В дальнейшем будем считать, что все используемые операторы $S^{(i)}(\alpha^{(i)})$ также определены в шаре $\|\alpha^{(i)} - \alpha_0^{(i)}\| < R^{(i)}$ некоторого B-пространства $L(\alpha^{(i)} \in L)$.

Оператор $S^{(1)}(\alpha^{(1)})$ назовём оператором первого опорного решения.

Выбор начального приближения $\alpha_0^{(1)}$ для реализации оператора $S^{(1)}$, очевидно, особой трудности не представляет, поскольку оператор $S^{(1)}$ – это процедура нахождения неизвестных $\alpha^{(1)}$, которая может быть представлена, как правило, в виде аналитического решения.

Результат выполнения оператора первого опорного решения будет являться первым опорным решением $\alpha^{(1)}$, которое определяет оптимальное управление по переводу объекта $W^{(1)}(p)$ из положения $x^{(1)}(t_0) = x^{0(1)}$ в $x^{(1)}(t_к) = x^{к(1)}$.

Полученный результат $\alpha^{(1)}$, представляющий собой первое опорное решение, далее используется в качестве начального приближения для реализации оператора второго опорного решения $S^{(2)}(\alpha^{(2)})$, определяющего оптимальное управление по переводу объекта $W^{(2)}(p)$ из $x^{(2)}(t_0)$ в положение $x^{(2)}(t_к)$. Объект $W^{(2)}(p)$ представляет собой соединение опорной структуры $W^{(1)}(p)$ с одной или несколькими структурами из оставшихся простых структур.

Поскольку в общем случае размерность оператора второго опорного решения $S^{(2)}$ больше размерности оператора первого опорного решения $S^{(1)}$, то $\alpha^{(1)}$ не определяет начальное приближение для всех $\alpha^{(2)} = \{\alpha^{(1)}, \Delta^{(1)}\}$. Начальное приближение для остальных неизвестных $\Delta^{(1)} = \left\{\alpha^{(n_1+1)}, \ldots, \alpha^{n_1+n_2}\right\}$ требуется определить дополнительно.

Методики выбора недостающих приближений $\Delta^{(i)}$ подробно рассмотрены в [5].

Результат выполнения оператора $\alpha^{(2)}$ будет являться вторым опорным решением, которое будет использоваться в качестве начального приближения для реализации оператора третьего опорного решения $S^{(3)}(\alpha^{(3)})$ и т. д.

В результате выполнения оператора $(r-1)$-го опорного решения $S^{(r-1)}$ будет получено $(r-1)$-е опорное решение, которое используется в качестве начального приближения для выполнения оператора r-го опорного решения $S^{(r)} = S$. Оператор r-го опорного решения $S^{(r)} = S$ представляет собой процедуру нахождения оптимального управления для исходного объекта, а решение $\alpha^{(r)}$ определяет само оптимальное управление.

Таким образом, последовательно усложняя структуру объекта, находится начальное приближение для определения оптимального управления исходным объектом.

На основании вышеизложенного итерационный алгоритм метода последовательных опорных решений может быть представлен в виде

$$\alpha^{(k+1)} = S^{(k+1)}(\alpha^{(k)}, \Delta^{(k)}),\ k = 1, 2, \ldots, r; \qquad (6)$$

где $\alpha^{(k)}$ – начальные приближения, полученные в результате выполнения k-го оператора $S^{(k)}$; $\alpha^{(k)} = \{\alpha_1^{(k)}, \alpha_2^{(k)}, \ldots, \alpha_j^{(k)}, \ldots\}$; $\Delta^{(k)}$ – недостающие начальные приближения на $(k+1)$-м шаге.

Недостающие приближения неизвестных $\Delta^{(k)}$ необходимо определять дополнительно.

Как показано в [5], значения недостающих приближений неизвестных $\Delta^{(k)}$ могут быть определены достаточно просто, если учесть реальные свойства присоединяемых структур.

А поскольку присоединяемыми структурами, как правило, являются динамические звенья первого или второго порядка, то значения недостающих приближений неизвестных $\Delta^{(к)}$ удаётся определить достаточно близкими к оптимальным значениям [8, 9].

Так, при определении оптимального управления как функции времени $u(t)$ недостающие приближения неизвестных достаточно просто удаётся выбрать при решении задач перенастройки (переориентации) неосциллирующих объектов (для них справедлива теорема об n-интервалах), для которых характерно значительное изменение за время управления лишь одной координаты системы (как правило, выходной), при этом остальные координаты изменяются незначительно.

Для таких объектов оптимальное по быстродействию управление, в соответствии с теоремой об n-интервалах, имеет не более n-интервалов управления независимо от положения начальной и конечной точек, следовательно, система нелинейных алгебраических уравнений относительно длительностей интервалов управления для исходного объекта имеет порядок n.

По мере усложнения структуры объекта на этапах выполнения операторов опорных решений присоединяемыми структурами являются апериодические звенья первого порядка. Очередность их присоединения определяется влиянием этих звеньев на длительность управления, т. е. величиной постоянной времени. В первую очередь присоединяется апериодическое звено с максимальной постоянной времени T_i. Несложно показать, что в этом случае недостающее начальное приближение длительности последнего интервала управления необходимо выбирать равным $t_j^0 \approx 0{,}693T_i$.

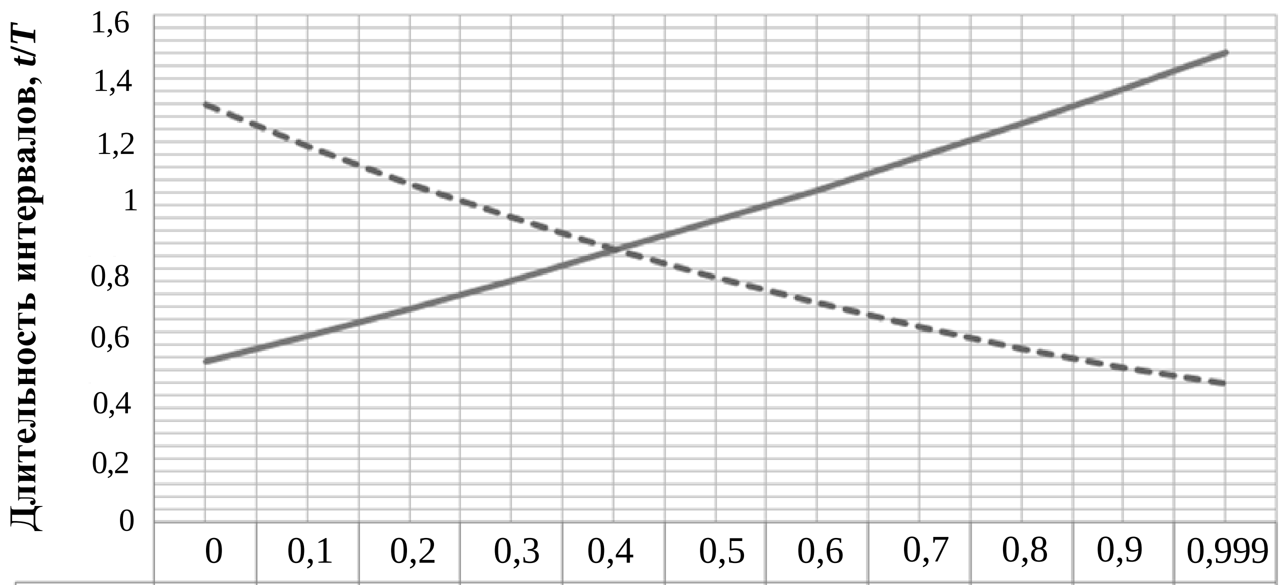
Если учесть, что в реальных объектах (системах) обычно одна-две постоянные времени значительно больше остальных постоянных времени, то в задачах перенастройки (переориентации) ряд промежуточных операторов опорных решений удаётся исключить, принимая в качестве следующей опорной структуры структуру оставшейся части объекта (несколько параллельно соединённых апериодических звеньев первого порядка). В этом случае в качестве начального приближения для недостающих переменных $\Delta^{(j)} = \{t_i^0, \ldots, t_n^0\}$ следует выбирать $\Delta^{(j)} = \{T_i, \ldots, T_{n-1}, 0{,}7T_n\}$.

Для осциллирующих объектов, для которых теорема об n-интервалах не применима, получить систему алгебраических уравнений относительно длительности интервалов оптимального управления сложно из-за незнания количества интервалов управления. Преодолеть эту трудность позволят доказанные в [5, 6] теоремы о числе интервалов управления для одиночного гармонического осциллятора и теорема о числе интервалов управления объектом, содержащим присоединённый гармонический осциллятор.

При реализации метода последовательных опорных решений по мере усложнения структуры объекта на этапах выполнения операторов опорных решений присоединяемыми структурами для осциллирующих объектов, наряду с апериодическими звеньями первого порядка, присоединяемыми структурами являются колебательные (гармонический осциллятор с демпфированием) или консервативные (гармонический осциллятор) звенья. Получить какие-либо аналитические соотношения, позволяющие выбрать начальные приближения длительностей интервалов управления, определяемые параметрами присоединяемых гармонических осцилляторов, не удаётся. В связи с этим для определения начальных приближений длительностей интервалов управления в соответствии с рекомендациями [5] следует использовать зависимости длительностей интервалов управления $t_j(\zeta)$, $t_{j+1}(\zeta)$ по переводу колебательного звена

$$W_j(p) = \frac{k_j}{T_j^2 p^2 + 2\zeta_j T_j\, p + 1},$$

где k_j – коэффициент передачи j-го звена; T_j –



	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,999
t_1	0,5054	0,5881	0,6739	0,7629	0,855	0,9504	1,0492	1,1516	1,2579	1,3681	1,4812
t_2	1,3181	1,1869	1,0683	0,9605	0,862	0,7719	0,6899	0,6154	0,5482	0,4884	0,436

Коэффициент демпфирования

Рис. 2. Зависимости длительностей интервалов t_1, t_2 оптимального управления колебательным звеном от коэффициента демпфирования

постоянная времени j-го звена; ζ_j – коэффициент демпфирования j-го звена из точки ($k_j u$, 0) в точку (0, 0), представленные на рис. 2 ($t_j(\zeta) = t_1$, $t_{j+1}(\zeta) = t_2$). В этом случае длительности интервалов управления не зависят ни от коэффициентов передачи k_j, ни от величины управления u_m, а зависят только от величины постоянной времени T_j и коэффициента демпфирования ζ_j j-го колебательного звена.

Рассмотренные рекомендации позволяют обеспечить хорошие начальные приближения неизвестных (длительностей интервалов) на каждом этапе вычислений, что обеспечивает хорошую сходимость итерационных процессов (вычислительный процесс сходится за 3 … 4 итерации, обеспечивая при этом точность вычислений 10^{-5} … 10^{-7}).

В общем случае не всегда при переходе от одной структуры к другой удаётся удачно выбрать недостающие приближения. Это может быть связано с соотношением параметров звеньев и начальных условий. В этих случаях в качестве следующей структуры может выбираться структура с изменёнными параметрами или другими начальными условиями, для которых могут быть выбраны хорошие начальные приближения. Определение неизвестных, определяющих оптимальное управление для такой структуры, позволит их использовать в качестве начального приближения для исходной структуры или для структуры с истинными начальными условиями. Следует отметить, что таких промежуточных шагов может быть несколько. В этих случаях размерность оператора k-го опорного решения $S^{(k)}$ будет оставаться прежней.

В отличие от известных методов последовательных приближений в предложенном методе последовательных опорных решений в процессе решения происходит изменение порядка и структуры объекта (решаемой системы уравнений), что на наш взгляд и определяет успех применения метода. Практика решения задач расчёта систем, переводящих различные по сложности структуры динамические объекты из одного начального состояния в другое за минимальное время при наличии ограничений на управляющие воздействия, показал его высокую эффективность.

Метод успешно применён к решению задач нахождения оптимального управления линейными объектами методом с использованием сопряжённых переменных, а также к нахождению оптимального по быстродействию управления нелинейными объектами, имеющими в своём составе звено с линейной характеристикой с насыщением.

Метод последовательных опорных решений позволил успешно решить и ряд конкретных технических задач, например, задачу оптимальной по быстродействию переориентации динамического объекта с присоединёнными упругими элементами, задачу нахождения оптимального по быстродействию управления возбуждением синхронного генератора с диодной бесщёточной системой возбуждения.

Литература

1. Моисеев Н. Н. Элементы теории оптимальных систем / Н. Н. Моисеев. – М. : Наука, 1975. – 528 с.
2. Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский. – М. : Гос. издат. физ.-мат. литературы, 1961. – 392 с.
3. Атанс, М. Оптимальное управление / М. Атанс, П. Фалб. – М. : Машиностроение, 1968. – 764 с.
4. Антомонов Ю. Г. Синтез оптимальных систем / Ю. Г. Антомонов. – Киев : Наук. думка, 1972. – 320 с.
5. Карагодин В. В. Метод последовательных опорных решений в задачах оптимального быстродействия / В. В. Карагодин. – МО РФ, 2013. – 144 с.
6. Герасимов А. Н. Построение оптимального по быстродействию управления в задачах переориентации / А. Н. Герасимов, В. В. Карагодин // Приборостроение. – 1989. – № 8. – (Изв. высш. учеб. заведений).
7. Герасимов А. Н. Теория нелинейных автоматических систем. Часть 2 / А. Н. Герасимов, В. В. Карагодин. – МО СССР, 1987. – 205 с.
8. Герасимов А. Н. Оптимальная по быстродействию переориентация объекта с астатизмом второго порядка / А. Н. Герасимов, В. В. Карагодин // Электромеханика. – 1987. – № 8. – С. 59 – 63. – (Изв. высш. учеб. заведений).
9. Герасимов А. Н. Построение оптимального по быстродействию управления в задачах переориентации / А. Н. Герасимов, В. В. Карагодин // Приборостроение. – 1989. – XXXII. – № 8. – С. 9 – 13. – (Изв. высш. учеб. заведений).

Поступила в редакцию 04.06.2013

Владимир Викторович Карагодин*, канд. техн. наук, профессор,*
e-mail: vladimirkar@rambler.ru, т. (812) 347-96-44.
Евгений Павлович Вишняков*, канд. техн. наук, доцент,*
e-mail: vishep82@gmail.com, т. (812) 347-96-44.
Вадим Александрович Горин*, адъюнкт, e-mail: vadim044542010@mail.ru,*
т. (812) 347-96-44.