

## ПРИМЕНЕНИЕ ВЕКТОРНОЙ МОДЕЛИ ОБЗОРА ЗЕМЛИ ДЛЯ АНАЛИЗА ИСЗ НА ИЗОМАРШРУТНЫХ ОРБИТАХ

А.В. Горбунов, В.К. Саульский

*Анализируется работа спутников наблюдения Земли на изомаршрутных орбитах, для которых трасса ИСЗ на земной поверхности полностью повторяется через фиксированные промежутки времени – периоды изомаршрутности. Подавляющее большинство спутников дистанционного зондирования Земли запускается на такие орбиты. Для анализа эффективности подобных ИСЗ и орбитальных группировок на их основе нужен метод расчёта, позволяющий определять весь набор перерывов обзора заданной области земного шара в совокупности с частотами их возникновения. С этой целью предлагается использовать недавно введённую векторную модель обзора Земли. Она удобна для разработки указанного метода как в случае односпутниковых, так и многоспутниковых систем любой структуры. В настоящей работе модель уточняется, упрощается и конкретизируется для изомаршрутных орбит. Приводится ряд демонстрационных примеров применения полученного на её базе метода расчёта для известных российских спутников «Канопус-В», «Канопус-В-ИК» и «Метеор-М». Для количественной оценки эффективности использования этих и других ИСЗ наблюдения Земли предлагается и обосновывается комплексный критерий в виде функции, зависящей от значений всех перерывов обзора и частот их появления.*

**Ключевые слова:** векторная модель обзора Земли, подмодель, восходящая подмодель, нисходящая подмодель, восходящая сторона орбиты, нисходящая сторона орбиты, шаг-вектор, большой шаг-вектор, эффективный период обзора, изомаршрутная орбита, период изомаршрутности, след, спутниковый узел, односторонний обзор, двусторонний обзор.

### Введение

В работе [1] предложен метод расчёта спутниковых структур, базирующийся на векторной модели обзора Земли. В соответствии с названием она построена при систематическом использовании основных, а потому и наиболее простых и удобных понятий векторной алгебры [2]. Модель может практически применяться как в графическом, так и в аналитическом виде. Оба приводят к одинаковым результатам.

Модель предназначена служить основой для разработки алгоритмов расчёта, обеспечивающих вычисление полной совокупности перерывов обзора и их частот, возникающих в процессе наблюдения заданных широтных поясов Земли со спутников. Модель пригодна для любых односпутниковых и многоспутниковых систем с произвольно выбранной структурой, т. е. взаиморасположением ИСЗ.

В настоящей статье модель корректируется, упрощается и конкретизируется для важнейшего типа орбит: изомаршрутных орбит (ИМО). Для ИМО трассы спутников целиком повторяются через одни и те же интервалы времени, которые можно называть «периодами изомаршрутности». ИМО наиболее часто применяются для спутников дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) в России и за рубежом.

В статье имеется ряд ссылок на материалы и иллюстрации предыдущей работы [1]. Вместе с тем в интересах облегчения восприятия нового изложения модели, свободного от ранее допущенных недочётов и нацеленного именно на ИМО, даётся полный (законченный) состав всех необходимых формул, вычислительных процедур, условий и рекомендаций по использованию предлагаемого ме-

тода расчёта перерывов обзора и их частот для спутников и спутниковых группировок на изомаршрутных орбитах.

Для наглядной демонстрации практической направленности содержания статьи приводится ряд примеров расчётов для широко известных российских спутников ДЗЗ: «Канопус-В», «Канопус-В-ИК» и «Метеор-М».

### 1. Векторная модель односпутникового одностороннего обзора

Простейшим видом обзора Земли служит односпутниковый односторонний, реализуемый, как вытекает из его наименования, на какой-либо одной стороне орбиты ИСЗ: восходящей или нисходящей. Поэтому описание векторной модели лучше всего начать с этого вида. В [1] на рис. 1 представлен принципиальный вид этой модели. В ней на бесконечной координатной плоскости  $xOy$  маленькими кругами изображены «спутниковые узлы», которые далее чаще всего будут коротко называться «узлами». Каждый узел задаётся радиус-вектором

$$\mathbf{r} = (x; Y), \quad (1)$$

координатами, т. е. проекциями которого на координатные оси служат: 1) абсцисса  $x$ , равная долготе точки пересечения трассы ИСЗ с широтой  $\varphi$ , на которой действует модель; 2) ордината  $Y$ , фиксирующая момент времени пересечения спутником данной широты. Абсцисса  $x$  исчисляется в радианах. Ордината  $Y$  задаётся в виде количества витков орбиты, т. е. числа драконических периодов обращения ИСЗ. В качестве начала координат выбирается любой спутниковый узел, а все остальные уз-

лы отсчитываются от него, полагая обе его координаты нулевыми. Ордината  $Y$  в (1) записана заглавной буквой, чтобы подчеркнуть её целочисленность (которая всегда обеспечивается в случае односпутникового одностороннего обзора).

В отличие от [1], для записи координат вектора  $\mathbf{r}$  и всех других в настоящей статье применяется форма вида (1), в которой абсцисса и ордината заключаются в круглые скобки, внутри которых они разделяются точкой с запятой.

Любой радиус-вектор типа (1) является линейной комбинацией (с некоторыми целочисленными коэффициентами  $W$  и  $Y$ ) от следующей пары векторов базиса, или базисных векторов:

$$\mathbf{r}_0 = (2\pi; 0), \text{ т. е. } x_0 = 2\pi, Y_0 = 0; \quad (2)$$

$$\mathbf{r}_1 = (-l; 1), \text{ т. е. } x_1 = -l, Y_1 = 1, \quad (3)$$

где  $l$  – межвитковое расстояние (сдвиг), выраженное в радианах.

Значит, для произвольно выбранного (спутникового) узла

$$\mathbf{r} = W\mathbf{r}_0 + Y\mathbf{r}_1. \quad (4)$$

Итак, для построения рассматриваемой векторной модели нужно знать единственный параметр – (межвитковый) сдвиг  $l$  [рад].

Главное достоинство излагаемой модели в том, что она позволяет найти все перерывы обзора и их частоты на широте  $\varphi$ , для которой построена модель. Для этого сначала нужно через узлы над исходным узлом в начале координат и через него самого провести горизонтальные отрезки – «следы». Длина «следа» равна участку широты, пересеченному полосой обзора ИСЗ. Вертикальные интервалы между «следами» имитируют перерывы обзора рассматриваемой широты, совпадая с ними по величине.

Длину «следа»  $d(\varphi)$  [рад], проще всего вычислить по приближённой формуле (16) из источника [1], точность которой вполне достаточна для демонстрационных расчётов (приведённых в конце настоящей статьи). Эту формулу удобно переписать в следующем виде:

$$d(\varphi) = a(2\pi - l \cos i) / (2\pi \sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \varphi}) \text{ [рад]}, \quad (5)$$

где  $i$  – наклонение орбиты;  $a$  – полоса обзора ИСЗ [рад], равная  $a = B / r_{\text{mid}}$ ,  $B$  – та же полоса обзора в [км];  $r_{\text{mid}} = 6371$  км – средний радиус Земли.

Разумеется, для точных расчётов потребуется применять более громоздкие способы определе-

ния длины следа  $d(\varphi)$ . Однако записи всех дальнейших формул настоящей статьи при этом не изменяются.

Как показано на рис. 1 в [1], перерывы обзора равны высотам вертикальных заштрихованных «столбиков» над исходным «следом», а частоты перерывов равны отношениям ширин столбиков к длине «следа».

Используя это, в статье [1] выведены формулы для вычисления всех трёх перерывов обзора, которые могут появляться при односпутниковом одностороннем обзоре произвольной широты  $\varphi$ . К ним мы ещё вернёмся, а пока приведём рекуррентную процедуру расчёта так называемых «шаг-векторов»:

$$\mathbf{r}_j = (x_j; Y_j), \quad (6)$$

заимствованную из [1, 3]:

$$M_j = E\left(\begin{matrix} x_{j-1} \\ x_j \end{matrix}\right), \quad \mathbf{r}_{j+1} = \mathbf{r}_{j-1} + M_j \mathbf{r}_j, \quad (7)$$

где  $M_j$  – целочисленные «этапные множители», а принимающая только целые значения функция  $E(z)$  равна своему аргументу  $z$ , когда  $z$  – целое число, или ближайшему снизу к  $z$  целому числу, когда  $z$  не является целым.

Индекс  $j$  определяет номер этапа расчёта, т. е. номер очередного шаг-вектора  $\mathbf{r}_j$ . Шаг-векторы играют ключевую роль в любых направлениях применения векторной модели обзора Земли.

Начальными для процедуры (7) служат базисные шаг-векторы  $\mathbf{r}_0$  и  $\mathbf{r}_1$ , задаваемые в (2) и (3).

Среди всех радиус-векторов (1) шаг-векторы (6) выделяются тем, что они поочередно справа и слева приближаются к оси ординат. Степень приближения усиливается с ростом номера этапа  $j$ . Для изомаршрутной орбиты (ИМО) процедура (7) носит конечный характер, завершаясь на некотором  $(J+1)$ -м этапе, когда очередной шаг-вектор  $\mathbf{r}_{j+1}$  попадает непосредственно на ось ординат, что означает

$$\mathbf{r}_{J+1} = (0; Y_{J+1}). \quad (8)$$

Обозначим  $T = Y_{J+1}$  и назовём  $T$  периодом изомаршрутности. В соответствии с (4) найдётся пара целочисленных коэффициентов  $W_{J+1}$  и  $Y_{J+1}$ , для которых  $\mathbf{r}_{J+1} = W_{J+1} \mathbf{r}_0 + Y_{J+1} \mathbf{r}_1$ . Обозначая  $L = W_{J+1}$ , на основании равенства (8) приходим к выводу, что

$$\mathbf{r}_{j+1} = (0; T) = L\mathbf{r}_0 + T\mathbf{r}_1. \quad (9)$$

Используя (2), (3) и (9), выводим следующее равенство, справедливое для изомаршрутной орбиты:

$$2\pi L = Tl. \quad (10)$$

Аналогично [1] введём новую величину  $e$  по формуле:

$$e = 2\pi / T \quad (11)$$

и назовём её «единицей масштаба», или «единицей измерений» на оси абсцисс. Используя  $e$ , можно привести значения абсцисс всех радиус-векторов, включая шаг-векторы, к целочисленным значениям:

$$X_j = x_j / e. \quad (12)$$

Прежние шаг-векторы  $\mathbf{r}_j$  вида (6) заменяются на «большие шаг-векторы»

$$\mathbf{R}_j = (X_j; Y_j), \quad (13)$$

использование которых для практических расчётов по анализу ИМО оказывается гораздо удобнее, чем  $\mathbf{r}_j$ , благодаря целочисленности обеих координат:  $X_j$  и  $Y_j$ .

Вместо базисных шаг-векторов  $\mathbf{r}_0$  и  $\mathbf{r}_1$  вида (2) и (3) возникают «большие шаг-векторы»  $\mathbf{R}_0$  и  $\mathbf{R}_1$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_0 &= (T; 0), \text{ т. е. } X_0 = T, Y_0 = 0; \\ \mathbf{R}_1 &= (-L; 1), \text{ т. е. } X_1 = -L = -l/e, Y_1 = 1. \end{aligned} \quad (14)$$

Процедура (7) заменяется на следующую:

$$M_j = E\left(\frac{X_{j-1}}{X_j}\right), \quad \mathbf{R}_{j+1} = \mathbf{R}_{j-1} + M_j \mathbf{R}_j, \quad (15)$$

где в качестве начальных «больших базисных шаг-векторов» выступают  $\mathbf{R}_0$  и  $\mathbf{R}_1$  с координатами из (14). Видно, что в процедуре (15) используются лишь два исходных целочисленных параметра: период изомаршрутности  $T$  и  $L$ .  $L$  можно назвать «аналогом (межвиткового) сдвига», поскольку после смены масштаба на оси абсцисс он играет ту же роль, что и настоящий сдвиг  $l$  до этой смены. Учитывая (14) и (11),

$$L = l/e = Tl/(2\pi), \text{ или } l = 2\pi L/T. \quad (16)$$

Итак, пара целых чисел  $T$  и  $L$  полностью определяет векторную модель для ИМО. Ввиду равенства (10) они обязаны быть взаимно простыми, т. е.:

$$\max\text{del}(T, L) = 1, \quad (17)$$

где  $\max\text{del}(G, H)$  определяет наибольший общий делитель целых чисел  $G$  и  $H$ .

В [1] показано, что при односпутниковом одностороннем обзоре на широте  $\varphi$  возникает не более трёх перерывов, расчёт которых выполняется за два шага:

1) Определяются номера этапа  $j$  и подэтапа  $m$  из следующего условия:

$$A_{j-1} - (m-1)A_j \leq D(\varphi) < A_{j-1} - (m-2)A_j, \quad (18)$$

в котором  $m$  может принимать некоторое целочисленное значение в пределах от 1 до  $M_j$ . Через  $A_{j-1}$  и  $A_j$  обозначены абсолютные величины абсцисс  $X_{j-1}$  и  $X_j$  больших шаг-векторов  $\mathbf{R}_{j-1}$  и  $\mathbf{R}_j$ , т. е.

$$A_{j-1} = |X_{j-1}|, \quad A_j = |X_j|. \quad (19)$$

«Большой след»  $D(\varphi)$ , а точнее его длина вычисляется так:

$$D(\varphi) = \frac{d(\varphi)}{e}, \quad (20)$$

где  $d(\varphi)$  рассчитывается по формуле (5), а  $e$  – из (11).

2) Определяются перерывы обзора  $t_1, t_2, t_3$ , и их частоты  $f_1, f_2, f_3$ :

$$t_1 = Y_{j-1} + (m-1)Y_j, \quad f_1 = 1 - (A_{j-1} - (m-1)A_j) / D(\varphi), \quad (21)$$

$$t_2 = Y_{j-1} + mY_j, \quad f_2 = (A_{j-1} - (m-2)A_j) / D(\varphi) - 1; \quad (22)$$

$$t_3 = Y_j, \quad f_3 = 1 - A_j / D(\varphi). \quad (23)$$

После введения единицы  $e$  на оси абсцисс все радиус-векторы (1) заменяются на «большие радиус-векторы»  $\mathbf{R}=(X; Y)$  при  $X=x/e$ . Каждый такой большой радиус-вектор продолжает оставаться линейной комбинацией вида (4), в которой на местах базисных шаг-векторов  $\mathbf{r}_0$  и  $\mathbf{r}_1$  возникают большие базисные шаг-векторы  $\mathbf{R}_0$  и  $\mathbf{R}_1$ , заданные в (14). Отсюда вытекает, что вся координатная плоскость состоит из одинаковых ячеек в виде параллелограммов со сторонами  $\mathbf{R}_0$  и  $\mathbf{R}_1$ . Все узлы векторной

модели обзора Земли находятся в вершинах этих ячеек-параллелограммов.

Векторные модели обладают ещё рядом свойств, кроме описанных в данном разделе. Они имеются в [1], однако для дальнейшего содержания настоящей статьи не представляют особого интереса.

В заключение отметим, что в результате введения новой единицы для измерений на горизонтальной оси фигурирующие на ней проекции векторов исчисляются в количестве [e], где e задаётся формулой (11).

## 2. Векторные модели многоспутникового одностороннего и двустороннего обзора с изомаршрутных орбит

Пусть K – количество ИСЗ в спутниковой системе. Векторная модель спутникового одностороннего обзора широты φ образуется путём объединения K одинаковых односпутниковых односторонних моделей, изложенных в разделе 1. При этом, если в качестве начала координат выбран некоторый (спутниковый) узел ИСЗ с номером k, то очередная t-я по порядку односпутниковая односторонняя модель сдвигается на «вектор сдвига»  $\rho(k, t)$ . Точнее говоря, все узлы t-й модели передвигаются на этот вектор, имеющий следующие координаты для ИМО:

$$\rho(k, t) = (x(k, t); y(k, t)). \quad (24)$$

Заметим, что здесь и далее используются параметры и термины, идентичные с [1], но в ряде случаев имеющие другие значения из-за введения для ИМО единицы измерения на оси абсцисс по формуле (11). Поэтому будут применяться обозначения, не всегда совпадающие с [1].

Координаты вектора сдвига (24) можно вычислить следующим образом:

$$x(k, t) = (\lambda_{k,t} - l + l \frac{\tau_{k,t}}{2\pi}) / e = \lambda_{k,t} / e - L + L \frac{\tau_{k,t}}{2\pi} [e], \quad (25)$$

$$y(k, t) = 1 - \frac{\tau_{k,t}}{2\pi} \quad [\text{витков}], \quad (26)$$

где e определено в (11), а L – в (16).

Координаты  $x(k, t)$  и  $y(k, t)$  вектора сдвига  $\rho(k, t)$  отражают структуру спутниковой системы, которая фиксируется параметрами  $\lambda_{k,t}$  и  $\tau_{k,t}$ ;  $\lambda_{k,t}$  – разность долгот восходящих узлов орбит, выражаемая в радианах;  $\tau_{k,t}$  – разность фаз, измеряемая также в

радианах. Обе разности измеряются от k-го ИСЗ до t-го ИСЗ. В (25) результат получается в количестве единиц [e], а в (26) – в числе [витков].

Векторная модель двустороннего обзора Земли, производимого системой из K спутников на обеих сторонах орбиты (восходящей и нисходящей), образуется путём объединения двух одинаковых K-спутниковых односторонних моделей, рассмотренных выше. Пусть первая из этих моделей состоит из восходящих узлов. Будем её называть «восходящей» моделью. Тогда вторая должна включать только нисходящие узлы. Она станет именоваться «нисходящей». Если же, наоборот, 1-я модель – нисходящая, то вторая обязана быть восходящей.

Предположим сначала, что 1-й моделью служит восходящая. Выберем начало координат в любом из её узлов. Тогда 2-я будет нисходящей и она должна быть смещена относительно 1-й на вектор перехода

$$\rho(\varphi) = (x(\varphi); y(\varphi)), \quad (27)$$

координаты которого, используя формулы из раздела 6 статьи [3] и учитывая единицу масштаба e, можно найти из следующих соотношений:

$$x(\varphi) = (\pi - l/2 - \nu(\varphi)) / e = T/2 - L/2 - \nu(\varphi) / e [e], \quad (28)$$

$$y(\varphi) = 0,5 - \tau(\varphi) \quad [\text{витков}], \quad (29)$$

где  $\tau(\varphi) = \sin^{-1}(\sin \varphi / \sin i) / \pi$  [витков], (30)

$$\nu(\varphi) / e = T \sin^{-1}(\tan \varphi / \tan i) / \pi - L \tau(\varphi) [e]. \quad (31)$$

Теперь пусть в роли 1-й модели выступает нисходящая, а 2-й – восходящая. В этом случае все (восходящие) узлы 2-й модели перемещаются на вектор  $-\rho(\varphi) = (-x(\varphi); -y(\varphi))$ , так как начало координат находится в некотором нисходящем узле.

Оба способа построения итоговой K-спутниковой векторной модели двустороннего обзора Земли на широте φ, в одном из которых начало координат помещается в какой-либо восходящий узел, а в другом – в некоторый нисходящий узел, эквивалентны с точки зрения расчёта перерывов обзора и их частот. Дело в том, что картина узлов, полученная по 1-му способу, полностью совмещается с аналогичной картиной 2-го способа. При этом все восходящие узлы каждого спутника совмещаются с самими собою на картине, построенной по другому способу. То же самое справедливо для нисходящих узлов.

Точно также не зависит вид картины всех узлов от выбора начала координат в любом из узлов произвольно заданного ИСЗ.

Итак, начало координат может быть выбрано в некотором восходящем или нисходящем узле любого ИСЗ, например,  $k$ -го по счёту. Узлы  $t$ -го ИСЗ относительно узлов  $k$ -го ИСЗ перемещаются на «вектор смещения»:

$$\mathbf{p}(k, t, \varphi) = (x(k, t, \varphi); y(k, t, \varphi)), \quad (32)$$

который должен учитывать вектор сдвига (24) и вектор перехода (27).

Вектор смещения вычисляется следующим образом:

$$\mathbf{p}(k, t, \varphi) = \mathbf{p}(k, t) + V \mathbf{p}(\varphi), \quad (33)$$

где  $\mathbf{p}(k, t)$  определяется из (24),  $\mathbf{p}(\varphi)$  – из (27), а параметр  $V$  фиксируется так:

$V = 0$ , если начало координат находится в восходящем узле  $k$ -го ИСЗ и задаётся смещение картины восходящих узлов  $t$ -го ИСЗ;

$V = 0$  и в том случае, когда начало координат находится в нисходящем узле  $k$ -го ИСЗ и задаётся смещение картины нисходящих узлов  $t$ -го ИСЗ;

$V = +1$ , если начало координат находится в восходящем узле  $k$ -го ИСЗ и задаётся смещение картины нисходящих узлов  $t$ -го ИСЗ;

$V = -1$ , если начало координат находится в нисходящем узле  $k$ -го ИСЗ и задаётся смещение картины восходящих узлов  $t$ -го ИСЗ.

### 3. Построение векторных подмоделей для одностороннего и двустороннего обзора с изомаршрутных орбит

В разделе 1 для односпутникового одностороннего обзора широты  $\varphi$  возникла единственная картина вертикальных «столбиков» над следом в начале координат, показанная на рис. 1 в статье [1]. Высоты столбиков были равны перерывам обзора, а отношения их оснований к длине следа определяли частоты этих перерывов. Для  $K$ -спутниковой системы, осуществляющей односторонний обзор, возникает уже  $K$  разных (в общем случае) картин столбиков, имитирующих перерывы обзора и появляющихся над следами в узлах поочередно перебираемых ИСЗ: 1-го, 2-го, ...,  $t$ -го, ...,  $K$ -го. Для одностороннего обзора не имеет значения тип узла: восходящий или нисходящий. Важно лишь то, что рассматриваются однотипные (одноименные) узлы: все – восходящие или, напротив, нисходящие.

В обоих вариантах возникает одинаковый вектор смещения, задаваемый формулой (33) при  $V = 0$ . Общее число разных картин столбиков не превышает  $K$ , а количество столбиков –  $3K$ . Следовательно, и наибольшее возможное число перерывов обзора равно  $3K$ .

Для  $K$ -спутниковой системы двустороннего обзора состав различных картин вертикальных столбиков возрастает вдвое и достигает  $2K$ , а максимальное общее количество столбиков –  $6K$ . При этом сами эти картины столбиков усложняются, так как включают узлы обоих типов: восходящие, и нисходящие.

Все разные картины столбиков существуют в итоговой векторной модели  $K$ -спутникового обзора: одностороннего или двустороннего. Анализируя их по изображению модели (на листе бумаги либо экране компьютера), можно определить все перерывы обзора вместе с их частотами. Однако более простым и удобным методом для той же цели служит вычленение из общей векторной модели и поочередное использование отдельных «подмоделей» [1]. Каждая из них строится над узлом очередного ИСЗ, рассматривая все спутники от 1-го до  $K$ -го. Для одностороннего обзора количество подмоделей равно  $K$ , а для двустороннего –  $2K$ , так как порознь фигурируют «восходящие» подмодели, построенные над восходящими узлами, и «нисходящие» подмодели, образованные над нисходящими узлами.

Очередная подмодель состоит из некоторого узла  $k$ -го спутника, помещаемого в начало координат, и узлов всех остальных ИСЗ (включая и узлы того же  $k$ -го ИСЗ), расположенных над ним. В отличие от полной векторной модели, в подмодели участвуют только те узлы (всех ИСЗ), которые нужны для построения вертикальных столбиков, определяющих перерывы обзора. По этой причине для изомаршрутной орбиты (ИМО) в подмодели не должно быть узлов, удалённых вдоль оси абсцисс от начала координат более, чем на длину большого следа  $D(\varphi)$ . Кроме того, исключаются все верхние узлы, следы в которых загораживаются следами в более низких узлах от следа в начале координат.

В подмодели различаются два набора узлов: левый, состоящий из узлов, расположенных слева от оси ординат, т. е. имеющих отрицательные абсциссы, и правый, в котором узлы имеют положительные абсциссы. Будем обозначать узлы левого набора номерами  $1, 2, \dots, m, \dots, M$ , а правого –  $1, 2, \dots, s, \dots, S$ . Абсолютные величины абсцисс левого набора обозначим через  $a_m$ , а правого –  $a_s$ . Ординатами тех же узлов станут соответственно  $y_m$  и  $y_s$ .

Исходя из изложенных выше требований по отбору узлов подмодели, они обязаны удовлетворять следующим условиям:

$$a_m \leq D(\varphi), \quad a_s \leq D(\varphi); \quad (34)$$

$$a_{m+1} < a_m \cap y_{m+1} > y_m, \quad a_{s+1} < a_s \cap y_{s+1} > y_s. \quad (35)$$

Кроме того, в случае ИМО всегда существует наивысший спутниковый узел с ординатой  $y_{\max}=T$ , расположенный непосредственно на оси ординат. Поскольку подмодель должна включать лишь те узлы, которые участвуют в формировании «столбиков» перерывов обзора, этот наивысший узел может как присутствовать, так и отсутствовать в подмодели. Сплошной обзор не обеспечивается, если в левом или правом наборе нет ни одного узла, т. е. набор пустой вплоть до появления узла с ординатой  $T$ .

Для обеспечения беспрерывности обзора должно выполняться следующее условие для двух верхних узлов с номерами  $M$  (для левого набора) и  $S$  (для правого набора):

$$a_M + a_S \leq D(\varphi). \quad (36)$$

Здесь в роли узла с номером  $M$  или  $S$  может выступать и наивысший узел с ординатой  $T$ , причём в этом случае оба набора узлов (левый и правый) не должны быть пустыми, и кроме того, должно действовать неравенство

$$a_m + a_s > D(\varphi), \quad (37)$$

где в случае  $y_M > y_S$   $m \leq M-1$ ,  $s \leq S$ ;

в случае  $y_M < y_S$   $m \leq M$ ,  $s \leq S-1$ ;

а при  $y_M=y_S$  хотя бы один номер  $m$  или  $s$  должен быть меньше соответствующего максимального, т. е.  $m < M$  или (и)  $s < S$ .

Условия (34) – (37) позволяют выделить минимально достаточный состав узлов подмодели. Заметим, что в предыдущей работе [1] для построения подмоделей использовался более широкий состав узлов, так как учитывалось лишь условие (35). Это приводило к более сложным формулам для расчёта частот перерывов обзора.

В настоящей статье, как будет показано в её следующем разделе, соответствующие формулы значительно упрощаются, позволяя получать те же результаты, что и в [1].

Принципиальный вид подмодели, изображённый на рис. 2 в [1], также должен немного измениться с учётом действия новых условий. В частности, далеко не всегда, а точнее весьма редко, появляется единственный наивысший узел с ординатой  $y_{\max}$ , поскольку в результате действия условия (36) он обычно располагается выше пары верхних узлов с номерами  $M$  и  $S$ . Если же такой узел появился на вертикальной оси, а условие (36) ещё не достигнуто, т. е. продолжает выполняться неравенство (37), то возможны пропуски некоторых участков широты  $\varphi$  в процессе её обзора с ИСЗ. Для их недопущения потребуется либо увеличить полосу обзора бортовой съёмочной аппаратуры, либо изменить орбиту. В частности, подобная ситуация возникла в одном из примеров, рассмотренных в заключительном разделе данной статьи.

По условию (34) на рис. 2 работы [1] могут быть удалены некоторые нижние узлы, абсолютные величины абсцисс которых больше длины следа  $D(\varphi)$ . В остальном принципиальный вид подмодели на этом рисунке сохраняется.

Каждая подмодель, как установлено в [1], образуется из « $\beta$ -фрагментов». Всего их насчитывается  $K$  в случае одностороннего обзора и  $2K$ , если обзор двусторонний. Очередной  $t$ -й  $\beta$ -фрагмент существует над восходящим или нисходящим узлом  $k$ -го ИСЗ, находящимся в начале координат, и состоит из узлов  $t$ -го ИСЗ, фиксируемых « $\beta$ -векторами». Отдельно рассматриваются  $\beta$ -фрагменты, а потому и  $\beta$ -векторы, состоящие из восходящих или нисходящих узлов  $t$ -го ИСЗ.

Принципиально построение  $\beta$ -фрагмента показано на рис. 3 в [1]. В настоящей работе эта картина построения сохраняется. Однако изменяются некоторые исходные данные, поскольку рассматривается наиболее общий случай, включающий не только односторонний, но и двусторонний обзор. В связи с этим вместо вектора сдвига будет использоваться вектор смещения (33). Учитывая три варианта расчёта вектора смещения, соответствующие трём возможным значениям параметра  $V$ , различаем три типа  $\beta$ -фрагментов:

- тип 0, состоящий либо из восходящих узлов  $t$ -го спутника над восходящим узлом  $k$ -го ИСЗ, либо из нисходящих узлов  $t$ -го ИСЗ над нисходящим узлом  $k$ -го ИСЗ; для этого типа  $V=0$  в формуле (33);

- тип 1 из нисходящих узлов  $t$ -го ИСЗ над восходящим узлом  $k$ -го ИСЗ; здесь  $V=+1$ ;

- тип 2 из восходящих узлов  $t$ -го ИСЗ над нисходящим узлом  $k$ -го ИСЗ; в этом случае  $V=-1$ .

Учитывая изменение масштаба на оси абсцисс для изомаршрутной орбиты, вместо следа  $d(\varphi)$  будет применяться большой след  $D(\varphi)$ , а вместо шаг-векторов  $\mathbf{r}_j$  – большие шаг-векторы  $\mathbf{R}_j$ . Поэтому на рис. 3 в статье [1] на местах  $\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_4$ , появятся  $\mathbf{R}_0, \mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_4$ , что не носит принципиального характера для этого рисунка, но отражается на приводимых ниже формулах.

В расчёте  $\beta$ -векторов, как видно на рис. 3 в [1], ключевую роль играют шаг-векторы. Вычисление  $\beta$ -векторов для каждого  $\beta$ -фрагмента проходит по тем же этапам с номерами  $j = 0, 1, 2, \dots$ , что и в процедуре (15) для расчёта больших шаг-векторов. В пределах  $j$ -го этапа  $\beta$ -векторы чередуются по номерам  $p = 0, 1, 2, \dots$ . Учитывая сказанное, будем обозначать очередной  $\beta$ -вектор следующим образом:  $\beta_{j,p} = (x_{j,p}; y_{j,p})$ .

В конце раздела 1 установлено, что координатная плоскость состоит из ячеек-параллелограммов со сторонами  $\mathbf{R}_0$  и  $\mathbf{R}_1$ . Учитывая это, можно показать, что узел, задаваемый начальным  $\beta$ -вектором  $\beta_{0,0} = (x_{0,0}; y_{0,0})$ , попадает в ячейку-прямоугольник непосредственно выше и левее начала координат подмодели. Основанием прямоугольника служит абсцисса вектора  $\mathbf{R}_0$ , т. е.  $T$ , а высотой – ордината вектора  $\mathbf{R}_1$ , т. е. 1. Следующий вектор  $\beta_{1,0} = (x_{1,0}; y_{1,0})$  находится в таком же соседнем прямоугольнике, лежащем выше и правее начала координат. Для нахождения указанной пары  $\beta$ -векторов используются следующие операции, аналогичные (30) – (32) в [1]:

1) Определяется вспомогательный вектор  $\gamma = (x_\gamma; y_\gamma)$ :

$$\gamma = \rho(k, t, \varphi) - D(y(k, t, \varphi) - 1) \mathbf{R}_1, \quad (38)$$

где функция  $D(z)$  возвращает целое число, ближайшее сверху к аргументу  $z$ , например,  $D(8,4)=9$ ;  $D(-8,4)=-8$ .

2) Определяется самый первый вектор  $\beta_{0,0}$ :

$$\beta_{0,0} = \gamma - D(x_\gamma / T) \mathbf{R}_0, \quad (39)$$

где  $T$ -период изомаршрутности.

3) Определяется следующий вектор  $\beta_{1,0}$ :

$$\beta_{1,0} = \beta_{0,0} + \mathbf{R}_0. \quad (40)$$

Все дальнейшие векторы  $\beta_{j,p} = (x_{j,p}; y_{j,p})$  рассчитываются из следующей рекуррентной процедуры с использованием шаг-векторов  $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \dots$ :

$$\begin{aligned} \beta_{1,p} &= \beta_{1,0} + p \mathbf{R}_1, \quad p = 1, 2, \dots, E(|x_{1,0} / X_1|), \\ \beta_{2,0} &= \beta_{1,0} + (E(|x_{1,0} / X_1|) + 1) \mathbf{R}_1; \\ \beta_{2,p} &= \beta_{2,0} + p \mathbf{R}_2, \quad p = 1, 2, \dots, E(|x_{2,0} / X_2|), \\ \beta_{3,0} &= \beta_{2,0} + (E(|x_{2,0} / X_2|) + 1) \mathbf{R}_2; \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \beta_{j,p} &= \beta_{j,0} + p \mathbf{R}_j, \quad p = 1, 2, \dots, E(|x_{j,0} / X_j|), \\ \beta_{j+1,0} &= \beta_{j,0} + (E(|x_{j,0} / X_j|) + 1) \mathbf{R}_j. \end{aligned}$$

Напомним, что  $E(z)$  – целая часть аргумента  $z$ . Последним становится «нулевой» вектор  $(j+1)$ -го этапа  $\beta_{j+1,0}$ , вычисляемый вслед за наступлением следующего условия для абсцисс шаг-векторов  $\mathbf{R}_{j-1}$  и  $\mathbf{R}_j$ :

$$|X_j| \leq D(\varphi) < |X_{j-1}|, \quad (42)$$

где  $D(\varphi)$  – длина большого следа.

Процедура (41) может закончиться также и тогда, когда найден вектор с ординатой, большей или равной периоду изомаршрутности  $T$ . Добавим, что в [1] лишь это условие ограничивало вычисление ряда  $\beta$ -векторов, что приводило к их избыточному составу и усложнению формул для расчёта частот перерывов обзора.

Если  $t = k$ , а в формуле (33) для вектора смещения параметр  $V = 0$ , процедура (41) упрощается следующим образом:

$$\begin{aligned} \beta_{0,0} &= \mathbf{R}_1; \\ \beta_{1,p} &= \mathbf{R}_0 + (p+1) \mathbf{R}_1, \quad p = 0, 1, 2, \dots, M_1 - 1; \\ \beta_{2,p} &= \mathbf{R}_1 + (p+1) \mathbf{R}_2, \quad p = 0, 1, 2, \dots, M_2 - 1; \\ &\dots\dots\dots \\ \beta_{j,p} &= \mathbf{R}_{j-1} + (p+1) \mathbf{R}_j, \quad p = 0, 1, 2, \dots, M_j - 1; \quad (43) \\ \beta_{j+1,0} &= \mathbf{R}_j + \mathbf{R}_{j+1}. \end{aligned}$$

Значения  $M_j$  вычисляются из (15). Последний вектор соответствует условию (42). Процесс может завершиться и раньше, если будет найден конечный вектор изомаршрутной орбиты, а условие (42) ещё не наступило.

По завершении процедуры (41) или (43) нужно сразу удалить узлы, не удовлетворяющие условию (34) построения подмоделей.

В каждом  $\beta$ -фрагменте, найденном в процедурах (41) или (43), имеются два набора узлов: «левый», задаваемый векторами  $\beta_{0,0}, \beta_{2,n}, \beta_{4,n}, \dots$ , и «правый», фиксируемый векторами  $\beta_{1,n}, \beta_{3,n}, \beta_{5,n}, \dots$ . У векторов левого набора первые индексы чётные, у правого они нечётные.

Для дальнейшего построения подмодели из ее  $\beta$ -фрагментов сначала нужно порознь объединить узлы левых и правых наборов. Затем объединённые левые и правые наборы отдельно упорядочиваются по росту ординат. При этом в случае равенства ординат у двух и более узлов оставляются узлы с наименьшими абсолютными величинами абсцисс. Далее, вновь перебирая упорядоченные наборы по росту ординат, исключаются узлы, для которых предыдущие, т. е. лежащие ниже, имеют ту же или меньшую абсолютную величину абсцисс. Вслед за этим отбраковываются верхние узлы по условиям (36) – (37).

#### 4. Расчёт перерывов обзора и их частот на подмоделях

На любой векторной подмодели, полученной с соблюдением условий (34) – (37), имеются лишь те (спутниковые) узлы, которые участвуют в определении перерывов обзора. Это означает, что каждый  $m$ -й узел левого набора узлов имеет ординату  $y_m$ , равную одному из перерывов обзора на широте  $\varphi$ . Аналогично  $s$ -й узел правого набора фиксирует другой перерыв, длительность которого задается ординатой  $y_s$ .

Для определённости рассмотрим перерыв  $y_m$ . На рис. 5 и 6 в [1] показаны два возможных варианта расчёта частоты  $f_m$  этого перерыва. В [1] имеется ещё и рис. 4, отражающий третий вариант расчёта частоты, однако он носит излишний характер, поскольку не реализуется при выполнении условий (34) – (37).

Изобразив следы в узлах векторной подмодели, как показано на рис. 5 и 6 в [1], получаем наглядную картину перерывов обзора в виде «столбиков» вертикальных интервалов над следом ИСЗ в начале координат. Интервалы отображают реальные перерывы обзора для разных точек широты, попавших в этот след, обозначенный на данных рисунках через  $d$ . На рис. 5 и 6 выделяется затенением столбик интервалов, ограниченный сверху следом в узле  $m$ . Он имеет высоту  $y_m$ . Отношение длины основания затенённого столбика к длине следа на широте  $\varphi$  определяет ча-

стоту  $f_m$  перерыва обзора  $t = y_m$ , возникающего после прохождения ИСЗ через данную широту.

На рис. 6 положения узлов те же, что и на рис. 5, а длина следов больше. Рис. 5 и 6 отражают два возможных варианта расчёта частоты  $f_m$  в зависимости от длины следов. Оба варианта существуют при следующих условиях, которые выполняются при построении подмоделей с соблюдением условий (34) – (37):

$$a_m < a_{m-1} \leq D(\varphi) < a_{m-1} + a_s, \quad a_s \leq D(\varphi). \quad (44)$$

С учётом этих неравенств частота перерыва  $t = y_m$  вычисляется так:

$$f_m = (a_{m-1} - a_m - \max(0, D(\varphi) - a_m - a_s)) / D(\varphi), \quad (45)$$

где  $\max(a, b)$  возвращает наибольшее из чисел  $a, b$ .

В формуле (45)

$$\max(0, D(\varphi) - a_m - a_s) = 0, \text{ т. е. } f_m = (a_{m-1} - a_m) / D(\varphi),$$

для варианта на рис. 5 в [1]. В случае, реализуемом на рис. 6 в [1], соответствующем наивысшему узлу в наборах подмодели,

$$f_m = (a_{m-1} + a_s - D(\varphi)) / D(\varphi).$$

Для перерыва  $t = y_s$  в узле  $s$  из правого набора выражения (44) и (45) действуют с заменой  $m$  на  $s$ ,  $m-1$  на  $s-1$ ,  $s$  на  $m-1$ .

В интересах получения единообразных выражений для расчёта частот перерывов для левого и правого наборов узлов подмоделей можно ввести следующие общие обозначения для абсолютных величин абсцисс узлов:  $w$  – для основного узла, фиксирующего перерыв обзора;  $u$  – для узла, ближайшего снизу к основному в том же наборе;  $z$  – для узла, ближайшего снизу к основному, но принадлежащего противоположному набору.

В этих обозначениях неравенства (44) принимают следующий вид:

$$w < u \leq D(\varphi) < u + z, \quad z \leq D(\varphi), \quad (46)$$

а формула для расчёта частоты  $f$  перерыва  $t = y$  (ордината узла с  $w$ )

$$f = (u - w - \max(0, D(\varphi) - w - z)) / D(\varphi). \quad (47)$$



В случае отсутствия в подмодели узлов, соответствующих  $u$  или  $z$ , на их места в формуле (47) подставляется длина следа  $D(\varphi)$ .

Отдельно требуется рассмотреть случай  $t = y_m = y_s$ . Мысленно перемещая на рис. 5 и 6 узел  $s$  на уровень узла  $m$  и анализируя полученные картины, выводим следующую формулу для расчёта частоты  $f$  в этом случае:

$$f = (a_{m-1} + a_{s-1} - D(\varphi) - \max(0, a_m + a_s - D(\varphi))) / D(\varphi). \quad (48)$$

При отсутствии в подмодели узлов  $m-1$  или  $s-1$  на места абсолютных значений их абсцисс в (48) подставляется  $D(\varphi)$ .

### 5. Расчёт частот перерывов обзора на отдельных широтах и заданном широтном поясе в целом

Вычислив все перерывы обзора и их частоты на всех подмоделях, нужно упорядочить эти данные по возрастанию перерывов  $t_n$ , где номер  $n$  изменяется от 1 до  $n_{\max}$ . При этом появляется наибольший перерыв  $t_{\max}$ .

Для широты  $\varphi$  находим частоты  $f_n(\varphi)$  перерывов  $t_n$ , суммируя по всем подмоделям частоты  $f_{n,k}(\varphi, B)$

и  $f_{n,k}(\varphi, H)$ , вычисленные соответственно на восходящих подмоделях (B-подмоделях) и нисходящих подмоделях (H-подмоделях) для каждого  $K$ -го ИСЗ системы из  $K$  спутников:

$$f_n(\varphi) = \sum_{k=1}^K f_{n,k}(\varphi, B) / K \quad (49)$$

для одностороннего обзора;

$$f_n(\varphi) = (\sum_{k=1}^K f_{n,k}(\varphi, B) + \sum_{k=1}^K f_{n,k}(\varphi, H)) / (2K) \quad (50)$$

для двустороннего обзора.

Для одностороннего обзора  $f_{n,k}(\varphi, B) = f_{n,k}(\varphi, H)$ , поэтому в формуле (48) вместо  $f_{n,k}(\varphi, B)$  можно вставить  $f_{n,k}(\varphi, H)$ . При двустороннем обзоре  $f_{n,k}(\varphi, B)$  может совпадать с  $f_{n,k}(\varphi, H)$  лишь в отдельных частных случаях.

Для вычисления итоговых частот  $f_n$  для заданного пояса широт  $[\varphi_{\min}, \varphi_{\max}]$  служит следующая формула, учитывающая длины широт:

$$f_n = \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} f_n(\varphi) \cos \varphi d\varphi / \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} \cos \varphi d\varphi. \quad (51)$$

Эту формулу нужно использовать приближённо, разбивая заданный пояс  $[\varphi_{\min}, \varphi_{\max}]$  широт на малые пояса с шагом  $\Delta\varphi$  и суммируя частоты по средним широтам малых поясов. Пусть пояс широт разбит на  $G$  поясов:

$$[\varphi_{\min}, \varphi_{\min} + \Delta\varphi), [\varphi_{\min} + \Delta\varphi, \varphi_{\min} + 2\Delta\varphi), \dots, \\ [\varphi_{\min} + (g-1)\Delta\varphi, \varphi_{\min} + g\Delta\varphi), \dots, \\ [\varphi_{\min} + (G-1)\Delta\varphi, \varphi_{\min} + G\Delta\varphi = \varphi_{\max}]$$

со средними широтами

$$\varphi_g = \varphi_{\min} + (g-0,5)\Delta\varphi, \quad g = 1, 2, \dots, G. \quad (52)$$

Определив частоты  $f_n(\varphi_g)$  по формулам (49) или (50) для всех широт  $\varphi_g$ , находим итоговые частоты  $f_n$  для широтного пояса в целом по следующей приближенной формуле, вытекающей из точной формулы (51):

$$f_n = \sum_{g=1}^G f_n(\varphi_g) \cos \varphi_g / \sum_{g=1}^G \cos \varphi_g. \quad (53)$$

### 6. Предварительное обоснование комплексного критерия для оценки эффективности обзора

Значения частот  $f_n$ , вычисленные по формуле (52), образуют функцию распределения частот перерывов обзора  $t_n$  для пояса широт. Именно эта функция, а не единственный наибольший перерыв  $t_{\max}$ , обычно именуемый «периодичностью», объективно отражает картину обзора. Для применения данной функции нужен комплексный критерий, учитывающий все перерывы  $t_n$  и их частоты  $f_n$ . На эту роль предлагается «эффективный перерыв»  $t_{ef}$ , который можно также называть «эффективным периодом» обзора:

$$t_{ef} = \sum_{n=1}^{n_{\max}} t_n^2 f_n / t_{\text{mid}}, \quad (54)$$

где средний перерыв (период) обзора:

$$t_{\text{mid}} = \sum_{n=1}^{n_{\max}} t_n f_n. \quad (55)$$

В качестве предварительного обоснования этого критерия можно привести следующие аргументы (в дальнейшем требуется более обстоятельный анализ).

Пусть для перерывов  $t_n$  функция потерь растёт по закону  $at_n^b$ , где  $a$  и  $b > 1$  – некоторые константы. Удельные потери (в единицу времени)  $\sigma_1$  составят

$$\sigma_1 = a \sum_{n=1}^{n_{\max}} t_n^b f_n / t_{\text{mid}}. \quad (56)$$

В случае обзора с одним и тем же перерывом  $t_{ef}$  удельные потери равны  $\sigma_2 = at_{ef}^{b-1}$ . Приравниваем  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  и находим постоянный период  $t_{ef}$ , для которого потери будут эквивалентны (56):

$$t_{ef} = b^{-1} \sqrt[b]{\sum_{n=1}^{n_{\max}} t_n^b f_n / t_{\text{mid}}}.$$

При  $b = 2$ , т. е. «квадратичном» законе потерь, эта формула совпадает с (54). «Квадратичный» закон может возникать для многих задач наблюдения Земли, включая выявление и мониторинг разрастающихся лесных пожаров, развивающихся ЧС различного происхождения, динамических гидрометеорологических явлений, экологических процессов и других ситуаций. Итак, для квадратичного закона потерь комплексный критерий (54), отражающий весь состав перерывов обзора вместе с их частотами, объективно характеризует работу спутниковой системы.

Для наиболее полноценного обоснования предложенного критерия, именуемого «эффективным перерывом» или «эффективным периодом» обзора, нужно исследовать реальные потери при решении различных природно-хозяйственных, научно-исследовательских, гидрометеорологических и других мониторинговых задач с помощью КА ДЗЗ. В случае подтверждения для большинства из них «квадратичного» закона потерь целесообразно использовать именно  $t_{ef}$  в качестве значения периодичности обзора, отвечающего требованиям потребителей, формулируемым в ТЗ на разработку новых космических систем ДЗЗ.

Это позволит обоснованно избегать чрезмерных затрат при создании и эксплуатации спутниковых систем за счёт уменьшения числа ИСЗ.

В заключение отметим, что в тех случаях, когда значения  $t_{\max}$  и  $t_{ef}$  близки друг к другу, орбита выбрана наиболее удачно.

## 7. Примеры применения векторного метода анализа перерывов обзора для спутников ДЗЗ на изомаршрутных орбитах

В разделе излагаются примеры расчёта перерывов обзора для съёмочных приборов спутников «Канопус-В», «Канопус-В-ИК» и «Метеор-М».

Во всех демонстрируемых примерах задан общий пояс широт  $[42,5^\circ, 67,5^\circ]$ , охватывающий практически всю обжитую территорию России. Пояс разбит на 5 малых поясов через  $5^\circ$ . Их будут представлять средние широты

$$45^\circ, 50^\circ, 55^\circ, 60^\circ, 65^\circ. \quad (57)$$

### 1. Примеры расчёта для съёмочных приборов ИСЗ «Канопус-В»

ИСЗ «Канопус-В» № 1 запущен 22 июля 2012. Его характеристики даны в справочнике [4]. На спутнике установлены два вида съёмочных приборов:

- панхроматическая съёмочная система (ПСС) с полосой захвата 23 км;
- многозональная съёмочная система (МСС) с полосой захвата 20 км.

Обеспечивается возможность поворотов ИСЗ по углу крена в пределах до  $40^\circ$  в каждую сторону, что создаёт широкую полосу обзора.

Орбита ИСЗ солнечно-синхронная со средней высотой  $h = 510$  км и наклоном  $i = 97,4^\circ$ , драконический период обращения  $T_{dr} = 5688$  с. Орбита изомаршрутная, и хотя её период в [4] не приводится, её можно вычислить, используя значение  $T_{dr}$ . Для этого сначала определяем межвитковый сдвиг

$$l = 2\pi T_{dr} / 86400 \approx 0,41364, \text{ рад}. \quad (58)$$

Из процедуры (7) находим множители  $M_j$  и координаты  $x_j$  и  $Y_j$  шаг-векторов вида (6). Они даны в табл. 1. На последнем, шестом этапе ордината  $Y_6$  равна периоду изомаршрутности  $T$ . Значит,

$$T = 1200 \text{ витков}. \quad (59)$$

В соответствии с рекомендациями раздела 1 далее используем единицу масштаба  $e$ . По формуле (11) она равна

$$e = 2\pi / T = 2\pi / 1200 \approx 0,005236. \quad (60)$$

По формуле (16) с учётом (58) определяем «аналог межвиткового сдвига»

$$L = 79. \quad (61)$$

Используя процедуру (15) с учётом начальных значений (14), вычисляем абсциссы  $X_j$  «больших шаг-векторов»  $R_j$ . Они даны в таблице 1.

Далее будем анализировать работу съёмочной аппаратуры ИСЗ «Канопус-В» в разных режимах одностороннего обзора.

**1.1. Режим обзора в широкой полосе за счёт поворотов по крену.** Находим полосу обзора  $a$  [рад], или  $B$  [км], на земной поверхности, воспользовавшись следующей формулой, которую можно получить из несложных геометрических соображений:

$$a = 2 \cos^{-1}(((r_{\text{mid}} + h) \sin^2 z + \cos z \sqrt{r_{\text{mid}}^2 - \sin^2 z (r_{\text{mid}} + h)^2}) / r_{\text{mid}}),$$

$$B = a r_{\text{mid}},$$

где  $r_{\text{mid}}=6371$  км;  $z=40^\circ$  – угол крена;  $h=510$  км.

В результате получаем

$$a \approx 0,138, \quad B \approx 880 \text{ км.} \quad (61)$$

Приступаем к вычислению перерывов обзора и их частот на каждой из широт (57). Находим длины следов  $D(\varphi)$  из (20) с учётом (5). Подставляя их и абсолютные величины  $A_j = |X_j|$  абсцисс шаг-векторов из табл. 1 в неравенства (19), устанавливаем, что на всех широтах реализуется этап  $j=2$ , на котором для широт  $45^\circ$ ,  $50^\circ$  и  $55^\circ$  возникает подэтап  $m = 4$ , для  $60^\circ$   $m = 3$ , для  $65^\circ$   $m = 2$ . По формулам (21) – (23) вычисляем тройки перерывов обзора  $t_n$  и их частоты  $f_n(\varphi)$  по широтам, а по формуле (53) – итоговые частоты  $f_n$  для всего пояса широт  $[42,5^\circ, 67,5^\circ]$ . Результаты расчётов даны в табл. 2.

Наибольший перерыв  $t_{\text{max}} = 61$  виток = 4,0 суток возник на нижних широтах  $45^\circ$ ,  $50^\circ$  и  $55^\circ$ . Его итоговая частота для заданного пояса невелика: 0,11. По формулам (55) и (54) получаем средний и эффективный перерывы обзора:  $t_{\text{mid}}=25,7$  витка = 1,7 суток и  $t_{\text{ef}}=36,6$  витка = 2,4 суток. Видно, что  $t_{\text{ef}}$  почти вдвое меньше  $t_{\text{max}}$ , поэтому реальная эффективность работы ИСЗ «Канопус-В» гораздо выше, чем можно судить по  $t_{\text{max}}$ .

**1.2. Режим сплошного обзора с помощью ПСС.** Для ПСС полоса обзора  $B= 23$  км, поэтому  $a = B/r_{\text{mid}} = 0,00361$  рад.

Расчёт перерывов обзора и их частот на всех широтах (57) проводится так же, как в примере 1.1. Вычисляем следы  $D(\varphi)$  из (5) и (20).

Таблица 1

**Этапные множители  $M_j$  и координаты шаг-векторов  $r_j$  и  $R_j$  для орбиты ИСЗ «Канопус-В»**

$j$	0	1	2	3	4	5	6
$M_j$	–	15	5	3	1	3	–
$x_j$	$2\pi$	–0,413	0,0785	–0,0209	0,0157	–0,00524	0
$Y_j$	0	1	15	76	243	319	1200
$X_j$	1200	–79	15	–4	3	–1	0

Подставляя их и  $A_j = |X_j|$  из табл. 1 в неравенства (19), убеждаемся, что на всех широтах реализуются этап  $j = 5$  и подэтап  $m = 3$ . По формулам (21) – (23) определяем тройки перерывов обзора  $t_n$  и их частоты  $f_n(\varphi)$  по широтам, а из (53) – частоты  $f_n$  для всего широтного пояса. Результаты содержатся в табл. 3.

Наибольший перерыв  $t_{\text{max}} = 1200$  витков = 79 суток возник на всех широтах (57). Его итоговая частота для заданного пояса 0,65. Подставляя в формулы (55) и (54) значения  $t_n$  и  $f_n$  из табл. 3, получаем средний перерыв обзора  $t_{\text{mid}} = 990$  витков = 65,2 суток и эффективный  $t_{\text{ef}} = 1100,6$  витка = 72,5 суток. Видно, что для ПСС  $t_{\text{max}}$  и  $t_{\text{ef}}$  мало отличаются. Это подтверждает правильность выбора орбиты для ИСЗ «Канопус-В».

**1.3. Режим сплошного обзора с помощью МСС.** Для МСС полоса обзора  $\Pi = 20$  км, поэтому  $a = \Pi/r_{\text{mid}} = 0,00314$  рад.

Результаты расчёта перерывов обзора и их частот, проведённых по тем же формулам, что и в примерах 1.1 и 1.2, даны в табл. 4. Для двух нижних широт  $45^\circ$  и  $50^\circ$  следы  $D(\varphi)$  оказались меньше абсолютной величины абсциссы  $|X_2|$  на пятом этапе в табл. 1, что приводит к пропускам обзора. Частота таких пропусков, вычисленная по формуле (53) для пояса широт, равна 0,04. Столь малое значение не отражается на работе ИСЗ «Канопус-В».

**2. Пример расчёта для ИК-радиометра ИСЗ «Канопус-В-ИК»**

При следующем запуске ИСЗ «Канопус-В» на нём дополнительно будет установлен новый прибор – широкозахватный инфракрасный (ИК) радиометр, способный осуществлять наблюдение земной поверхности независимо от солнечной освещённости, т. е. реализуя двусторонний обзор. Его полоса  $B=2000$  км, значит,  $a = B/r_{\text{mid}} = 0,314$  рад.

Для анализа двустороннего обзора нужны под-модели, метод расчёта которых изложен в разделе 3 с использованием некоторых формул из разделов 1 и 2. В табл. 5 даны результаты вычисления исходных величин для начала процесса построения подмоделей. Они получены по формулам (5) и (20) для следов  $D(\varphi)$ ; (30) и (31) – для вспомогательных величин  $\tau(\varphi)$ ,  $\nu(\varphi)/e$ ; (28) и (29) – для координат  $x(\varphi)$ ,  $y(\varphi)$  вектора перехода  $\rho(\varphi)$ .

Как следует из раздела 3, для односпутниковой системы, состоящей из ИСЗ «Канопус-В-ИК», нужно определить две подмодели: восходящую (В) и нисходящую (Н). В-подмодель строится из двух  $\beta$ -фрагментов: 1)  $\beta$ -фрагмента типа 0; 2)  $\beta$ -фрагмента типа 1. Н-подмодель также состоит из пары  $\beta$ -фрагментов: 1)  $\beta$ -фрагмента типа 0; 2)  $\beta$ -фрагмента типа 2.

$\beta$ -векторы  $\beta$ -фрагментов типа 0 для обеих подмоделей определяются в процедуре (43). Учитывая множители  $M_j$  и координаты  $X_j$  и  $Y_j$  шаг-векторов  $\mathbf{R}_j$  из табл. 1 и значения следов  $D(\varphi)$  из табл. 5, к ним относятся:

$$\beta_{0,0}=\mathbf{R}_1=(-79; 1);$$

$$\beta_{0,p}=\mathbf{R}_0+(p+1)\mathbf{R}_1=(1200-(p+1)79; p+1),$$

где  $p=0, 1, 2, \dots, 14$ ;

$$\beta_{2,0}=\mathbf{R}_1+\mathbf{R}_2=(-79; 1)+(15; 15)=(-64; 16).$$

Исключая  $\beta$ -векторы, не удовлетворяющие условию (34), получаем следующий состав  $\beta$ -векторов 1-го типа, справедливый для всех широт (57):

$$(-79; 1), (94; 14), (15; 15), (-64; 16). \quad (62)$$

Второй  $\beta$ -фрагмент типа 1 для В-подмодели определяется из процедуры (41) с вектором смещения (33) при  $V = 1$ , т. е.  $\rho(k, t, \varphi) = \rho(k, t) + \rho(\varphi)$ . Для односпутниковой системы  $\rho(k, t) = \rho(1, 1)=0$ , поэтому  $\rho(k, t, \varphi) = \rho(\varphi)$ .

Подставляя в (38) ординату  $y(\varphi)$  вектора  $\rho(\varphi)$  из табл. 5, находим вектор  $\gamma = \rho(\varphi)$ . Затем по формуле (39) с учётом  $T=1200$  устанавливаем, что  $\beta_{0,0} = \rho(\varphi) - \mathbf{R}_0$ . По формуле (40) определяем вектор  $\beta_{1,0} = \rho(\varphi)$ , являющийся начальным для запуска рекуррентной процедуры (41). Координаты  $\rho(\varphi)$  даны в табл. 5, а координаты  $X_j$  и  $Y_j$  шаг-векторов  $\mathbf{R}_j$  – в табл. 1. Реализуя процедуру (41), получаем все  $\beta$ -векторы второго  $\beta$ -фрагмента для В-подмодели. Исключив часть из них по условиям (34), (36), (37), оставляем следующие (достаточные) составы для набора широт (57):

$$45^\circ \beta_{1,7}=(77,237; 7,247), \beta_{2,0}=(-1,763; 8,247);$$

$$50^\circ \beta_{1,7}=(89,060; 7,219), \beta_{1,8}=(10,060; 8,219), \beta_{2,0}=(-68,940; 9,219);$$

$$55^\circ \beta_{1,7}=(103,173; 7,191), \beta_{1,8}=(24,173; 8,191), \beta_{2,0}=(-54,827; 9,191);$$

$$60^\circ \beta_{1,7}=(120,870; 7,162), \beta_{1,8}=(41,870; 8,162), \beta_{2,0}=(-37,130; 9,162);$$

$$65^\circ \beta_{1,7}=(144,307; 7,133), \beta_{1,8}=(65,307; 8,133), \beta_{2,0}=(-13,693; 9,133).$$

Далее формируются В-подмодели для каждой широты перечня (57), попарно объединяя общий для всех широт состав векторов (62) с индивидуальными составами по широтам. Затем выполняются операции упорядочивания и отбраковки, описанные в конце раздела 3. В результате получаются следующие составы векторов, фиксирующих узлы В-подмодели, причём их ординаты округлены до целых чисел витков:

$$45^\circ (-79; 1), (-1,763; 8), (77,237; 7);$$

$$50^\circ (-79; 1), (89,060; 7), (10,060; 8);$$

$$55^\circ (-79; 1), (103,173; 7), (24,173; 8);$$

$$60^\circ (-79; 1), (120,870; 7), (41,870; 8);$$

$$65^\circ (-79; 1), (144,307; 7), (65,307; 8).$$

Переходим к построению Н-подмодели. Для неё первый  $\beta$ -фрагмент типа 0 уже известен и состоит из векторов (62). Для второго  $\beta$ -фрагмента типа 2, определяемого из процедуры (41), в формуле (38) используется вектор смещения (33) при  $V = -1$ , т. е.  $\rho(k, t, \varphi) = \rho(k, t) - \rho(\varphi)$ . Для односпутниковой системы  $\rho(k, t) = \rho(1, 1)=0$  поэтому  $\rho(k, t, \varphi) = -\rho(\varphi)$ . Подставляя в (38) ординату  $y(\varphi)$  вектора  $\rho(\varphi)$  из табл. 5, находим  $\gamma = -\rho(\varphi) + \mathbf{R}_1$ . По формуле (39) при  $T=1200$  устанавливаем, что  $\beta_{0,0} = \gamma = -\rho(\varphi) + \mathbf{R}_1$ . По формуле (40) определяем начальный вектор  $\beta_{1,0} = -\rho(\varphi) + \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_0$  для запуска рекуррентной процедуры (41). С учётом координат  $X_0, X_1, Y_0, Y_1$  – шаг-векторов  $\mathbf{R}_0$  и  $\mathbf{R}_1$  из табл. 1

$$\beta_{1,0}=(1121-x(\varphi); 1-y(\varphi)).$$

Реализуя процедуру (41), получаем все  $\beta$ -векторы второго  $\beta$ -фрагмента для Н-подмодели. Исключив часть из них по условиям (34), (36), (37), оставляем следующие составы для каждой из широт (57):

$$45^\circ \beta_{1,6}=(16,763; 6,753), \beta_{2,0}=(-62,237; 7,753);$$

$$50^\circ \beta_{1,5}=(83,940; 5,787), \beta_{1,6}=(4,940; 6,787), \beta_{2,0}=(-74,060; 7,787);$$

$$55^\circ \beta_{1,5}=(69,827; 5,809), \beta_{2,0}=(-9,173; 6,809);$$

$$60^\circ \beta_{1,5}=(52,130; 5,838), \beta_{2,0}=(-26,870; 6,838);$$

$$65^\circ \beta_{1,4}=(107,693; 4,867), \beta_{1,5}=(28,693; 5,867), \beta_{2,0}=(-50,307; 6,867).$$

Далее формируются Н-подмодели по тем же правилам, что и для В-подмоделей, и также с округлением перерывов до целых чисел витков:

- 45° (-79; 1), (-62,237; 8), (16,763; 7);
- 50° (-79; 1), (83,940; 6), (4,940; 7);
- 55° (-79; 1), (-9,173; 7), (69,827; 6);
- 60° (-79; 1), (-26,870; 7), (52,130; 6);
- 65° (-79; 1), (107,693; 5), (28,693; 6).

Ординаты узлов В- и Н-подмоделей определяют значения перерывов обзора соответствующих широт. Вычисляем частоты этих перерывов по формуле (47), используя абсолютные величины абсцисс узлов. Результаты приведены в табл. 6, где в левой колонке находятся перерывы  $t_n$ , перечисляемые снизу вверх по возрастанию от  $t_1$  до  $t_{max}$ . В верхних левых и правых углах ячеек табл. 6 показаны частоты  $f_n(\varphi, В)$  и  $f_n(\varphi, Н)$  перерывов для В- и Н-подмоделей по отдельным широтам. Внизу ячеек даны частоты перерывов  $f_n(\varphi)$  по широтам, равные  $(f_n(\varphi, В) + f_n(\varphi, Н)) / 2$ . В крайней правой колонке табл. 6 приведены итоговые частоты  $f_n$  перерывов для заданного широтного пояса, вычисленные по формуле (53).

Наибольший перерыв  $t_{max} = 8$  витков = 0,53 суток. Из формул (55) и (54) находим средний и эффективный перерывы:  $t_{mid} = 5,7$  витков = 0,37 суток и  $t_{ef} = 7,1$  витка = 0,46 суток. Близкие значения  $t_{ef}$  и  $t_{max}$  показывают, что число спутников с ИК-радиометрами целесообразно довести до 6 ИСЗ для выявления лесных пожаров не позднее 2 ч после возгорания.

### 3. Пример расчёта для радиолокатора БРЛК ИСЗ «Метеор-М»

Пример посвящён радиолокатору БРЛК на спутнике «Метеор-М» № 1, запущенном 17 сентября 2009 г. [5]. БРЛК выполняет съёмку в полосе 600 км при любой солнечной освещённости, т. е. способен производить двусторонний обзор Земли. На ИСЗ имеется ещё ряд приборов с более широкими полосами обзора, поэтому их анализ проще. При желании его можно выполнить так же, как и в ниже излагаемом примере для БРЛК.

Орбита солнечно-синхронная со средней высотой  $h = 832$  км и наклоном  $i = 98,786^\circ$ ,  $T_{dr} = 101,307$  мин [5]. Орбита изомаршрутная с периодом  $T=199$  витков, или 14 суток, т. е. в соответствии с равенством (10) аналог сдвига  $L=14$ . Из

процедуры (15) получаем множители  $M_j$  и координаты  $X_j, Y_j$  больших шаг-векторов  $R_j$ . Они даны в табл. 7.

Полоса захвата БРЛК  $B = 600$  км, значит,

$$a = 600 / 6371 = 0,0942 \text{ [рад]}. \quad (63)$$

Дальнейший анализ аналогичен тому, как это производилось для КА «Канопус-В-ИК», поэтому изложение будет носить более сжатый характер.

В табл. 8 даны значения исходных величин, вычисленные по формулам (5) и (20), (30) и (31), (28) и (29). Далее определяются В-и Н-подмодели, состоящие из  $\beta$ -фрагментов типа 0 и 1 (для В) и типа 0 и 2 (для Н).

Общие для В и Н  $\beta$ -векторы  $\beta$ -фрагментов типа 0 определяются в процедуре (43). Учитывая множители  $M_j$  и координаты  $X_j$  и  $Y_j$  шаг-векторов  $R_j$  из табл. 7 и значения следов  $D(\varphi)$  из табл. 8, эти векторы включают:

$$\begin{aligned} \beta_{0,0} &= R_1 = (-14; 1); \\ \beta_{1,p} &= R_0 + (p+1) R_1 = (199 - (p+1)14; p+1), \\ &\text{где } p=0, 1, 2, 13; \\ \beta_{2,p} &= R_1 + (p+1) R_2 = (-14 + (p+1)3; 1 + (p+1)14), \\ &\text{где } p=0, 1, 2, 3; \\ \beta_{3,0} &= R_2 + R_3 = (3; 14) + (-2; 57) = (1; 71). \end{aligned}$$

Отсеивая часть векторов по условию (34), получаем следующие составы:

$$(3; 14), (-2; 57), (1; 71) \quad \text{для широт } 45^\circ \text{ и } 50^\circ; \quad (64)$$

$$(3; 14), (-5; 43), (-2; 57), (1; 71) \quad \text{для широт } 55^\circ, 60^\circ \text{ и } 65^\circ. \quad (65)$$

Начальные векторы для расчёта  $\beta$ -фрагментов типа 1 для В-подмодели и типа 2 для Н-подмодели имеют тот же вид, что и для ИСЗ «Канопус-В-ИК».

Для  $\beta$ -фрагментов типа 1:

$$\beta_{1,0} = \rho(\varphi). \quad (66)$$

Для  $\beta$ -фрагментов типа 2:

$$\beta_{1,0} = -\rho(\varphi) + R_1 + R_0,$$

откуда с учётом координат  $X_0, X_1, Y_0, Y_1$  шаг-векторов  $R_0$  и  $R_1$  из табл. 7 получаем

$$\beta_{1,0} = (185 - x(\varphi); 1 - y(\varphi)). \quad (67)$$

Таблица 2

«Канопус-В», режим обзора: следы  $D(\varphi)$ , этапы  $j$  и подэтапы  $m$ , перерывы обзора  $t_n$  и их частоты:  $f_n(\varphi)$  по широтам,  $f_n$  для пояса в целом

Широты $\varphi$	45°	50°	55°	60°	65°	Итоговые частоты для пояса $f_n$
Следы $D(\varphi)$	38,23	42,21	47,55	55,02	66,03	
$j, m$	2, 4	2, 4	2, 4	2, 3	2, 2	
Перерывы $t_n$	Частоты $f_n(\varphi)$ широтам $\varphi$					
61	0,28	0,16	0,03	0	0	0,11
46	0,11	0,19	0,29	0,16	0	0,155
31	0	0	0	0,11	0,20	0,05
16	0	0	0	0	0,03	0,005
15	0,61	0,65	0,68	0,73	0,77	0,68

Таблица 3

«Канопус-В», прибор ПСС: следы  $D(\varphi)$ , этапы  $j$  и подэтапы  $m$ , перерывы обзора  $t_n$  и их частоты:  $f_n(\varphi)$  по широтам,  $f_n$  для пояса в целом

Широты $\varphi$	45°	50°	55°	60°	65°	Итоговые частоты для пояса $f_n$
Следы $D(\varphi)$	1,00	1,10	1,24	1,44	1,73	
$j, m$	5, 3	5, 3	5, 3	5, 3	5, 3	
Перерывы $t_n$	Частоты $f_n(\varphi)$ широтам					
1200	1,00	0,82	0,61	0,39	0,16	0,65
881	0	0,09	0,195	0,305	0,42	0,175
319	0	0,09	0,195	0,305	0,42	0,175

Таблица 4

«Канопус-В», прибор: МСС следы  $D(\varphi)$ , этапы  $j$  и подэтапы  $m$ , перерывы обзора  $t_n$  и их частоты:  $f_n(\varphi)$  по широтам,  $f_n$  для пояса в целом

Широты $\varphi$	45°	50°	55°	60°	65°	Итоговые частоты для пояса $f_n$
Следы $D(\varphi)$	0,87	0,96	1,08	1,25	1,50	
$j, m$	5, 3	5, 3	5, 3	5, 3	5, 3	
Перерывы $t_n$	Частоты $f_n(\varphi)$ широтам					
Бесконечный	0,13	0,04	0	0	0	0,04
1200	0,87	0,96	0,85	0,60	0,33	0,76
881	0	0	0,075	0,20	0,335	0,10
319	0	0	0,075	0,20	0,335	0,10

Таблица 5

«Канопус-В-ИК»: исходные параметры для расчёта подмоделей

$\varphi$	45°	50°	55°	60°	65°
$D(\varphi)$	86,963	96,011	108,177	125,150	150,214
$\tau(\varphi)$	0,253	0,281	0,309	0,338	0,367
$\nu(\varphi)/e$	-69,737	-81,560	-95,673	-113,370	-136,807
$x(\varphi)$	630,237	642,060	656,173	673,870	697,307
$y(\varphi)$	0,247	0,219	0,191	0,162	0,133

Таблица 6

«Канопус-В-ИК»: перерывы обзора  $t_n$ , их частоты  $f_n(\varphi, В)$  для В-подмоделей (верхние левые числа ячеек) и  $f_n(\varphi, Н)$  для Н-подмоделей (верхние правые числа ячеек) по широтам  $\varphi$ , результирующие частоты  $f_n(\varphi) = (f_n(\varphi, В) + f_n(\varphi, Н))/2$  (нижние числа ячеек) по широтам; итоговые частоты  $f_n$  для заданного пояса широт

$t_n$	$\varphi = 45^\circ$	$\varphi = 50^\circ$	$\varphi = 55^\circ$	$\varphi = 60^\circ$	$\varphi = 65^\circ$	$f_n$
8	0,797, 0,101 0,449	0,750, 0 0,375	0,684, 0 0,342	0,598, 0 0,299	0,486, 0 0,243	0,354
7	0,112, 0,808 0,460	0,073, 0,697 0,385	0,046, 0,376 0,211	0,033, 0,047 0,040	0,040, 0 0,020	0,254
6	0, 0 0	0, 0,126 0,063	0, 0,354 0,177	0, 0,584 0,292	0, 0,242 0,121	0,119
5	0, 0 0	0, 0 0	0, 0 0	0, 0 0	0, 0,284 0,142	0,021
1	0,091, 0,091 0,091	0,177, 0,177 0,177	0,270, 0,270 0,270	0,369, 0,369 0,369	0,474, 0,474 0,474	0,252

Реализуя процедуру (41) при начальном векторе (66), находим  $\beta$ -векторы  $\beta$ -фрагмента типа 1 для В-подмодели. Исключив часть из них по условиям (34), (36), (37), получаем следующие составы для широт (57):

45°)  $\beta_{2,1}=(-3,114; 22,246)$ ,  $\beta_{2,2}=(-0,114; 36,246)$ ,  $\beta_{3,0}=(2,886; 50,246)$ ;  
 50°)  $\beta_{2,0}=(-3,817; 8,218)$ ,  $\beta_{2,1}=(-0,817; 22,218)$ ,  $\beta_{3,0}=(2,183; 36,218)$ ;  
 55°)  $\beta_{2,0}=(-1,048; 8,189)$ ,  $\beta_{3,0}=(1,952; 22,189)$ ;  
 60°)  $\beta_{1,8}=(2,427; 8,160)$ ,  $\beta_{2,2}=(-5,573; 37,160)$ ,  $\beta_{2,3}=(-2,573; 51,160)$ ,  $\beta_{3,0}=(0,427; 65,160)$ ;  
 65°)  $\beta_{1,8}=(7,066; 8,131)$ ,  $\beta_{2,0}=(-6,934; 9,131)$ ,  $\beta_{2,1}=(-3,934; 23,131)$ ,  $\beta_{2,2}=(-0,934; 37,131)$ ,  $\beta_{3,0}=(2,066; 51,131)$ .

Далее формируются В-подмодели для каждой широты из перечня (57), попарно объединяя состав векторов (64) с найденными составами для широт 45° и 50°, а затем – (65) с составами для 55°, 60° и 65°. Потом выполняются операции упорядочивания и отбраковки, описанные в конце раздела 3. В результате получаются следующие наборы векторов, фиксирующих узлы В-подмодели, в которых ординаты округлены до целых чисел витков:

45°)  $(-3,114; 22)$ ,  $(-0,114; 36)$ , (3; 14);  
 50°)  $(-3,817; 8)$ ,  $(-0,817; 22)$ , (3; 14);  
 55°)  $(-1,048; 8)$ , (3; 14);  
 60°)  $(-5,573; 37)$ ,  $(-5; 43)$ ,  $(-2,573; 51)$ , (2,427; 8);  
 65°)  $(-6,934; 9)$ ,  $(-3,934; 23)$ , (7,066; 8), (3; 14).

Реализуя процедуру (41) для начального вектора (67), находим  $\beta$ -векторы  $\beta$ -фрагмента типа 2 для

Н-подмодели. Исключив часть из них по условиям (34), (36), (37), получаем следующие составы для широт (57):

45°)  $\beta_{2,1}=(-1,886; 20,754)$ ,  $\beta_{3,0}=(1,114; 34,754)$ ;  
 50°)  $\beta_{2,1}=(-4,183; 20,782)$ ,  $\beta_{2,2}=(-1,183; 34,782)$ ,  $\beta_{3,0}=(1,817; 48,782)$ ;  
 55°)  $\beta_{1,5}=(4,048; 5,811)$ ,  $\beta_{2,2}=(-3,952; 34,811)$ ,  $\beta_{2,3}=(-0,952; 48,811)$ ,  $\beta_{3,0}=(2,048; 62,811)$ ;  
 60°)  $\beta_{1,5}=(0,573; 5,840)$ ,  $\beta_{2,3}=(-4,427; 48,840)$ ,  $\beta_{2,4}=(-1,427; 62,840)$ ,  $\beta_{3,0}=(1,573; 76,840)$ ;  
 65°)  $\beta_{2,0}=(-4,066; 5,869)$ ,  $\beta_{2,1}=(-1,066; 19,869)$ ,  $\beta_{3,0}=(1,934; 33,869)$ .

Далее определяются Н-подмодели точно так же, как и выше В-подмодели, и также с округлением перерывов до целых чисел витков:

45°)  $(-1,886; 21)$ , (3; 14), (1,114; 35);  
 50°)  $(-4,183; 21)$ ,  $(-1,183; 35)$ , (3; 14);  
 55°)  $(-3,952; 35)$ ,  $(-0,952; 49)$ , (4,048; 6), (3; 14);  
 60°)  $(-5; 43)$ , (0,573; 6);  
 65°)  $(-4,066; 6)$ , (3; 14).

Далее, как и для ИСЗ «Канопус-В-ИК», найдены перерывы обзора и их частоты по формуле (47), используя абсолютные величины абсцисс узлов В- и Н-подмоделей. Результаты приведены в табл. 9, где в левой колонке даны перерывы  $t_n$ , перечисляемые снизу вверх по возрастанию от  $t_1$  до  $t_{max}$ . В верхних левых и правых углах ячеек табл. 9 даны частоты  $f_n(\varphi, В)$  и  $f_n(\varphi, Н)$  перерывов для В- и Н-подмоделей по широтам, а внизу ячеек – частоты  $f_n(\varphi)$ , равные  $(f_n(\varphi, В) + f_n(\varphi, Н))/2$ . В правой колонке табл. 9 приведены итоговые частоты  $f_n$  перерывов для заданного широтного пояса, вычисленные по формуле (53).

Таблица 7

Этапные множители  $M_j$  и координаты шаг-векторов  $R_j$  для орбиты ИСЗ «Метеор-М»

$j$	0	1	2	3	4	5
$M_j$	–	14	4	1	2	–
$X_j$	199	–14	3	–2	1	0
$Y_j$	0	1	14	57	71	199

Таблица 8

«Метеор-М»: исходные параметры для расчёта подмоделей

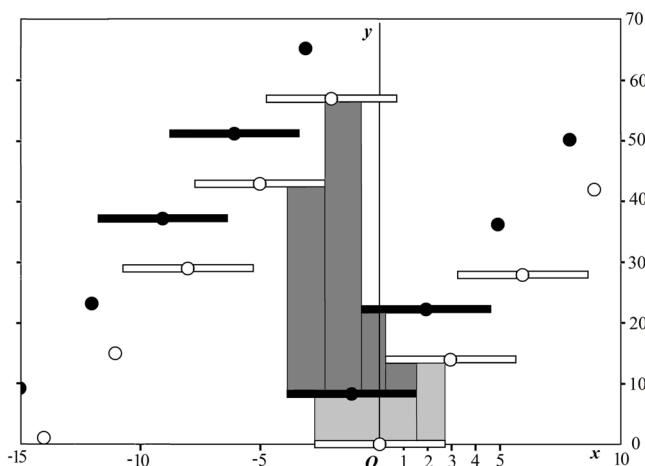
$\varphi$	45°	50°	55°	60°	65°
$D(\varphi)$	4,367	4,829	5,453	6,332	7,651
$\tau(\varphi)$	0,254	0,282	0,311	0,340	0,369
$\nu(\varphi)/e$	–13,386	–15,683	–18,452	–21,927	–26,566
$x(\varphi)$	105,886	108,183	110,952	114,427	119,066
$y(\varphi)$	0,246	0,218	0,189	0,160	0,131

Таблица 9

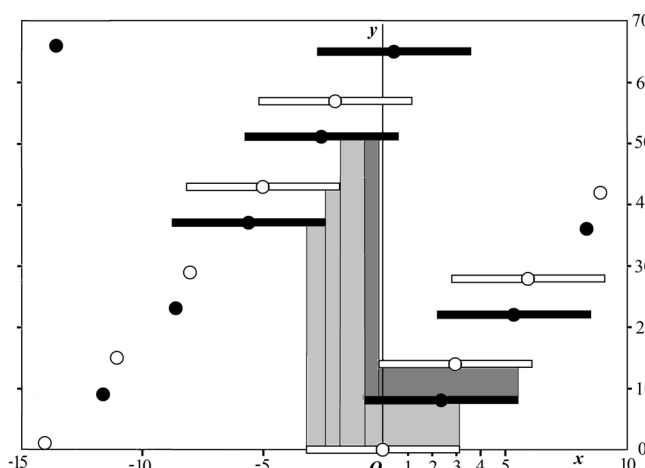
«Метеор-М»: перерывы обзора  $t_n$ , их частоты  $f_n(\varphi, В)$  для В-подмоделей (верхние левые числа ячеек) и  $f_n(\varphi, Н)$  для Н-подмоделей (верхние правые числа ячеек) по широтам  $\varphi$ , результирующие частоты  $f_n(\varphi)=(f_n(\varphi, В) + f_n(\varphi, Н))/2$  (нижние числа ячеек) по широтам; итоговые частоты  $f_n$  для заданного пояса широт

$t_n$	$\varphi = 45^\circ$	$\varphi = 50^\circ$	$\varphi = 55^\circ$	$\varphi = 60^\circ$	$\varphi = 65^\circ$	$f_n$
51	0, 0 0	0, 0 0	0, 0 0	0,174, 0 0,087	0, 0 0	0,015
49	0, 0 0	0, 0 0	0, 0,274 0,137	0, 0 0	0, 0 0	0,028
43	0, 0 0	0, 0 0	0, 0 0	0,090, 0,090 0,090	0, 0 0	0,016
37	0, 0 0	0, 0 0	0, 0 0	0,120, 0 0,060	0, 0 0	0,010
36	0,400, 0 0,200	0, 0 0	0, 0 0	0, 0 0	0, 0 0	0,050
35	0, 0,118 0,059	0, 0,488 0,244	0, 0,276 0,138	0, 0 0	0, 0 0	0,098
23	0, 0 0	0, 0 0	0, 0 0	0, 0 0	0,298, 0 0,149	0,022
22	0,286, 0 0,143	0,412, 0 0,206	0, 0 0	0, 0 0	0, 0 0	0,082
21	0, 0,568 0,284	0, 0,134 0,067	0, 0 0	0, 0 0	0, 0 0	0,086
14	0,314, 0,314 0,314	0,378, 0,378 0,378	0,192, 0,192 0,192	0, 0 0	0,532, 0,532 0,532	0,281
9	0, 0 0	0, 0 0	0, 0 0	0, 0 0	0,094, 0 0,047	0,007
8	0, 0 0	0,210, 0 0,105	0,808, 0 0,404	0,616, 0 0,308	0,076, 0 0,038	0,165
6	0, 0 0	0, 0 0	0, 0,258 0,129	0, 0,910 0,455	0, 0,468 0,234	0,140





**Рис. 1. Векторная модель двустороннего обзора широты  $\varphi = 55^\circ$  бортовым радиолокатором (БРЛК) спутника «Метеор-М»,  $D(\varphi) = 5,453$**



**Рис. 2. Векторная модель двустороннего обзора широты  $\varphi = 60^\circ$  бортовым радиолокатором спутника «Метеор-М»,  $D(\varphi) = 6,332$**

В отличие от предыдущих примеров, наибольшие перерывы возникли на высоких широтах  $55^\circ$  и  $60^\circ$ . На рис. 1 и 2 приведены полные векторные модели обзора этих широт. По ним можно найти (графически) тот же состав перерывов обзора и частот, который выше найден аналитически. На рис. 1 и 2 нисходящие узлы и следы зачернены, а восходящие оставлены светлыми.

Максимальный перерыв  $t_{\max} = 51$  виток = 3,59 суток. Его частота всего 0,015. Из формул (55) и (54) находим средний и эффективный перерывы (периоды):  $t_{\text{mid}} = 18,70$  витков = 1,31 суток и  $t_{\text{ef}} = 26,47$  витка = 1,86 суток. Эффективный период вдвое меньше максимального и адекватно (в отличие от  $t_{\max}$ ) оценивает работу БРЛК на спутнике «Метеор-М», свидетельствуя о высокой потенциальной эффективности этого съёмочного прибора.

### Литература

1. Горбунов А. В., Саульский В. К. Векторный метод анализа спутниковых структур // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. – 2015. – Т. 147. – № 4. – С. 18 – 28.
2. Корн Г. и Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1977.
3. Саульский В. К. Рациональные орбиты для многополосного обзора Земли из космоса // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. – 2015. – Т. 145. – № 2. – С. 42 – 56.
4. Космический комплекс оперативного мониторинга техногенных и природных чрезвычайных ситуаций «Канопус-В» с космическим аппаратом «Канопус-В» № 1 / под ред.: д.ф.-м.н. К. А. Боярчука, д.т.н. С. Н. Волкова, к.т.н. А. В. Горбунова, д.т.н. С. Г. Казанцева, д.т.н. Л. А. Макриденко, к.т.н. Р. С. Салихова. – М. : ФГУП «НПП «ВНИИЭМ», 2011.
5. Космический комплекс гидрометеорологического и океанографического обеспечения «Метеор-3М» с космическим аппаратом «Метеор-М» № 1 / под ред.: д.т.н. Л. А. Макриденко, д.т.н. С. Н. Волкова, д.т.н. Ю. В. Трифонова, к.т.н. А. В. Горбунова, к.т.н. В. Н. Дядюченко. – М. : ФГУП «НПП «ВНИИЭМ», 2009.

Поступила в редакцию 09.12.2016

*Александр Викторович Горбунов, канд. техн. наук, зам. генерального директора, т. (495) 623-41-81.*

*Виктор Константинович Саульский, д-р техн. наук, главный специалист, т. (495) 623-57-74,*

*e-mail: ntk.vniiem@bk.ru.*

*(АО «Корпорация «ВНИИЭМ»).*

## EARTH SURVEY VECTORAL MODEL APPLICATION FOR EARTH SATELLITE ANALYSIS ON ISO-ROUTE ORBITS

A.V. Gorbunov, V.K. Saulskii

Operation of Earth monitoring satellites on iso-route orbits has been analyzed for which the satellite flight course on Earth's surface is repeated entirely after a fixed period of time – the iso-route period. The majority of Earth Remote Sensing Satellites is launched to orbits of that type. In order to perform the analysis of effective operation of such satellites and orbital constellations a computation method is required that would allow to determine all the interruptions in the process of survey of a specified area of Earth surface as well as the frequency of those interruptions. It is proposed to use the newly implemented Earth survey vectoral model for these purposes. The presented model is handy for development of the indicated methodology both for single-satellite and multi-satellite systems of any composition. In the present paper the model is clarified, simplified and specified for iso-route orbits. A set of working examples is given regarding the application of the indicated methodology for well-known Russian satellites such as «Canopus-V», «Canopus-V-IK» and «Meteor-M». For qualitative evaluation of operation effectiveness of these and other Earth monitoring satellites – a complex criteria has been offered and justified, designed in a form of a function, depending on the values of all the interruptions occurring in the process of monitoring as well as the frequency of those interruptions.

**Key words:** vectoral model of Earth survey, submodel, ascending submodel, descending submodel, ascending side of orbit, descending side of orbit, vector – step, large vector – step, effective revisit period, iso-route orbit, iso-route period, next satellite node, unilateral survey, bilateral survey.

### References

1. Gorbunov A. V., Saulskii V. K. Vectoral method of satellite structure analysis // Electromechanical Matters. VNIEM Studies. – 2015. – T. 147. – No 4. – P. 18 – 28.
2. Korn G. and Korn T. Reference guide on mathematics for researchers and engineers // Korn G., Korn T. – M. : Science 1977.
3. Saulskii V.K. Rational orbits for multiband Earth survey from space // Electromechanical Matters. VNIEM Studies. – 2015. – T. 145. – No 2. – P. 42 – 56.
4. «CANOPUS-V» satellite constellation for efficient monitoring of technological and natural disasters with «CANOPUS-V» No 1 satellite / edited by Boiarchuk K. A. – D. Sc. (Phys.-Math.), Volkov S. N. – D. Sc. (Tech.), Gorbunov A. V. – Ph. D. (Tech.), Kazantsev S. G. – D. Sc. (Tech.), Makridenko L. A. – Ph. D. (Tech.), Salikhov R. S. – Ph. D. (Tech.). – M. : FSUE «NPP VNIEM», 2011.
5. «METEOR-3M» hydrometeorological and oceanographic space constellation with «METEOR-M» No 1 type satellite / edited by Makridenko L. A. – D. Sc. (Tech.), Volkov S. N. – D. Sc. (Tech.), Trifonov Iu. V. – D. Sc. (Tech.), Gorbunov A. V. – Ph. D. (Tech.), Diadiuchenko V. N. – Ph. D. (Tech.) – M. : FSUE «NPP VNIEM», 2009.

*Aleksandr Victorovich Gorbunov, Candidate of Technical Sciences, Deputy Director General,  
tel. (495) 623-41-81, e-mail: ntk.vniem@bk.ru.*

*Victor Konstantinovich Saulskii, Doctor of Technical Sciences, Chief Specialist,  
tel. (495) 623-57-74, e-mail: ntk.vniem@bk.ru.  
(JC «VNIEM Corporation»).*