УДК 629.78.015:531.55.001.2

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ПЕРЕЛЕТА К ЮПИТЕРУ С ЭЛЕКТРОРАКЕТНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ

П. В. Казмерчук, Л. В. Вернигора

С помощью метода линеаризации решается задача оптимизации межпланетной траектории перелета в космическом аппарате с малой тягой к Юпитеру. Использование модифицированного метода линеаризации позволяет проводить совместную оптимизацию управления и параметров, входящих в краевые условия, как на левом, так и на правом конце траектории. Выбор в качестве таких параметров даты старта, величины и направления гиперболического избытка скорости, времени перелета наряду с большой областью сходимости, присущей методам первого порядка, помогает решить проблему выбора начального приближения. Решения задачи сравниваются с результатами решений других авторов, полученных с использованием принципа максимума. Даются рекомендации по выбору начального приближения для решения задачи с помощью модифицированного метода линеаризации.

Ключевые слова: *модифицированный метод линеаризации, малая тяга, нелинейная оптимизация, электроракетная двигательная установка.*

Введение

Задача перелета к Юпитеру космического аппарата (КА) с электроракетной двигательной установкой (ЭРДУ) достаточно хорошо изучена и решена многими авторами [1, 2]. Как правило, используется принцип максимума, с помощью которого оптимизационная задача сводится к решению краевой задачи. Основными трудностями при решении являются многоэкстремальность и поиск оптимальных даты старта и времени перелета. Регулярные способы преодоления этих трудностей лежат в области глобальных методов оптимизации, однако в силу большой вычислительной сложности их применение ограничено. При использовании принципа максимума проблему многоэкстремальности решают фиксацией целого количества витков орбиты КА и времени перелета [1], проблему поиска оптимальных даты старта и времени перелета – подбором начального приближения [2].

Модифицированный метод линеаризации (ММЛ) [3, 4], являясь локальным методом оптимизации первого порядка и не претендуя на решение проблемы многоэкстремальности, позволяет проводить совместную оптимизацию управления и параметров, входящих в краевые условия, как на левом, так и на правом конце траектории. Выбор в качестве таких параметров даты старта, величины и направления гиперболического избытка, времени перелета наряду с большой областью сходимости, присущей методам первого порядка, может помочь решить проблему выбора начального приближения или снизить ее сложность. Проверке этой гипотезы и посвящена данная работа.

1. Моделирование движения космического аппарата

Для моделирования движения КА на межпланетном участке траектории используется Международная небесная система координат. Началом отсчета является барицентр Солнечной системы. Ось X направлена в точку весеннего равноденствия на эпоху J2000, ось Z перпендикулярна плоскости земного экватора, ось Y дополняет систему до правой. Полученная система координат независима от вращения Земли. Выбор данной системы связан с необходимостью использования для определения положения и скорости планет в конкретный момент времени (на конкретную дату) эфемерид, в большинстве версий которых координаты максимально приближены к Международной небесной системе координат [5]. В данной работе использовались эфемериды Ephemeris of Planets and Moon (EPM 2021), разработанные Институтом прикладной астрономии Российской академии наук (ИПА РАН) [6]. Для чтения эфемерид использовалась библиотека Ephemeris [7].

Модель движения центра масс КА в проекции на оси не вращающейся системы координат можно записать в виде:

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{V};$$

$$\dot{\mathbf{V}} = -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r} + \frac{p}{m}\mathbf{u}(\alpha, \beta),$$

где $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$ – радиус-вектор; $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ – длина радиус-вектора; $\mathbf{V} = (V_x, V_y, V_z)^T$ – вектор скорости; m – масса КА; μ – гравитационный параметр Солнца; p – величина тяги, создаваемой ЭРДУ; $\mathbf{u}(\alpha, \beta)$ – единичный вектор направления тяги, зависящий от углов α, β, определяющих его пространственную ориентацию относительно вектора скорости КА.

Для того чтобы окончательно сформировать модель движения КА, необходимо раскрыть зависимость $\mathbf{u}(\alpha, \beta)$. Построим вспомогательную систему координат $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$, ось $\mathbf{i}$ которой совпадает по направлению с вектором скорости $\mathbf{V}$, ось $\mathbf{k}$ совпадает с вектором $\mathbf{r} \times \mathbf{V}$ (перпендикулярна к плоскости оскулирующей орбиты), ось $\mathbf{j}$ дополняет систему до правой (рис. 1):

$$\mathbf{i} = \left|\mathbf{V}\right|_e;$$
$$\mathbf{k} = \left|\mathbf{r} \times \mathbf{V}\right|_e;$$
$$\mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{i}.$$

Так как $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ – единичные орты вспомогательной системы, записанные в основной системе координат XYZ, то вектор $\mathbf{u}(\alpha, \beta)$ можно определить по формулам:

$$\mathbf{u}' = \cos\alpha\ \mathbf{i} + \sin\alpha\ \mathbf{j};$$
$$\mathbf{u}' = \cos\beta\ \mathbf{u}' + \sin\beta\ \mathbf{k}.$$

2. Вылет из сферы действия Земли

В состав параметров, определяющих фазовый вектор в момент старта, входят:

– дата старта;

– вектор скорости КА при выведении из сферы действия Земли.

В соответствии с методом точечных сфер действия считается, что выведение КА на межпланетную траекторию производится мгновенно. В момент старта радиус-вектор КА равен радиус-вектору Земли.

Для определения начальной барицентрической скорости КА воспользуемся по аналогии с определением направления тяги вспомогательной системой координат $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$, ось $\mathbf{i}$ которой совпадает по направлению с вектором скорости Земли $\mathbf{W}_З$, ось $\mathbf{k}$ совпадает с вектором $\mathbf{R}_З \times \mathbf{W}_З$ (перпендикулярна плоскости орбиты Земли), где $\mathbf{R}$ – радиус-вектор Земли, ось $\mathbf{j}$ дополняет систему до правой:

$$\mathbf{i} = \left|\mathbf{W}_З\right|_e;$$
$$\mathbf{k} = \left|\mathbf{R}_З \times \mathbf{W}_З\right|_e;$$
$$\mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{i}.$$

В качестве варьируемых параметров выберем составляющие:

– V_∞ – величина гиперболического избытка скорости;

– θ – угол между вектором гиперболического избытка скорости и вектором скорости Земли в плоскости орбиты;

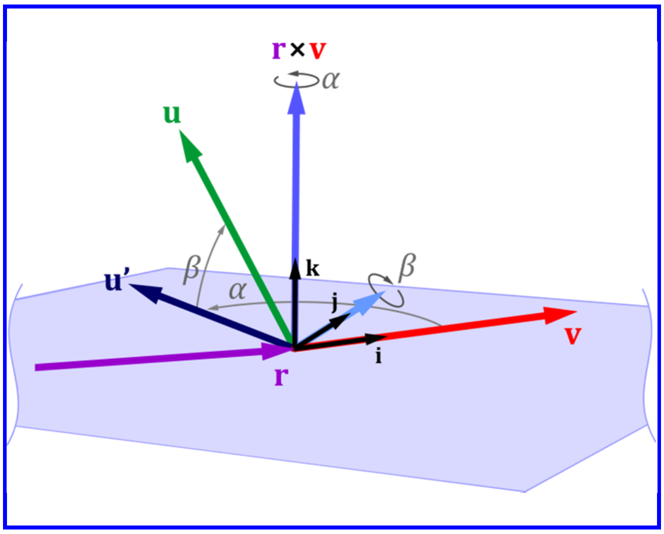

Рис. 1. Направление вектора тяги космического аппарата

– φ – угол между вектором гиперболического избытка скорости и плоскостью орбиты Земли;

– Δt – отклонение от базовой даты старта t_0, на момент которой фиксируется начальное приближение.

Рассматриваемая вспомогательная система координат выбрана по той причине, что оптимальные значения параметров V_∞, θ, φ слабо зависят от даты старта, в связи с чем найденное решение для одной даты старта будет хорошим приближением для другой даты. С учетом введенных понятий начальную скорость КА определим по формуле:

$$\mathbf{V}_0(V_\infty, \theta, \varphi, \Delta t) = \mathbf{W}_З(t_0 + \Delta t) + V_\infty \mathbf{e}(\theta, \varphi),$$

где вектор $\mathbf{e}(\theta, \varphi)$ можно вычислить по следующим соотношениям:

$$\mathbf{e}' = \cos\theta\ \mathbf{i} + \sin\theta\ \mathbf{j};$$

$$\mathbf{e} = \cos\varphi\ \mathbf{e}' + \sin\varphi\ \mathbf{k}.$$

3. Окончание перелета

Моментом встречи с Юпитером и окончанием перелета t_k считается дата, на которую выполнены следующие условия:

$$\mathbf{r}(t_k) - \mathbf{R}_ю(t_k) = 0;$$

$$\mathbf{V}(t_k) - \mathbf{W}_ю(t_k) = 0,$$

где $\mathbf{R}_ю$ – радиус-вектор Юпитера; $\mathbf{W}_ю$ – вектор скорости Юпитера.

4. Постановка задачи

КА с параметрами, указанными в табл. 1, выводится на межпланетную траекторию с максимальным гиперболическим избытком $V_\infty \leq 800$ м/с.

Таблица 1

Параметры КА

Параметр	Значение
Масса	8620,2 кг
Тяга	3,508701 Н
Удельный импульс	4650 с

Необходимо определить величину и ориентацию вектора управляющего ускорения $p(t)$, $\alpha(t)$, $\beta(t)$, значения параметров V_∞, θ, φ, Δt, обеспечивающих перелет КА к Юпитеру с минимальным расходом топлива $m(t_k) \to \max$ при выполнении ограничений:

$$\mathbf{r}(t_k) - \mathbf{R}_{ю}(t_k) = 0;$$

$$\mathbf{V}(t_k) - \mathbf{W}_{ю}(t_k) = 0.$$

Ограничения на α, β, θ, φ, Δt, t_k не накладываются.

Данная задача была решена в работе [2] для фиксированных даты старта 18.11.2018 и времени перелета 1180 суток, величины гиперболического избытка скорости равной 800 м/с. Полученная оптимальная траектория позволяет доставить к Юпитеру КА массой 6244,47 кг. Выбор даты старта и времени перелета осуществлялся на основе трудоемкого двумерного перебора дат старта в рассматриваемом годичном диапазоне 2018 года в интервале длительности перелета от 1100 до 1400 суток.

5. Результаты решения задачи методом линеаризации

Первоначально задача была решена в фиксированной постановке для значений параметров аналогичных работе [2]:

- $t_0 = 18.11.2018$ (2458440,5*JD*);
- $\Delta t = 0$;
- $t_k = t_0 + 1180$ суток;
- $V_\infty = 800$ м/с;
- $\theta = 0$;
- $\varphi = 0$.

Из анализа оптимального управления при использовании принципа максимума известна структура оптимального управления тягой – релейная функция, моменты переключения которой определяются функцией переключения тяги. Функция переключения в явном виде выводится из условий принципа максимума и зависит от сопряженных переменных.

При использовании ММЛ функция переключения недоступна и аналог релейного управления тягой с точностью до аппроксимации управляющих функций должен быть построен в процессе оптимизации, то есть тяга считается регулируемой. В этом основное отличие от работы [2], в которой тяга может принимать только максимальное либо нулевое значение.

Начальное приближение для управляющих функций $p(t)$, $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ выбиралось тривиальным:

- $\alpha(\cdot) \equiv 0$;
- $\beta(\cdot) \equiv 0$;
- $p(\cdot) \equiv 0{,}8 \cdot 3{,}508701$ (80% от максимальной тяги).

Шаг аппроксимации управляющих функций – 30 суток. Интегрирование уравнения движения производилось методом Дорманда – Принса 8-го порядка с автоматической настройкой шага. Точность интегрирования задавалась равной 10^{-11} для всех компонент вектора состояния.

Траектория и управляющие функции, полученные при решении задачи с помощью ММЛ, представлены на рис. 2 – 5. На персональном компьютере (ПК) с процессором Core i9-10850K 3,6GHz расчет занял 1,2 с. Для нахождения решения потребовалось 103 итерации ММЛ.

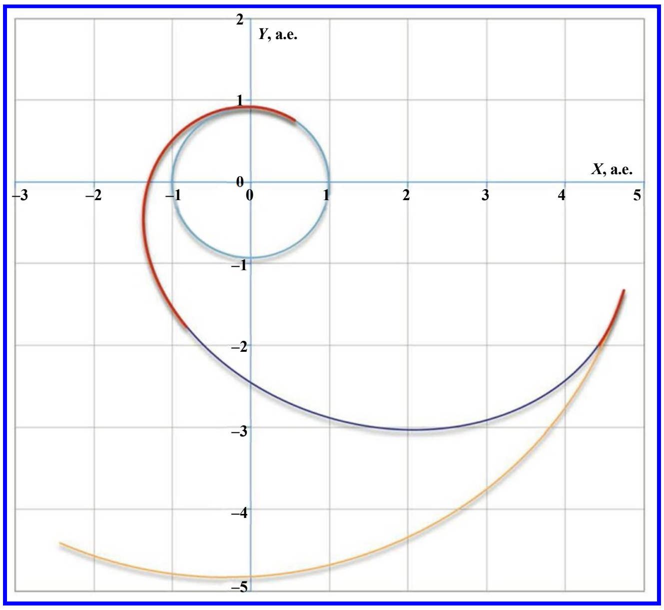

Рис. 2. Траектория перелета к Юпитеру

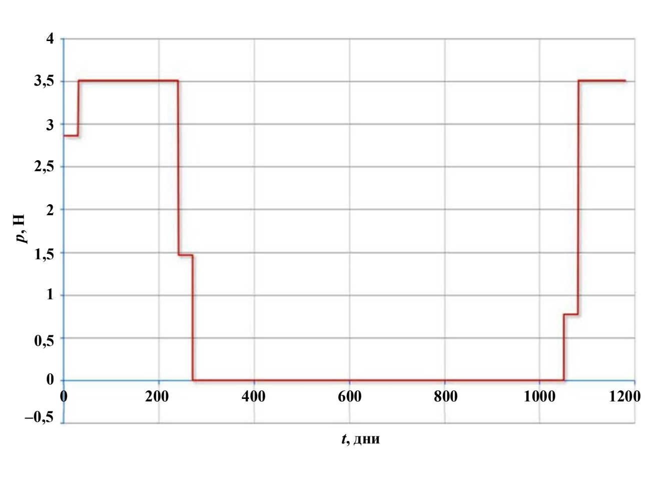

Рис. 3. Зависимость тяги от времени

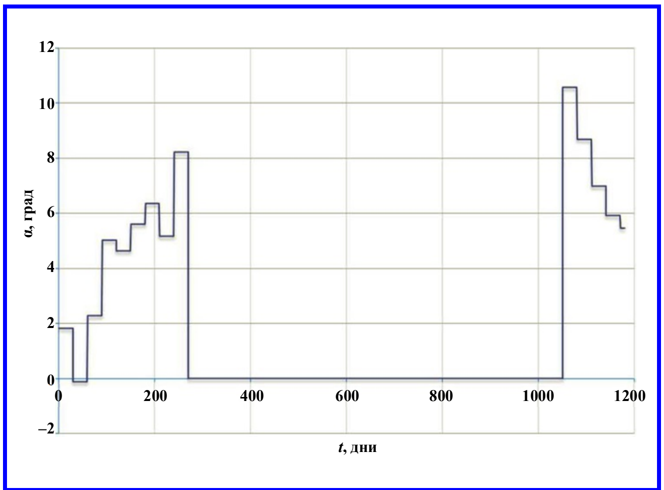

Рис. 4. Зависимость угла между вектором тяги и вектором скорости в плоскости оскулирующей орбиты от времени

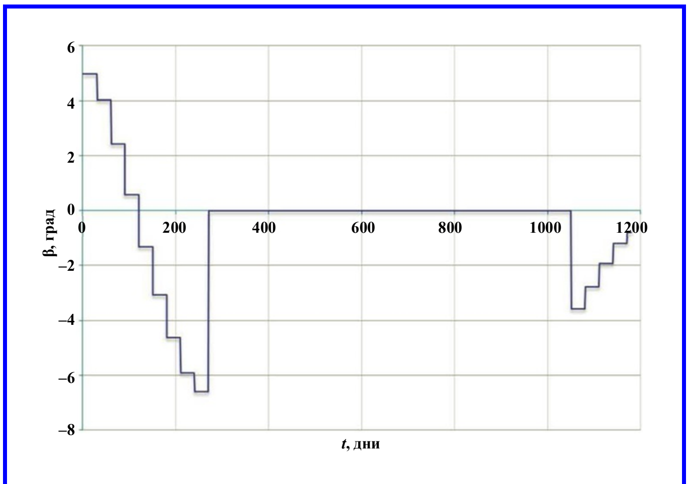

Рис. 5. Зависимость угла между вектором тяги и плоскостью оскулирующей орбиты от времени

Достигнутые значения функционалов в конечный момент времени приведены в табл. 2.

Таблица 2

Достигнутые значения функционалов в фиксированной задаче

Функционал	Значение
$m(p(\cdot), \alpha(\cdot), \beta(\cdot))$	6269,7 кг
$\Delta x(p(\cdot), \alpha(\cdot), \beta(\cdot)) = r_x - R_{xю}$	– 0,32537854 км
$\Delta y(p(\cdot), \alpha(\cdot), \beta(\cdot)) = r_y - R_{yю}$	– 0,75267221 км
$\Delta z(p(\cdot), \alpha(\cdot), \beta(\cdot)) = r_z - R_{zю}$	– 0,15798416 км
$\Delta V_x(p(\cdot), \alpha(\cdot), \beta(\cdot)) = V_x - W_{xю}$	$9{,}814097 \cdot 10^{-6}$ м/с
$\Delta V_y(p(\cdot), \alpha(\cdot), \beta(\cdot)) = V_y - W_{yю}$	$-2{,}057988 \cdot 10^{-6}$ м/с
$\Delta V_z(p(\cdot), \alpha(\cdot), \beta(\cdot)) = V_z - W_{zю}$	$-2{,}293887 \cdot 10^{-6}$ м/с

Полученное значение массы чуть лучше, чем в работе [2]. Возможно, это связано с меньшей точностью выполнения ограничений. Поскольку в работе [2] никакой дополнительной информации о достигнутых значениях функционалов, используемом методе интегрирования, точности интегрирования и т. д. не приведено, провести более детальный сравнительный анализ двух решений не представляется возможным. В целом полученное управление и траектория качественно совпадают с решением в [2]. Полученная функция управления тягой является релейной с точностью до шага аппроксимации.

Допустим, что нам неизвестно решение из [2] и требуется найти оптимальную траекторию перелета к Юпитеру в 2018 году.

Введем все зафиксированные при предыдущем решении параметры в состав варьируемых, оптимальные значения которых нужно будет определить в процессе оптимизации. Начальные значения параметров принимались следующими:

- $\Delta t = 0$;
- $t_k = t_0 + 1250$ суток;
- $V_\infty = 400$ м/с;
- $\theta = 0$;
- $\varphi = 0$.

Обоснование нулевых начальных значений параметров не требуется в силу их тривиальности. Начальное значение времени перелета выбрано как середина рассматриваемого в [2] диапазона. То же самое касается начального значения гиперболического избытка, на величину которого накладывается ограничение $0 \le V_\infty \le 800$ м/с. Остальные параметры не ограничены. Начальное приближение для управляющих функций $p(t)$, $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ выбиралось аналогично предыдущей задаче.

Базовая дата старта t_0 варьировалась прямым перебором в рассматриваемом годичном диапазоне

2018 года с шагом в две недели. Количество итераций было ограничено максимальным значением в 200 итераций, после чего процесс прерывался, а решение считалось ненайденным. На ПК с процессором Core i9-10850K 3,6GHz расчет занял 30,1 с. Были получены решения для следующих базовых дат старта с соответствующими конечными массами КА:

t_0 = 13.08.2018, m = 6072,2 кг;
t_0 = 24.09.2018, m = 6215,99 кг;
t_0 = 08. 10.2018, m = 5875,52 кг;
t_0 = 19.11.2018, m = **6275,03** кг;
t_0 = 17.12.2018, m = 6255,16 кг.

Максимальное значение конечной массы получено для базовой даты старта 19.11.2018. Траектория и управляющие функции, полученные для этого решения, представлены на рис. 6 – 9.

Достигнутые значения функционалов в конечный момент времени приведены в табл. 3.

Таблица 3

Достигнутые значения функционалов для t_0 = 19.11.2018

Функционал	Значение
$m(p(\cdot), \alpha(\cdot), \beta(\cdot))$	6275,026 кг
$\Delta x(p(\cdot), \alpha(\cdot), \beta(\cdot)) = r_x - R_{xю}$	– 0,004696 км
$\Delta y(p(\cdot), \alpha(\cdot), \beta(\cdot)) = r_y - R_{yю}$	– 0,089537 км
$\Delta z(p(\cdot), \alpha(\cdot), \beta(\cdot)) = r_z - R_{zю}$	– 0,00231874 км
$\Delta V_x(p(\cdot), \alpha(\cdot), \beta(\cdot)) = V_x - W_{xю}$	$1{,}42982526 \cdot 10^{-6}$ м/с
$\Delta V_y(p(\cdot), \alpha(\cdot), \beta(\cdot)) = V_y - W_{yю}$	$-9{,}78796379 \cdot 10^{-7}$ м/с
$\Delta V_z(p(\cdot), \alpha(\cdot), \beta(\cdot)) = V_z - W_{zю}$	$7{,}8695666 \cdot 10^{-7}$ м/с

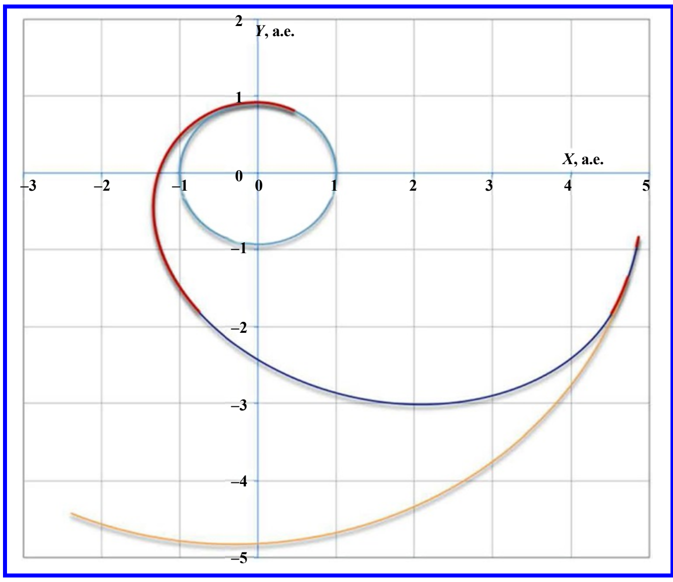

Рис. 6. Траектория перелета к Юпитеру для t_0 = 19.11.2018

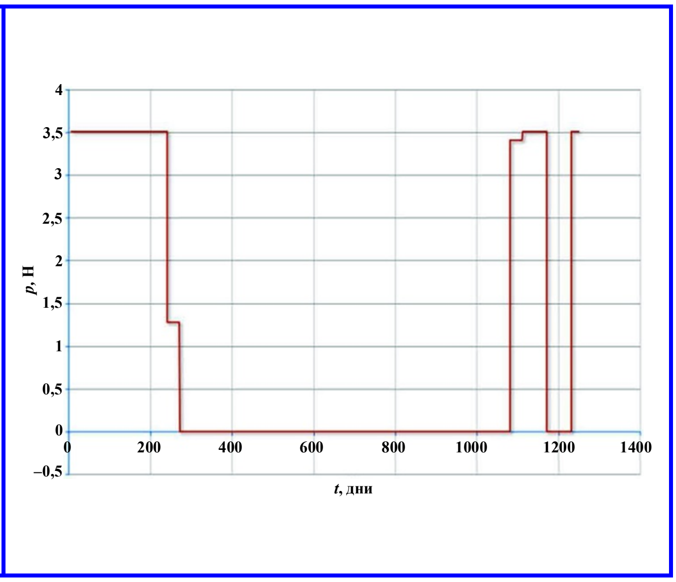

Рис. 7. Зависимость тяги от времени для t_0 = 19.11.2018

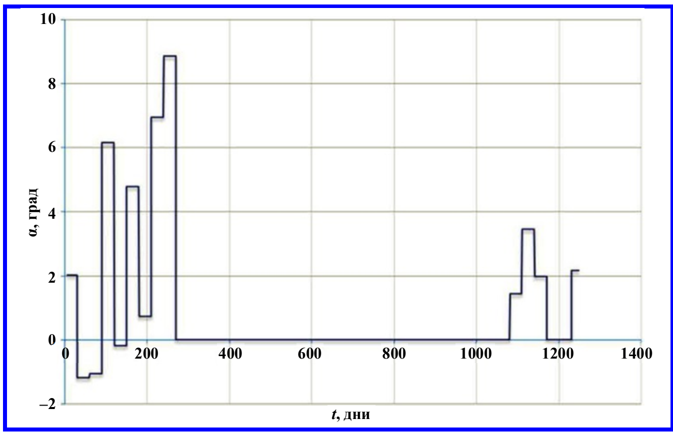

Рис. 8. Зависимость угла между вектором тяги и вектором скорости в плоскости оскулирующей орбиты от времени для t_0 = 19.11.2018

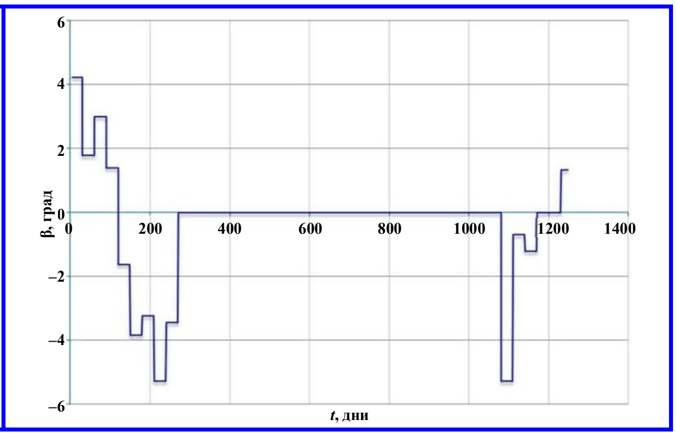

Рис. 9. Зависимость угла между вектором тяги и плоскостью оскулирующей орбиты от времени для t_0 = 19.11.2018

Достигнутые значения оптимизируемых параметров представлены в табл. 4.

Таблица 4

Достигнутые значения параметров для t_0 = 19.11.2018

Параметр	Значение
Δt	5,7527 суток
$t_k - t_0$	1 248,57 суток
V_∞	800 м/с
θ	0,0866 рад
φ	0,1436 рад

Таким образом, оптимальная дата старта находится внутри суток 24.11.2018, а длительность перелета составила 1 248 суток. Необходимо отметить наличие двух активных участков на правом конце траектории.

Основным достоинством принципа максимума является то, что если получено решение краевой задачи, то соответствующее управление удовлетворяет необходимым условиям оптимальности. При использовании прямых методов оптимизации вопросы оптимальности получаемых решений остаются открытыми и требуют дополнительных исследований. С инженерной точки зрения при проектировании космических миссий важно достигнутое значение критерия оптимальности и возможность аппаратной реализации полученного управления. В этой связи полученные в данной работе результаты лучше, чем в публикации [2]. Однако необходимо отметить, что в общем случае сравнение этих решений не совсем корректно. Непрерывная задача, решение которой получается при использовании принципа максимума, и дискретная задача, образованная при кусочно-постоянной аппроксимации непрерывного управления в ММЛ, неэквивалентны даже при стремлении интервала аппроксимации к нулю [8].

При проектировании сложных космических миссий важна «скорость итерации», то, как быстро исследователь может менять близкие по эффективности критерии, исследовать различные формы уравнений движения и ограничений. Использование принципа максимума приводит к необходимости дополнительного анализа и корректировки условий трансверсальности при малейших изменениях в постановке задачи, для выбора начального приближения требует глубокого понимания физического смысла сопряженных переменных. Использование ММЛ напротив позволяет работать непосредственно в терминах целевой задачи: уравнения движения, управления и управляющих параметров, критериев и ограничений. Это предоставляет исследователю возможность сосредоточиться непосредственно над решением задачи, более осознанно выбирать начальное приближение, а большая область сходимости ММЛ, присущая методам первого порядка, позволяет этот выбор осуществлять достаточно приближенно. Любые изменения в математической постановке задачи приводят к эквивалентным изменениям в исходных данных для ММЛ, не требуя от пользователя глубоких знаний в области математической теории оптимизации. Указанные особенности ММЛ позволяют реализовывать «быстрые итерации», оперативно получать результат при изменении исходных данных, всесторонне исследовать задачу с минимальными временными затратами.

Выводы

В работе с помощью ММЛ решена задача оптимизации перелета к Юпитеру КА с ЭРДУ с минимальным расходом топлива. Использование ММЛ обеспечило решение задачи с тривиальным начальным приближением. Сравнительно низкая вычислительная сложность ММЛ позволила организовать эффективную процедуру перебора начальных дат старта внутри рассматриваемого годичного диапазона с целью определения наилучших даты старта и длительности перелета. С точки зрения целевого критерия – минимального расхода топлива – полученное решение чуть лучше решения аналогичной задачи с использованием принципа максимума.

Литература

1. Константинов М. С. Оптимизация прямых полетов к Юпитеру с ядерной электроракетной двигательной установкой / М. С. Константинов, Т. Мин // Вестник Московского авиационного института. – 2013. – Т. 20. – № 5. – С. 22 – 33.

2. Константинов М. С. Оптимизация траектории перелета космического аппарата с малой тягой для исследования Юпитера с использованием гравитационного маневра у Земли / М. С. Константинов, А. А. Орлов // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. – 2013. – № 5 (21). – С. 42 – 46.

3. Казмерчук П. В. Верификация метода линеаризации для задач оптимизации траекторий КА с малой тягой / П. В. Казмерчук // Вестник НПО им. С. А. Лавочкина. – 2018. – № 1. – С. 36 – 41.

4. Вернигора Л. В. Оптимизация некомпланарных перелетов с малой тягой методом линеаризации / Л. В. Вернигора, П. В. Казмерчук // Вестник НПО им. С. А. Лавочкина. – 2019. – № 4. – С. 19 – 26.

5. Казмерчук П. В. Практическое использование эфемерид EPM и DE / П. В. Казмерчук, Л. В. Вернигора // Труды МАИ. – 2022. – № 125. – DOI : 10.34759/trd-2022-125-18.

6. Pitjeva E. V. EPM – High-precision planetary ephemerides of IAA RAS for scientific research and astronavigation

on the Earth and in space / E. V. Pitjeva //Proceedings of the International Astronomical Union. Highlights of Astronomy. – 2012. – Volume 16. – P. 221 – 222.
7. Ephemeris : [library] // Github : [сайт]. – 2022. – URL : https://github.com/highwatt/ephemeris.
8. Федоренко Р. П. Приближенное решение задач оптимального управления / Р. П. Федоренко. – Москва : Наука, 1978. – 488 с.

Поступила в редакцию 16.08.2022

Павел Владимирович Казмерчук, *кандидат технических наук, главный конструктор,*
e-mail: pavel.kazmerchuk@gmail.com.
Людмила Витальевна Вернигора, *кандидат технических наук, главный специалист,*
т. 8 (495) 572-12-20, e-mail: VernigoraLV@laspace.ru.
(АО «НПО Лавочкина»).

ABOUT ONE TASK OF A FLIGHT TO JUPITER WITH AN ELECTRIC ROCKET PROPULSION SYSTEM

P. V. Kazmerchuk, L. V. Vernigora

In the article, using the linearization method, the problem of optimizing the interplanetary trajectory of a flight to a spacecraft with low thrust to Jupiter is solved. The use of the modified linearization method makes it possible to jointly optimize the control and parameters included in the boundary conditions both on the left and on the right end of the trajectory. The choice of the start date, the magnitude and direction of the hyperbolic excess velocity, the flight time as such parameters, along with a large convergence area inherent in first-order methods, helps to solve the problem of choosing the initial approximation. The solutions of the problem are compared with the results of other authors obtained using the formalism of the Maximum Principle. Recommendations are given for choosing the initial approximation for solving the problem using a modified linearization method.
Keyword: *modified linearization method, low thru, nonlinear optimization, electric rocket propulsion system.*

References

1. Konstantinov M. S. Optimization of direct flights to Jupiter with a nuclear electric propulsion system / M. S. Konstantinov, T. Min // Moscow Aviation Institute Journal. – 2013. – V. 20. – No. 5. – Pp. 22 – 33.
2. Konstantinov M. S. Optimization of flight path of low-thrust spacecraft for exploration of Jupiter with the use of gravity assist near the Earth / M. S. Konstantinov, A. A. Orlov // Lavochkin Research and Production Association Journal. – 2013. – No. 5 (21). – Pp. 42 – 46.
3. Kazmerchuk P. V. Verification of linearization method for the tasks of low-thrust spacecraft flight path optimization / P. V. Kazmerchuk // Lavochkin Research and Production Association Journal. – 2018. – No. 1. – Pp. 36 – 41.
4. Vernigora L. V. Optimization of low-thrust noncomplanar transfers by linearization method / L. V. Vernigora, P. V. Kazmerchuk // Lavochkin Research and Production Association Journal. – 2019. – No. 4. – Pp. 19 – 26.
5. Kazmerchuk P. V. Practical use of EPM and DE ephemeris / P. V. Kazmerchuk, L. V. Vernigora // MAI Proceedings. – 2022. – No. 125. – DOI : 10.34759/trd-2022-125-18.
6. Pitjeva E. V. EPM – High-precision planetary ephemerides of IAA RAS for scientific research and astronavigation on the Earth and in space / E. V. Pitjeva //Proceedings of the International Astronomical Union. Highlights of Astronomy. – 2012. – Volume 16. – P. 221 – 222.
7. Ephemeris : [library] // Github : [сайт]. – 2022. – URL : https://github.com/highwatt/ephemeris.
8. Fedorenko R. P. Approximate solution of optimal control problems / R. P. Fedorenko. – Moscow : Nauka (Science), 1978. – p. 488.

Pavel Vladimirovich Kazmerchuk, *Candidate of Technical Sciences, chief designer,*
e-mail: pavel.kazmerchuk@gmail.com.
Lyudmila Vitalevna Vernigora, *Candidate of Technical Sciences, chief specialist,*
e-mail: VernigoraLV@laspace.ru.
(Lavochkin Association).