

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАГНИТНОГО ПОДШИПНИКА

В.П. Верещагин, В.А. Клабуков  
(ФГУП «НПП ВНИИЭМ»)

*На основе анализа электромагнитных процессов, проходящих в магнитном подшипнике, получены исходные уравнения, связывающие создаваемое тяговое усилие электромагнита с напряжением, приложенным к его обмотке, и величиной перемещения ротора. Рассмотрена возможность реализации полученной математической модели в стандартных компьютерных программах. Приведен пример использования модели для анализа динамических свойств электромагнитной опоры.*

**Ключевые слова:** математическая модель, радиальный электромагнитный подшипник, структурная схема модельной однородной стенки.

В современной технике широкое распространение начинает получать новый тип электромеханических устройств – активные магнитные подшипники (МП). Первые работы во ФГУП «НПП ВНИИЭМ» по МП были связаны с применением их в устройствах ориентации космических аппаратов [1]. В настоящее время МП широко используются в крупных компрессорах природного газа на магистральных газопроводах [2]. Важным преимуществом МП является отсутствие механического контакта между неподвижными и вращающимися частями механизма. Это обеспечивается за счёт взаимодействия между управляемыми электромагнитами статора и ферромагнитными сердечниками ротора. Стабилизация заданного положения ротора достигается за счёт регулирования токов в обмотках электромагнитов по сигналам датчиков положения ротора. Электромагниты МП являются исполнительными органами системы магнитного подвеса ротора (СМП), назначением которой является стабилизация ротора, в общем случае, по пяти степеням свободы.

Типовая СМП машины с цилиндрическим ротором состоит из одного осевого МП (ОМП) и двух радиальных МП (РМП).

РМП обычно имеет четыре активные зоны, расположенные по окружности подшипника под углом 90°, каждая из которых является самостоятельным электромагнитом. При горизонтальном расположении ротора машины, когда вес ротора значительно превышает действующие возмущения, РМП может иметь только две активные зоны, тянущие ротор вверх под углом 45° к вертикали.

ОМП обычно состоит из двух статорных электромагнитов и расположенного между ними диска, который закрепляется на роторе машины. В случае вертикального расположения ротора машины, при большом весе ротора, ОМП может состоять из одного электромагнита и диска.

Каждый электромагнит, взаимодействующий с ротором, можно рассматривать как одноосную маг-

нитную опору, преобразующую электрическую энергию сети питания в работу магнитных сил, обеспечивающих заданное положение ротора.

Процессы преобразования энергии в ОМП и РМП значительно отличаются. Магнитопровод ОМП обычно выполняется из массивного железа, в котором наводятся вихревые токи, оказывающие существенное влияние на магнитный поток в МП. Магнитопровод РМП выполняется из шихтованного железа, что позволяет не принимать во внимание вихревые токи при анализе процессов преобразования энергии в МП.

Для описания процесса преобразования энергии в РМП в первом приближении принимается, что магнитная энергия одноосной опоры может быть представлена в виде выражения

$$W = \frac{1}{2} LI^2,$$

где  $L$  – индуктивность электромагнита, соответствующая магнитному потоку в воздушном зазоре;  $I$  – ток в обмотке электромагнита.

Зависимость индуктивности электромагнита от перемещения ротора в первом приближении можно аппроксимировать следующим выражением:

$$L = \frac{L_0}{1 - y/a},$$

где  $L_0$  – индуктивность обмотки электромагнита, соответствующая потоку в воздушном зазоре при центральном положении ротора;  $a$  – воздушный зазор между ротором и статором при центральном положении ротора;  $y$  – отклонение ротора от центрального положения.

Исходная система уравнений составлена из уравнений равновесия

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{1}{2} \frac{dL}{dy} I^2 = Q; \quad (1)$$

$$U = \frac{d(LI)}{dt} + L_1 \frac{dI}{dt} + IR, \quad (2)$$

где  $Q$  – действующая на ротор возмущающая сила;  $U$  – напряжение питания, приложенное к обмотке электромагнита;  $L_1$  – индуктивность обмотки электромагнита, соответствующая потоку рассеяния;  $R$  – активное сопротивление обмотки электромагнита.

Уравнение (1) описывает преобразование магнитной энергии опоры в кинетическую энергию ротора и является уравнением равновесия инерционной силы ротора  $c$ , возмущающей силы  $Q$  и магнитной силы:

$$F = \frac{1}{2} \frac{dL}{dy} I^2. \quad (3)$$

Уравнение (2) описывает процесс преобразования электрической энергии сети питания в магнитную энергию опоры и является уравнением электрического равновесия в цепи питания электромагнита.

Обычно насыщение в магнитной цепи электромагнита отсутствует, поэтому в первом приближении потокосцепление и ток электромагнита связаны линейной зависимостью

$$\psi = LI. \quad (4)$$

Уравнение (4) является уравнением равновесия

магнитной цепи опоры.

С учетом уравнений (3) и (4) уравнения электромеханического преобразования энергии можно представить в следующем виде:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = F + Q;$$

$$U = \frac{d\psi}{dt} + L_1 \frac{dI}{dt} + IR; \quad (5)$$

$$F = \frac{\psi^2}{2aL_0}; \quad (6)$$

$$I = \frac{(1 - y/a)\psi}{L_0}, \quad (7)$$

где  $\psi$  – потокосцепление обмотки электромагнита, соответствующее потоку в воздушном зазоре.

Уравнения (5), (6) и (7) образуют математическую модель магнитной опоры.

Входными переменными этой модели являются напряжение питания обмотки  $U$  и положение ротора  $y$ .

Положение ротора может изменяться в пределах зазора страховочного подшипника  $|y| \leq b$ .

Выходными переменными модели являются магнитная сила  $F$  и ток обмотки  $I$ .

Диапазон изменения выходных переменных определяется максимальным тяговым усилием  $F_m$ .

Максимальное потокосцепление  $\psi_m$  связано с

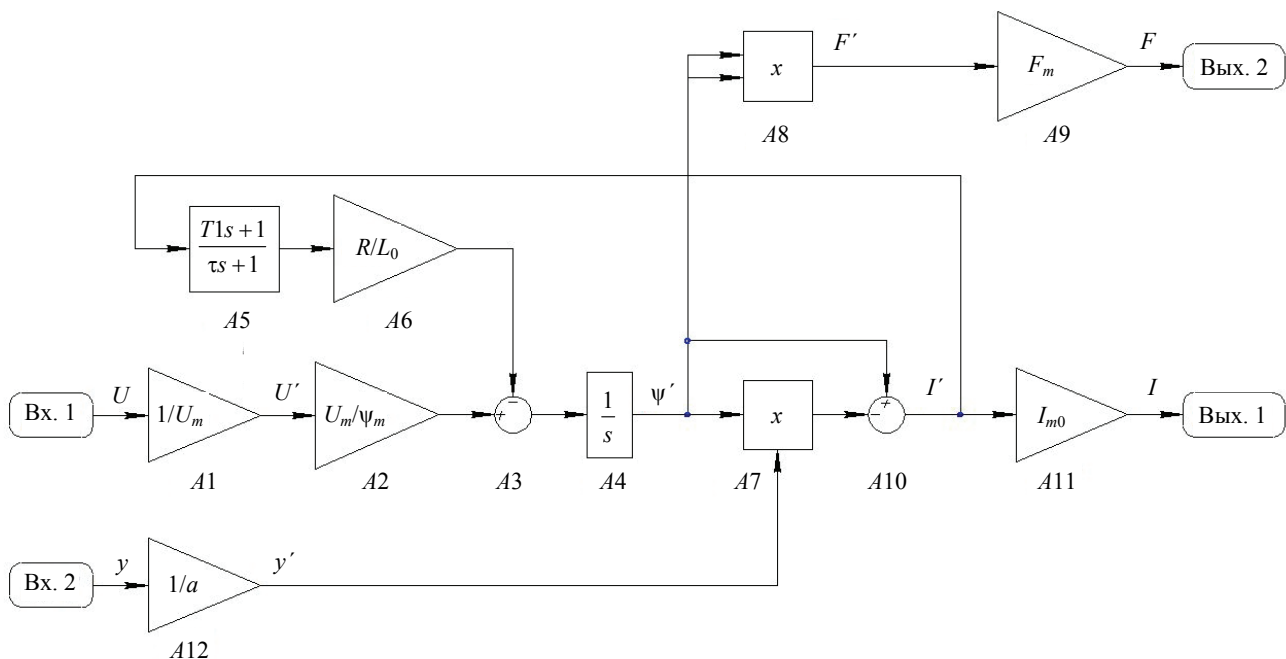


Рис. 1. Структурная схема модели

максимальным тяговым усилием соотношением

$$\psi_m^2 = 2aL_0F_m.$$

Максимальный ток  $I_m$  с максимальным потокосцеплением связан соотношением

$$I_m = \frac{(1 - y/a)\psi_m}{L_0},$$

которое при центральном положении ротора ( $y = 0$ ) принимает вид

$$I_{m0} = \frac{\Psi_m}{L_0}.$$

Максимально возможное значение возмущающей силы обозначим как  $Q_m$ .

Максимально возможное напряжение питания обозначим  $U_m$ .

Значение напряжения питания, при котором по обмотке протекает постоянный ток  $I_{m0}$  и электромагнит развивает максимальное усилие  $F_m$ ,

$$U_{m0} = I_{m0}R.$$

Приняв перечисленные выше максимальные значения параметров модели за базовые, можно перейти к относительным переменным:

$$y' = y/a; \quad F' = F/F_m; \quad \psi' = \psi/\psi_m; \\ U' = U/U_{m0}; \quad I' = I/I_{m0}; \quad Q' = Q/Q_m.$$

После ввода оператора дифференцирования  $s$  уравнения электромагнитного преобразования энергии в магнитной опоре принимают более простой вид

$$s^2 y' = \frac{F_m}{ma}(F' + Q');$$

$$s\psi' = \frac{U_m}{\Psi_m}U - \frac{R}{L_0}(T_1s + 1)I'; \quad (8)$$

$$F' = (\psi')^2; \quad (9)$$

$$I' = (1 - y')\psi', \quad (10)$$

где  $T_1 = L_1/R$  – постоянная времени, соответствующая индуктивности рассеяния.

Учёт насыщения железа в математической модели может быть осуществлён путём введения степенной функции потокосцепления в уравнение (10) в следующем виде:

$$I' = (1 - y')[1 + g(\psi')^n]\psi',$$

где  $g$  и  $n$  – коэффициент насыщения и показатель степени, которые определяются по расчётным токовым характеристикам магнитной опоры.

Для реализации математической модели в соответствии с уравнениями (8) – (10) использовалась одна из стандартных компьютерных программ. Структурная схема модели представлена на рис. 1.

На входы 1 и 2 поступают сигналы, имитирующие напряжение питания обмотки электромагнитов  $U$  и отклонение ротора от центрального положения  $y$ . Затем эти сигналы в звеньях  $A1$  и  $A12$  преобразуются в соответствующие относительные величины  $U'$  и  $y'$ . Для удобства масштабы входных сигналов выбираются 1 В/В и 1 мм/В, а коэффициенты усилителей соответственно устанавливаются равными  $1/U_{m0}$  и  $1/a$ .

В соответствии с уравнением (8) сигнал  $U'$  с помощью усилителя  $A2$  умножается на коэффициент  $U_{m0}/\Psi_m$ . Сумматор  $A3$  осуществляет вычитание из сигнала  $U'$  составляющей, учитывающей падение напряжения на активном сопротивлении и индуктивном сопротивлении рассеяния обмотки электромагнита. Результирующий сигнал поступает на вход интегрирующего звена  $A4$ . Звено  $A5$  реализует передаточную функцию  $T_1s + 1/\tau s + 1$ , знаменатель которой содержит постоянную времени

$$\tau = 0,1T_1.$$

Введение постоянной времени  $\tau$  обусловлено необходимостью исключения возбуждения в цепи обратной связи интегрирующего звена  $A4$ .

Перемножитель  $A7$  вычисляет составляющую  $y'\psi'$ , чтобы затем, в соответствии с уравнением (10), в сумматоре  $A10$  получить относительное значение тока в обмотке электромагнита  $I'$ .

Звено перемножителя  $A8$ , в соответствии с уравнением (9) модели, вычисляет относительное значение тягового усилия  $F'$ , создаваемого электромагнитом.

Для удобства отображения выходных величин  $I$  и  $F$  звенья  $A11$  и  $A9$  соответственно имеют коэффициенты  $U_{m0}$  (А/В) и  $F_m$  (кН/В).

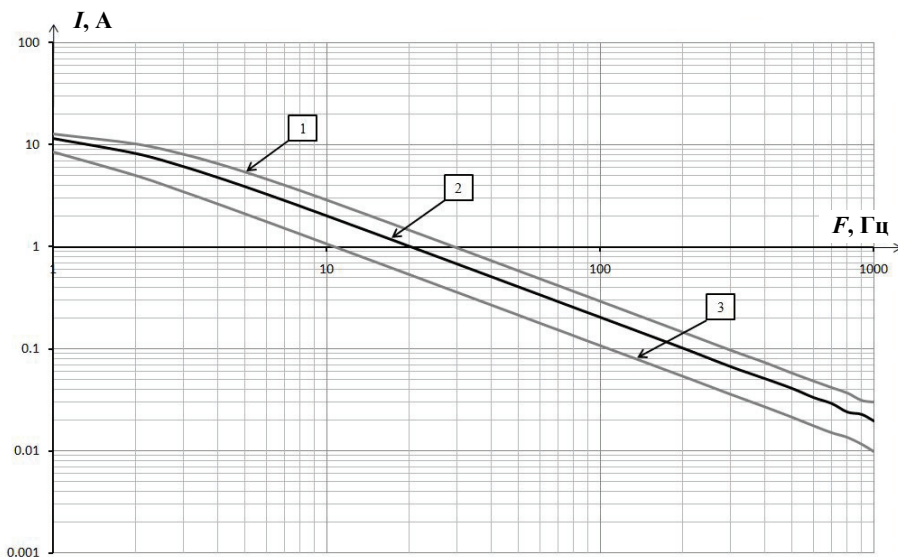


Рис. 2. Зависимость тока электромагнита от частоты питающего напряжения: 1 –  $y = -0,5$  мм; 2 –  $y = 0$ ; 3 –  $y = 0,5$  мм

В качестве примера рассматривается математическая модель тестового электромагнита со следующими параметрами:

$$R = 1 \text{ Ом}; L_0 = 0,1 \text{ Гн}; L_1 = 0,01 \text{ Гн};$$

$$a = 1 \text{ мм}; F_m = 10 \text{ кН}.$$

По этим параметрам определяются базовые значения максимального потокоцепления:

$$\Psi_m = \sqrt{2aL_0F_m} = 1,41 \text{ Вб},$$

а также максимального тока в обмотке электромагнита при центральном положении ротора:

$$I_{m0} = \frac{\Psi_m}{L_0} = 14,1 \text{ А}.$$

Базовая величина напряжения, соответствующая этому току,

$$U_{m0} = I_{m0}R = 14,1 \text{ В}.$$

Результаты расчёта тока, протекающего в обмотке электромагнита, полученные из математической модели с указанными выше параметрами, приведены на рис. 2.

Частота напряжения питания изменяется от 1 до 1000 Гц. Расчёт выполняется для центрального положения ротора ( $y = 0$ ) и при отклонениях  $y = \pm 0,5$  мм.

Полученные с использованием модели результаты полностью совпадают с результатами аналитических расчётов.

Предлагаемая математическая модель магнитной опоры может являться основой как при исследовании свойств электромагнита, так и при синтезе оптимальной структуры управления СМП в целом.

В первом случае модель можно использовать для решения задачи идентификации па-

раметров электромагнита как исполнительного органа СМП.

Во втором случае модель используется при выборе структуры «наблюдателя» в задаче линеаризации системы управления МП.

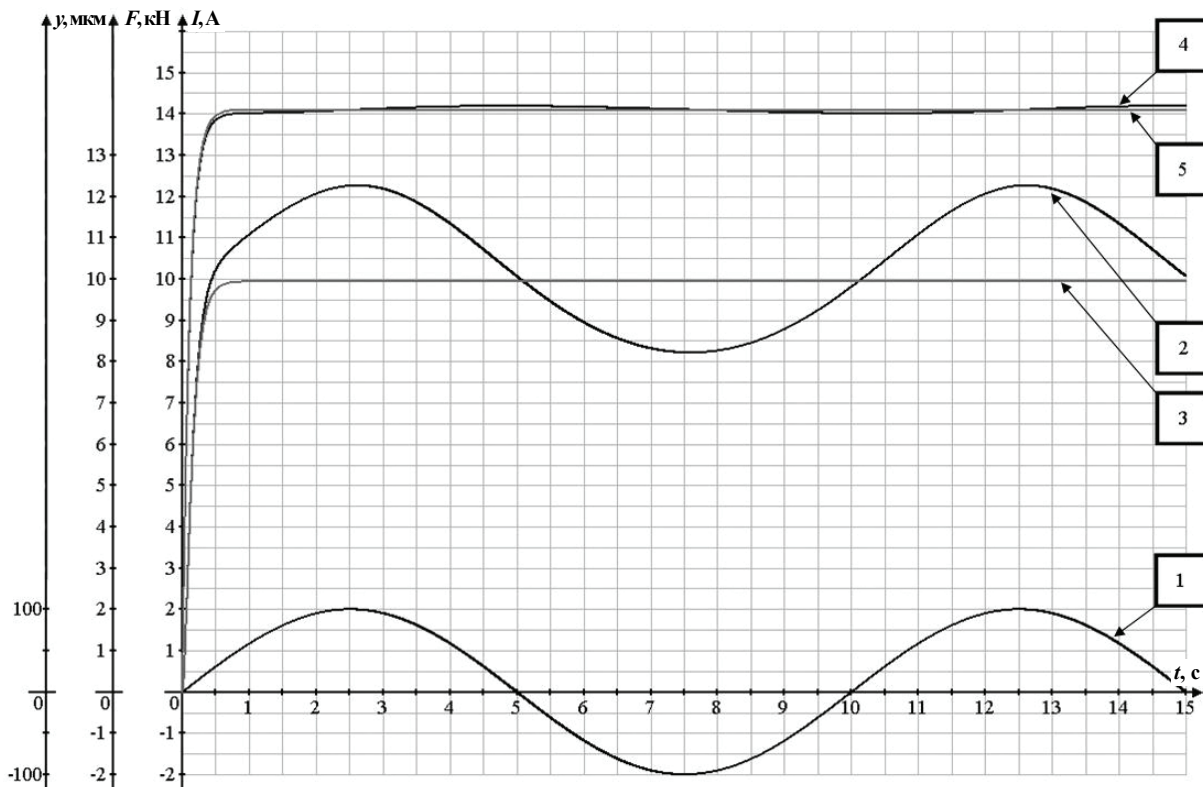
Для синтеза системы управления магнитной опоры важное значение имеет величина отрицательной позиционной жесткости электромагнита. В [3] предлагается рассчитывать эту величину по формуле следующего вида:

$$c = L_0 \frac{I^2}{a^2} = 19,88 \text{ Н/мкм}.$$

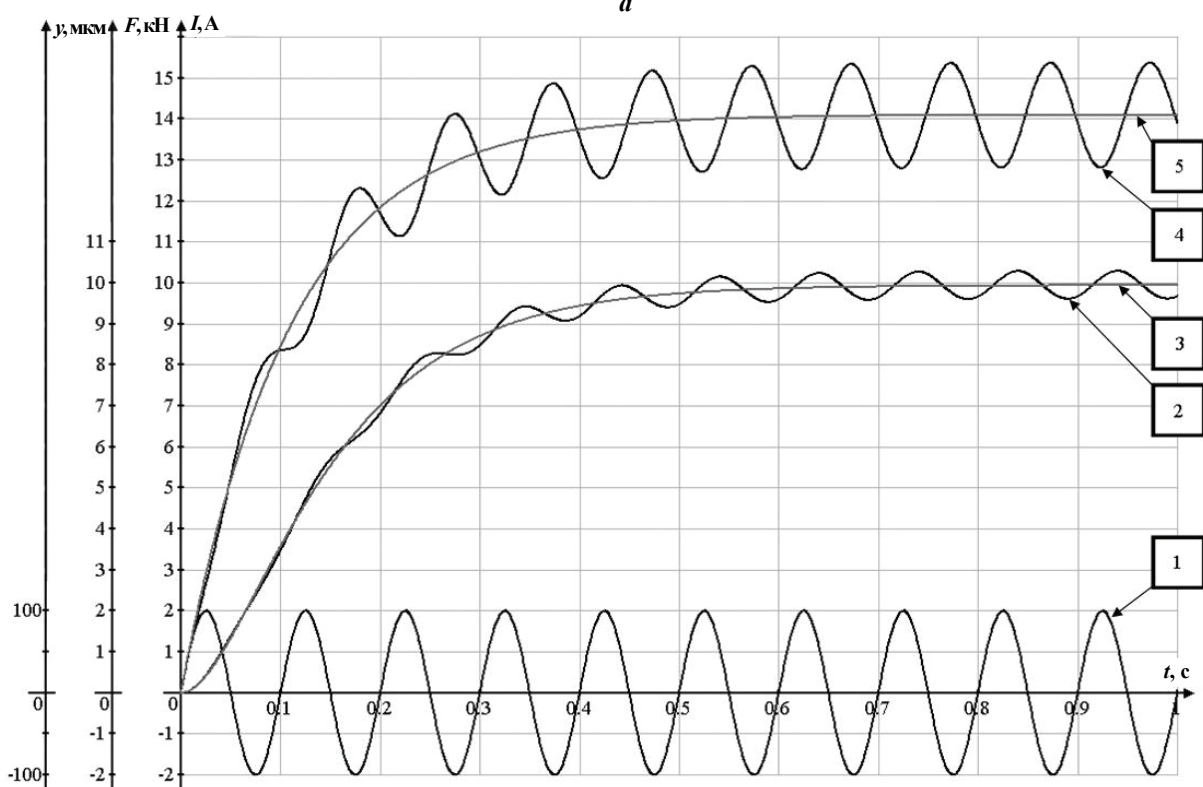
С использованием модели рассматривается случай колебания ротора электромагнита в воздушном зазоре при питании обмотки от источника постоянного напряжения. Исследования показывают, что ток в обмотке не остаётся постоянным из-за влияния ЭДС самоиндукции. Это влияние начинает сказываться уже при частоте колебаний ротора, превышающей 1 Гц. С ростом амплитуды и частоты колебаний ротора ЭДС самоиндукции значительно возрастает.

В замкнутой системе управления электромагнитом с обратной связью по току величина тока автоматически поддерживается постоянной, для чего на обмотку электромагнита подаётся напряжение, компенсирующее ЭДС самоиндукции.

В результате необходимо принимать меры для устранения негативного влияния отрицательной позиционной жесткости, возникающего в электромагните.



а



б

Рис. 3. Зависимость электромагнитного усилия от положения ротора в воздушном зазоре при частоте колебаний: а – 0,1 Гц; б – 10 Гц; 1 – положение ротора; 2 – тяговое усилие при колеблющемся роторе; 3 – тяговое усилие при центральном положении ротора ( $y = 0$ ); 4 – ток в электромагните при колеблющемся роторе; 5 – ток в электромагните при центральном положении ротора ( $y = 0$ )

Предлагаемая математическая модель позволяет оценить значение ЭДС самоиндукции на различных частотах и амплитудах вибрации ротора, а также провести исследования динамических свойств электромагнита без использования сложного испытательного стенда.

Рассмотрим два случая, для которых представлены осциллограммы, полученные из модели (рис. 3). В первом случае ротор электромагнита перемещается в воздушном зазоре с амплитудой 100 мкм и частотой 0,1 Гц (рис. 3, а). Во втором случае частота колебаний ротора составляет 10 Гц (рис. 3, б). В обоих случаях на обмотку тестового электромагнита, рассмотренного в предыдущем примере, подаётся постоянное напряжение питания

$$U = 14,1 \text{ В.}$$

Пусть колебания ротора электромагнита в воздушном зазоре заданы функцией

$$y = b \sin(f_y 2\pi t),$$

где  $b$  – амплитуда колебаний ротора;  $f_y$  – частота колебаний ротора.

При неподвижном роторе тяговое усилие после окончания переходного процесса достигает установившейся величины. При колебании ротора соответственно изменяется тяговое усилие электромагнита.

Как видно из рис. 3, а, при частоте колебаний ротора 0,1 Гц ток остаётся практически постоянным – влияние противо-ЭДС не сказывается. Амплитуда ЭДС самоиндукции пренебрежительно мала

$$E = 0,09 \text{ В.}$$

Изменение положения ротора в воздушном зазоре приводит к значительному изменению величины электромагнитного усилия от 12,3 до 8,2 кН.

Из данного эксперимента можно определить величину отрицательной позиционной жесткости электромагнита:

$$c = \Delta F / \Delta y = 20,2 \text{ Н/мкм,}$$

где  $\Delta F$  – амплитуда колебаний значения электромагнитного усилия, Н;  $\Delta y$  – амплитуда колебаний ротора в зазоре, мкм.

Полученная величина отрицательной позиционной жесткости электромагнита близка к расчётной.

С ростом частоты колебаний ротора амплитуда наведённой ЭДС возрастает во много раз и при частоте  $f_y = 10$  Гц

$$E = 3,0 \text{ В.}$$

Как видно из рис. 3, б, на данной частоте амплитуда колебаний тока становится весьма существенной. Наведённая противо-ЭДС препятствует изменению потокосцепления, поэтому с ростом частоты колебаний ротора, амплитуда колебания электромагнитного усилия и отрицательная позиционная жесткость снижаются в несколько раз ( $c = 3,4$  Н/мкм).

Вместе с проведением автономных исследований свойств, как показано на приведенном примере, на основе предлагаемой математической модели может быть разработана общая модель магнитной опоры вместе с управляющим выходным усилителем и выбранным «наблюдателем».

Кроме того, предлагаемая математическая модель может быть дополнена звеньями, учитывающими влияние насыщения магнитопровода электромагнита и вихревых токов, возникающих в магнитопроводе ОМП.

### Литература

1. Электромеханические исполнительные органы с магнитными опорами для управления ориентацией космических станций / С.А. Стома, В.П. Верещагин, Д.М. Вейнберг // Космический бюллетень. – 1995. – Т. 2. – №1. – С. 5 – 7.
2. Применение электромагнитных подшипников в газовой промышленности / И.Г. Руковицын, А.П. Сарычев // Компрессорная техника и пневматика – 2008. – №1. – С. 12 – 14.
3. Журавлев Ю.Н. Активные магнитные подшипники / Ю.Н. Журавлев. – СПб.: Политехника, 2003. – 206 с.

Поступила в редакцию 24.08.2009

**Владимир Петрович Верещагин**, д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, т. 365-50-73.

**Владимир Александрович Клабуков**, аспирант, нач. лаборатории, т. 366-35-65.

E-mail: vniiem@vniiem.ru.