

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ШИМ-ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

И.В. Харитонов

(Московский государственный горный университет)

Приводится метод определения спектральных характеристик сигнала полученного в результате широтно-импульсной модуляции для однополярного и двуполярного режимов. Даны спектральные характеристики для трёх видов модулируемого сигнала пилообразного, гармонического, широкополосного при различных коэффициентах модуляции.

Ключевые слова: силовая электроника, модуляция, электромагнитная совместимость.

Введение

Проблема гармонических помех импульсных устройств систем автоматизации, несмотря на перечень мер по улучшению ЭМС, по-прежнему остаётся актуальной. Перспективным способом снижения помех является расширение спектра широтно-импульсной модуляции (ШИМ) сигнала. Данный эффект был замечен при исследовании различных видов ШИМ регулярных сигналов. В работах [1 – 6] авторы делают успешную попытку понизить помеху при помощи модуляции сложным сигналом детерминированного хаоса [1, 2], пилообразным [5] и дискретным гармоническим сигналом [3, 6]. Перед исследователями встала задача создания универсального метода получения спектральных характеристик ШИМ сигналов. В данной работе предложен метод определения уровня гармонических составляющих для любого соотношения частот модулируемого и модулирующего сигналов при условии, что модулируемый сигнал дифференцируем на протяжении всего периода. Даны спектральные характеристики для трёх видов модулируемого сигнала пилообразного, гармонического, широкополосного.

Случай однополярной ШИМ

Для начала рассмотрим спектр периодического импульсного сигнала периода 2π . В комплексном виде k -й коэффициент Фурье вычисляются по следующей формуле [7]:

$$C_k = 1/2\pi \int_{-\pi}^{\pi} f(t) e^{-j\omega_0 k t} dt.$$

В качестве примера проинтегрируем таким способом ШИМ сигнал $g(t)$, представленный на рис. 1:

$$\begin{aligned} C_k &= 1/2\pi \int_{-\pi}^{\pi} g(t) e^{-j\omega_0 k t} dt = 1/2\pi \int_{-\pi}^{\pi} 1 e^{-j\omega_0 k t} dt = 1/2\pi \times \\ &\times \left(\int_{-t_4}^{-t_3} 1 e^{-j\omega_0 k t} dt + \int_{-t_2}^{-t_1} 1 e^{-j\omega_0 k t} dt + \right. \\ &+ \left. \int_{-t_1}^{-t_2} 1 e^{-j\omega_0 k t} dt + \int_{-t_3}^{-t_4} 1 e^{-j\omega_0 k t} dt \right) = 1/(-j2\pi\omega_0 k) \times \\ &\times \left(e^{-j\omega_0 k t_3} - e^{-j\omega_0 k t_4} + e^{-j\omega_0 k t_1} - e^{-j\omega_0 k t_2} + \right. \\ &+ \left. e^{-j\omega_0 k t_2} - e^{-j\omega_0 k t_1} + e^{-j\omega_0 k t_4} - e^{-j\omega_0 k t_3} \right). \end{aligned}$$

Исходя из формулы Эйлера,

$$\sin(\omega_0 k) = e^{j\omega_0 k} - e^{-j\omega_0 k} / 2j,$$

а значит

$$C_k = 1/(\pi\omega_0 k) (\sin(t_1\omega_0 k) + \sin(t_3\omega_0 k) + \sin(t_2\omega_0 k) + \sin(t_4\omega_0 k))$$

или в общем виде

$$C_k = -\frac{1}{\pi\omega_0 k} \sum_{n=1}^{i=1} (\sin(t_{front}(i)\omega_0 k) + \sin(t_{bottom}(i)\omega_0 k)). \quad (1)$$

Из данного примера (1) видно, что время фронтов и спадов импульсов входит в формулу расчёта спектральной плотности как аргумент положительной или отрицательной функции синуса. На рис. 1 показано, что их легко найти, определив общие точки модулируемого сигнала и функций фронта и спада. Можно записать данный метод для любого отношения модулирующего и модулируемого сигналов (коэффициента модуляции n).

Линейные уравнения подъёма $f_{ramp+}(i)$ и спада $f_{ramp-}(i)$ импульсов пилообразного сигнала опреде-

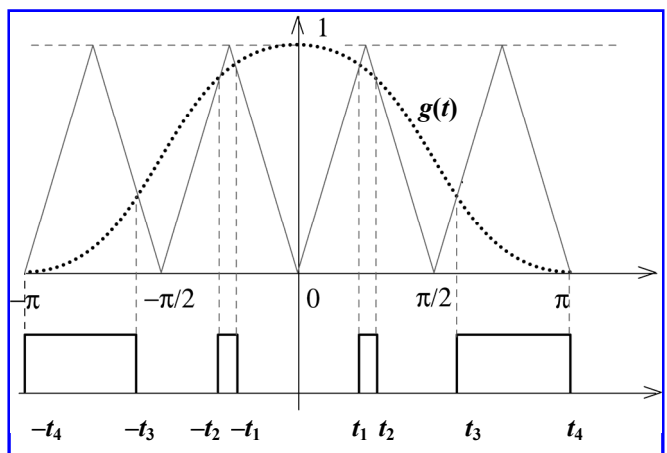


Рис. 1. Принцип формирования импульсов при однополярной ШИМ

ляются выражениями для каждого i -го импульса соответственно

$$f_{ramp+}(i) = 2nt/\pi - 2(i-1);$$

$$f_{ramp-}(i) = 2nt/\pi + 2i,$$

где n — количество пилообразных импульсов в течение половины периода; $i = 1, 2, 3, \dots$ — номер импульса относительно нулевой отметки времени.

Фронты и спады импульсной функции определяются, как моменты времени $t_{front}(i), t_{bottom}(i)$ пересечения $f_{ramp-}(t), f_{ramp+}(t)$ и функции модулирующего сигнала $f_{mod}(t)$. Соответственно можно найти $t_{front}(i), t_{bottom}(i)$ для любого отношения модулирующего и модулируемого сигналов n (коэффициент модуляции). Если $f_{mod}(t)$ нелинейная, то уравнения решаются методом Ньютона численно.

Случай двухполярной ШИМ

Для определения k -й гармоники возьмём интеграл от итогового импульсного ШИМ сигнала $g(t)$, представленного на рис. 2:

$$\begin{aligned} C_k &= 1/2\pi \int_{-\pi}^{\pi} g(t)e^{-j\omega_0 kt} dt = 1/2\pi \int_{-\pi}^{\pi} 1e^{-j\omega_0 kt} dt = \\ &= \left(1/2\pi \int_{t_0}^{t_1} 1e^{-j\omega_0 kt} dt + \int_{t_2}^{t_3} 1e^{-j\omega_0 kt} dt + \right. \\ &\quad \left. + \int_{-t_1}^{-t_2} 1e^{-j\omega_0 kt} dt + \int_{-t_3}^{-\pi} 1e^{-j\omega_0 kt} dt \right) = \\ &= 1/-2\pi j\omega_0 k \left(1 - e^{j\omega_0 kt_1} + e^{j\omega_0 kt_2} - e^{j\omega_0 kt_3} + e^{j\omega_0 kt_4} + \right. \\ &\quad \left. + e^{-j\omega_0 kt\pi} + e^{-j\omega_0 kt_2} - e^{-j\omega_0 kt_1} + e^{-j\omega_0 kt_4} - e^{-j\omega_0 kt_3} \right). \end{aligned}$$

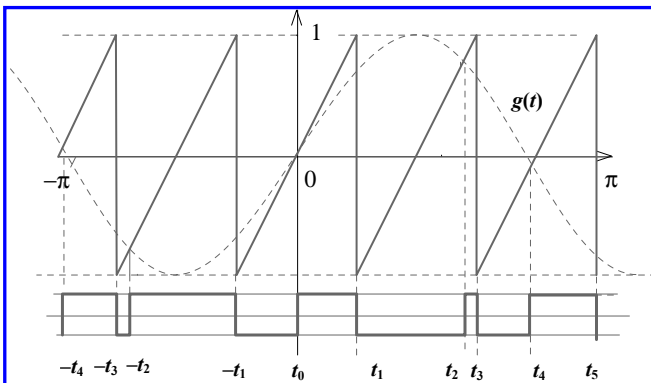


Рис. 2. Принцип формирования импульсов при двухполярной ШИМ

Исходя из формулы Эйлера,

$$\begin{aligned} 2 \cos(\omega_0 k) &= e^{j\omega_0 k} + e^{-j\omega_0 k}, \\ e^{j\omega_0 k\pi} &= \sin(\omega_0 k\pi) + j \cos(\omega_0 k\pi) = j \end{aligned}$$

при учёте, что ω_0 — целое число. А значит

$$\begin{aligned} C_k &= \frac{1}{2j\pi\omega_0 k} (1 - 2(\cos(t_1\omega_0 k) - \cos(t_2\omega_0 k) + \\ &\quad + \cos(t_3\omega_0 k) - \cos(t_4\omega_0 k) - j)). \end{aligned} \quad (2)$$

Из выражения (2) видно, что время фронтов и спадов импульсов входит в формулу расчёта спектральной плотности как аргумент положительной или отрицательной функции косинуса. Учтём периодичность времени спада пилообразного и импульсного сигналов:

$$t_{bottom} = \pi(2i-1)/2n + 1,$$

где n — количество полных пилообразных импульсов в течение половины периода; $i = 0, 1, 2, 3, \dots$ — номер импульса относительно нулевой отметки времени.

Тогда уравнение можно записать в общем виде:

$$\begin{aligned} C_k &= 1/(2j\pi\omega_0 k) 1 - j - \\ &- 2 \sum_n^{i=0} (\cos(t_{front}(i)\omega_0 k) - \cos(\pi(2i-1)/2n + 1 \omega_0 k)). \end{aligned}$$

Линейные уравнения фронта пилообразного сигнала определяются зависимостью

$$f_{ramp+}(i) = (2n+1)t/\pi - 2i.$$

Также как и для случая однополярной ШИМ можно определить $t_{front}(i), t_{bottom}(i)$ для любого отношения модулирующего и модулируемого сигналов.

Пример получения спектральных характеристик

При помощи методик, приведённых выше, были получены спектральные характеристики для модулируемых функций со следующими законами распределения в течение половины периода:

- 1) однополярные сигналы — линейный (рис. 3, а); гармонический (рис. 3, б); квазигармонический $f(t) = \cos(\sin(t)3\pi) + 1/2$ (рис. 3, в);
- 2) двухполярные сигналы — линейный (рис. 3, г); гармонический (рис. 3, д); квазигармонический $f(t) = \sin(\sin(2t)4\pi)$ (рис. 3, е).

Более наглядными для анализа влияния различных режимов модуляции на спектральную характеристику

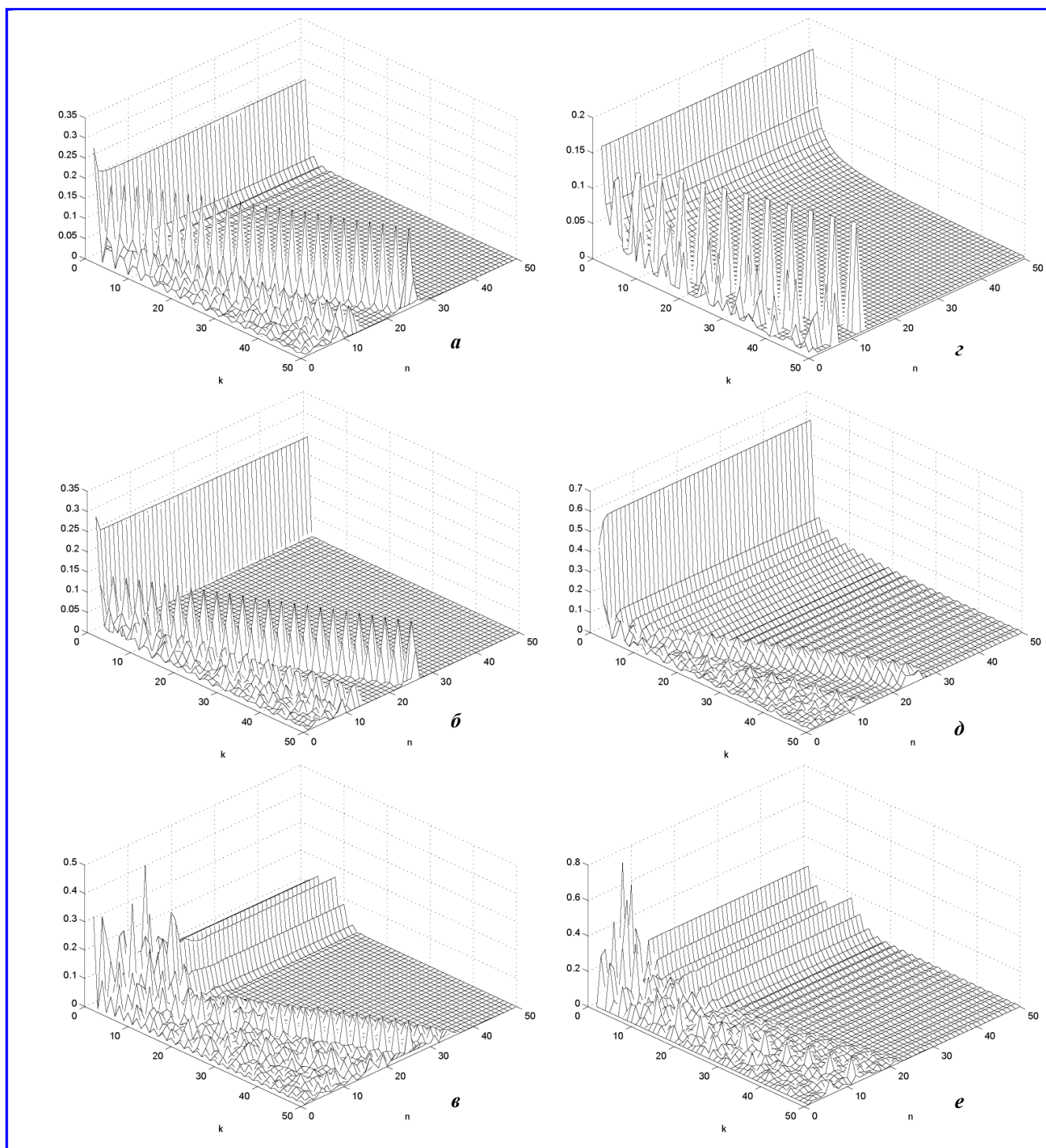


Рис. 3. Зависимость уровня гармоник от ее номера k и отношения частот модулируемого и модулирующего сигналов n при модуляции однополярной ШИМ пилообразного (*a*), гармонического (*б*), квазигармонического (*в*) сигнала; двухполярной ШИМ пилообразного (*г*), гармонического (*д*), квазигармонического (*е*) сигнала

импульсного сигнала представляются двумерные графики зависимости уровня гармоник от частоты модулируемого сигнала, представленные на рис. 4.

Из диаграмм видно, что при модуляции пилообразного сигнала (рис. 4, *a*) первая гармоника сни-

жается на 20%. При этом примерно до того же уровня увеличивается гармоника, номер которой равен удвоенному значению коэффициента модуляции $k = 2n$. Остальные гармоники имеют также тенденцию к снижению.

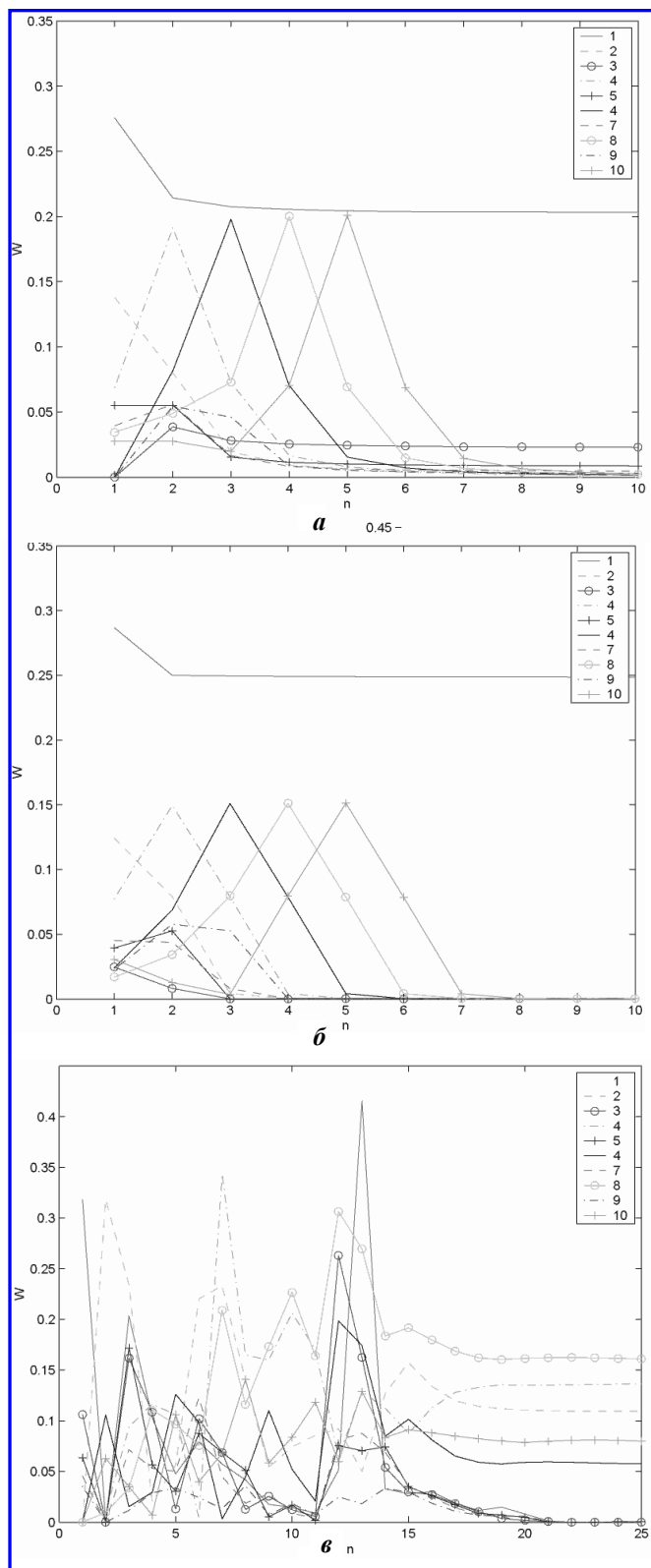


Рис. 4. Зависимости уровня гармоник от коэффициента модуляции n пилообразного (а); синусоидального (б); квазигармонического (в) модулируемого сигнала при однополярной ШИМ

Поступила в редакцию 29.04.2009

При модуляции гармонического сигнала (рис. 4, б) наблюдается снижение первой гармоники на 10%. Аналогично первому рассматриваемому случаю увеличивается $k = 2n$ гармоника до уровня 40% от первой в отсутствии модуляции.

Модуляция квазигармонического сигнала (рис. 4, в) приводит к более сложным закономерностям движения уровня гармоник в зависимости от коэффициента модуляции n . Наибольшего уровня достигает восьмая гармоника. Однако этот уровень не превышает 45% от уровня первой гармоники в отсутствии модуляции. Гармоника с номером $k = 2n$ при коэффициенте модуляции $n > 15$ не превышает 40% от уровня первой в отсутствии модуляции.

Заключение

Приведён метод определения спектральных характеристик сигнала, полученного в результате ШИМ для однополярного и двухполярного режимов. Основным достоинством метода является определение условий снижения гармонических составляющих такого спектра. Это может найти практическое применение в исследованиях различных режимов импульсных преобразователей и разработке методов снижения низкочастотных составляющих спектра импульсных устройств.

Литература

1. Randomized PWM for conductive EMI reduction in DC-DC choppers / Franc Mihali, Dejan Kos.// HAIT Journal of Science and Engineering B, Issues 5 – 6: Holon Academic Institute of Technology. – 2005. – Vol. 2. – Pp. 594 – 608.
2. Construction of an A-switching Map to Control Nonlinear Dynamics of Electronic Converters / Cristina MOREL, Marc BOURCERIE // IMACS'2005 World Congress. – Paris, 2005.
3. A method of redusing harmonic contents for SPWM / Y.X. Gao, D. Sutanto // IEEE 1999 International conference on power electronics and drive systems, PEDS99. – Hong Kong, 1999.
4. Minimization of harmonics in PWM inverters baset on genetic algoritms / R.B. Justus // Journal of applied scinses. – 2006. – № 6(9). – P. 2056 – 2059.
5. Use spread-spectrum techniques to reduce EMI / Steve Bolger, Samer Omar. // Darwish EDN Magazine. – 1998.
6. Розанов Ю.К. Основы силовой электроники / Ю.К. Розанов. – М.: Энергоатомиздат, 1992. – 296 с.
7. Иванов М.Т. Теоретические основы радиотехники: уч. пос. для вузов / М.Т. Иванов, А. Б. Сергиенко, В.Н. Ушаков. – Изд. 2. – М.: Высшая школа, 2002. – 306 с.

Илья Владимирович Харитонов, ассистент, т. 236-94-75, e-mail: z3one@ya.ru.