### УДК 621.313

## УЧЁТ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ В ОСЕВОМ МАГНИТНОМ ПОДШИПНИКЕ

В.П. Верещагин, В.А. Клабуков (ФГУП «НПП ВНИИЭМ»)

Рассмотрены электромагнитные процессы, происходящие в массивном магнитопроводе осевого магнитного подшипника при переменных нагрузках. На основе общего подхода к оценке комплексного магнитного сопротивления массивного магнитопровода разработана эквивалентная схема замещения. Используя существующее соотношение между эквивалентными активными и реактивными сопротивлениями магнитопровода, можно экспериментальными приёмами определить параметры схемы замещения. Разработанная схема может быть использована при исследовании и выборе структуры управления магнитными подшипниками с массивными магнитопроводами.

Ключевые слова: осевой электромагнитный подшипник, массивный магнитопровод, вихревые токи.

Обычно при работе осевого магнитного подшипника (ОМП), кроме постоянной составляющей нагрузки, на него воздействуют усилия, изменяющиеся во времени. Поскольку магнитопровод электромагнита и диск выполнены из сплошного ферромагнитного токопроводящего материала, то любое изменение магнитного потока в таком магнитопроводе приводит к возникновению вихревых токов. Эти токи оказывают существенное влияние на рабочий магнитный поток. Например, уже при колебаниях потока частотой выше 3 – 5 Гц возникает необходимость в учёте влияния вихревых токов на динамические свойства ОМП.

Одним из основных вопросов теории магнитных подшипников с массивными магнитопроводами является определение потерь, возникающих в магнитопроводе, например с помощью эквивалентных электрических параметров, т. е. активного и реактивного сопротивлений, приведённых к статорной обмотке. Эти сопротивления необходимы для учёта потерь на перемагничивание и изменений магнитного сопротивления сердечников. На основе полученных эквивалентных приведенных параметров массивного магнитопровода расчёт различных режимов работы магнитного подшипника может быть проведен на базе традиционных схем замещения.

Целью настоящей работы является определение структуры и параметров схемы замещения, позволяющей проводить анализ электромагнитных процессов в ОМП с массивным магнитопроводом в нестационарных режимах.

Задачу определения эквивалентных параметров ОМП можно решить, используя понятие комплексного магнитного сопротивления. Общим вопросам распространения переменных магнитных полей в сплошных ферромагнитных материалах посвящена монография Л.Р. Неймана [1]. Применительно к электродвигателям с массивными ферромагнитными роторами эти вопросы достаточно полно изложены в монографии В.М. Куцевалова [2].

Следует обратить внимание, что при низких частотах и небольших индукциях, когда магнитным сопротивлением сердечника магнитопровода можно пренебречь, ввиду малой величины активных потерь на вихревые токи и гистерезис, анализ электромагнитных процессов упрощается, как при моделировании радиальных магнитных подшипников с шихтованным магнитопроводом [3]. В этом случае ток І, протекающий в обмотке, и поток Ф, возникающий в магнитопроводе, синфазны. Это означает, что при питании обмотки с таким магнитопроводом от внешнего напряжения МДС F находится примерно в квадратуре с вектором внешнего напряжения U, уравновешивающего ЭДС E, наведённую в обмотке потоком  $\Phi$ , т. е.  $\phi \approx 90^\circ$ . Векторная диаграмма для данного случая показана на рис. 1.



Рис. 1. Векторная диаграмма ОМП при низких частотах: *r*, *x* – активное и реактивное сопротивления обмотки



Рис. 2. Векторная диаграмма ОМП при высоких частотах



# Рис. 3. Схема замещения ОМП с учётом вихревых токов

Иная картина получается при возрастании частоты напряжения питания. Фазовый угол между амплитудами тока обмотки  $I_1$  и соответствующего ему магнитного потока  $\Phi$  увеличивается и может

достигать 60°. Векторная диаграмма ОМП для частот выше 5 Гц показана на рис. 2.

Электромагнитные процессы, происходящие в массивных роторах асинхронных машин, во многом близки к процессам, возникающим в магнитопроводе ОМП при питании его обмотки переменным напряжением с изменяющейся частотой. Проводя такую аналогию, можно в первом приближении для качественного рассмотрения электромагнитных процессов в ОМП воспользоваться схемой замещения электромагнита с массивным магнитопроводом, показанной на рис. 3. Приложенное к обмотке внешнее напряжение U приводит к возникновению в ней тока  $I_1$ , который представлен в виде двух составляющих  $I_0$  и  $-I_2'$ .

Токи I<sub>0</sub> и -I<sub>2</sub>' в определённом масштабе соответствуют МДС, необходимым для прохождения магнитного потока через соответствующие участки магнитной цепи электромагнита. В частности, ток  $I_0$ , который принято называть намагничивающим током, определяет только часть МДС электромагнита, приходящуюся на зазор между электромагнитом и диском. Часть МДС, которая требуется для проведения магнитного потока через массивные части, включая электромагнит и диск, определяется величиной тока  $-I_2'$ . Ток  $-I_2'$  имеет реактивную и активную составляющие. Реактивная составляющая эквивалентна МДС, необходимой для проведения магнитного потока через массивные участки с учётом преодоления размагничивающего действия вихревых токов. Активная составляющая характеризует потери мощности на вихревые токи и гистерезис в массиве магнитопровода при его перемагничивании.

При питании электромагнита постоянным напряжением активная составляющая тока  $-I_2'$  становится равной нулю и, поскольку в этом случае магнитным сопротивлением магнитопровода можно пренебречь, остаётся только ток  $I_0$ .

Расчёт эквивалентных электрических параметров ОМП при переменной частоте перемагничивания является сложной задачей, так как это нелинейные цепи с распределёнными параметрами. Поэтому для выбора способа решения, пригодного для практического применения, приходится или делать ряд серьёзных упрощений и получать аналитическое решение для принятых картин распределения электромагнитного поля в магнитопроводе, или использовать результаты дополнительных экспериментальных исследований.

Большое удобство с точки зрения практических инженерных расчётов представляет введение понятия единичного эквивалентного комплексного электрического сопротивления

$$z_{21}' = r_{21}' + jx_{21}'$$

для магнитной цепи ОМП, которое соответствует переменному магнитному потоку, изменяющемуся с частотой f = 1 Гц.

Для определения параметров  $x'_2$  и  $r'_2$  схемы замещения в соответствии с существующей теорией распространения электромагнитного поля переменной частоты f в массивных магнитопроводах могут быть использованы следующие соотношения:

– в первом приближении, без учёта влияния насыщения магнитного магнитопровода на его параметры, зависимость параметров  $x'_2$  и  $r'_2$  от частоты напряжения питания можно записать в виде

$$z'_{2} = z'_{21}\sqrt{f} = r'_{21}\sqrt{f} + jx'_{21}\sqrt{f}$$
;

– соотношение между активной  $r'_2$  и реактивной  $x'_2$  составляющими полного эквивалентного сопротивления массивного магнитопровода сохраняется постоянным при изменении частоты питающего напряжения:

$$\frac{x'_2}{r'_2} = 0, 6 = \text{const}$$

Как показывают результаты экспериментальных проверок некоторых ОМП промышленных установок, представленные соотношения выполняются с достаточной степенью точности в широком диапазоне частот (от 5 до 500 Гц).

Задача по учёту влияния вихревых токов на динамические характеристики ОМП заслуживает особого внимания, так как это оказывает существенное влияние на поведение системы управления в целом. Для некоторых образцов ОМП величина тока  $-I_2'$  оказывается сопоставима с намагничивающим током  $I_0$ . Например для ОМП, применяемого в газоперекачивающих агрегатах у «П»-образного электромагнита на частоте 50 Гц, соотношение токов составляет

$$I'_{2} = 2, 3I_{0}$$

и, соответственно, фаза между результирующим током  $I_1$  и магнитным потоком, который создаёт тяговое усилие, составляет 45°, что приводит к возникновению соответствующего запаздывания

между управляющим сигналом (током) и воздействием (потоком).

Для анализа зависимости динамических свойств ОМП от частоты питания может быть использована рассмотренная выше схема замещения, которая с достаточной степенью точности позволяет оценить влияние вихревых токов, возникающих в массивном магнитопроводе. В первом приближении считаем, что влияние вихревых токов от потока рассеяния статора пренебрежимо мало.

Следует отметить, что определить параметры схемы замещения, соответствующих вихревым токам, расчётным путём затруднительно из-за сложной конфигурации магнитопроводов. Поэтому возникает необходимость в разработке экспериментальных методов определения этих параметров на существующих ОМП.

При эксперименте электромагнит ОМП и диск ротора необходимо установить так, чтобы обеспечить между ними рабочий зазор. Для измерения величины и фазы магнитного потока в зазоре устанавливается измерительная катушка, охватывающая поток полюса.

Обмотка электромагнита подключается к источнику питания с напряжением U определённой частоты f, например 50 Гц. Измеряется амперметром величина тока  $I_1$ , протекающего по обмотке, а ваттметром величина мощности P, потребляемой электромагнитом. Используя измеренные величины, определяем полное эквивалентное сопротивление обмотки электромагнита

$$z = U/I_1$$

и активную составляющую этого сопротивления

$$r = P/I_1^2$$
.

Реактивная составляющая полного сопротивления обмотки

$$x = \sqrt{z^2 - r^2} \; .$$

Исходя из составляющих полного сопротивления и зная омическое сопротивление обмотки электромагнита  $r_0$ , измеренное на постоянном токе при температуре обмотки, соответствующей эксперименту, можно определить значение полного сопротивления разветвления  $z_p$  схемы замещения, т. е. сопротивления между точками 1 и 2 схемы.



Рис. 4. Характеристики ОМП: *а* – амплитудночастотная; *б* – фазочастотная; −○– – расчет; –■– – эксперимент

Индуктивное сопротивление x<sub>1</sub>, соответствующее потоку рассеяния, можно определить из соотношения напряжения питания и напряжения на измерительной катушке U<sub>k</sub>. Если принять

$$\Delta U = U - U_k,$$

то полное сопротивление рассеяния

$$z_1 = \Delta U / I_1$$

а индуктивная составляющая

$$x_1 = \sqrt{z_1^2 - r_0^2}$$
.

В результате получаем, что активная составляющая сопротивления разветвления

$$r_p = r - r_0,$$

индуктивная

$$x_p = x - x_1,$$

а полное сопротивление

$$z_p = \sqrt{r_p^2 + x_p^2}$$

Кроме того, для сопоставления результатов, полученных выше,  $z_p$  можно определить из соотношения:

$$z_p = U_k / I_1$$

Полученные значения для составляющих сопротивления разветвления позволяют определить остальные параметры схемы замещения:

$$r_{2}' = 0,735 z_{p}^{2} / r_{p} ;$$
$$x_{0} = \frac{z_{p}^{2}}{x_{p} - 0,6z_{p}} .$$

Для сравнения реактивное сопротивление, соответствующее магнитному потоку в воздушном зазоре  $x_0$ , можно определить по данным поверочного расчёта электромагнита по формуле

$$x_0 = 2\pi f L_0 ,$$

где  $L_0$  – расчётная индуктивность электромагнита.

После экспериментального определения сопротивления  $r'_2$  необходимо рассчитать единичные сопротивления

$$r_{21}' = \frac{r_2'}{\sqrt{f}}; \ x_{21}' = r_{21}' 0, 6$$

Индуктивность приведённого реактивного сопротивления в схеме замещения

$$L_2' = \frac{L_{21}'}{\sqrt{f}}$$

где единичная индуктивность приведённого реактивного сопротивления

$$L_{21}' = \frac{x_{21}'}{2\pi}$$

Таким образом, определены параметры «Т»-образной схемы замещения электромагнита, являющейся исходной для построения его математической модели.

Для проверки адекватности такой модели ОМП сравниваются результаты экспериментальных исследований «П»-образного электромагнита и расчёта по схеме замещения со следующими параметрами:

$$L_0 = 0,4$$
 Гн;  $r_0 = 2$  Ом;  $L_1 = 0,02$  Гн;  
 $r'_{21} = 6,5$  Ом;  $L'_{21} = 0,619$  Гн.

На рис. 4, а и б показаны экспериментальные и расчётные АЧХ и ФЧХ в диапазоне от 10 до 500 Гц.

При неплохом совпадении амплитуды тока (расхождение с экспериментальными данными во всём диапазоне не превышает 6%) расхождение фазочастотной характеристики растёт с увеличением частоты и становится заметным (от 3° на частоте 50 Гц до 11° на частоте 500 Гц). По-видимому, допущение о том, что влияние вихревых токов от потоков рассеяния в магнитопроводе статора на характеристики ОМП мало, является грубым.

Для учёта влияния вихревых токов от потоков рассеяния, по аналогии с основным потоком, вводим сопротивление  $r_1$ :

$$r_1 = r_{11}\sqrt{f} \ .$$

Схема замещения с учётом влияния вихревых токов от потоков рассеяния представлена на рис. 5. Результаты моделирования показывают, что единичное сопротивление  $r_{11}$  составляет примерно половину единичного сопротивления  $r_{21}$ :

$$r_{11} \approx 0, 5r_{21}'$$

Моделирование по модифицированной схеме замещения проводится со следующими параметрами:

$$L_0 = 0,4 \ \Gamma \text{H};$$
  
 $r_0 = 2 \ \text{Om};$   
 $L_1 = 0,02 \ \Gamma \text{H};$   
 $r'_{21} = 6,5 \ \text{Om};$   
 $r'_{11} = 3,25 \ \text{Om};$   
 $L'_{21} = 0,619 \ \Gamma \text{H}.$ 

Результаты моделирования в сравнении с данными эксперимента представлены на рис. 6, *а* и *б*.



Рис. 5. Схема замещения ОМП с учётом влияния вихревых токов от потоков рассеяния



гис. о. Характеристика Омпт с учетом влияния вихревых токов от потоков рассеяния: *а* – амплитудно-частотная; *б* – фазочастотная; –○– – расчет; –∎– – эксперимент

Несмотря на хорошую точность результатов моделирования (отклонение расчётных характеристик от экспериментальных не превышает 5%), использование такой схемы для практического построения «наблюдателя» затруднительно. Требуется провести аппроксимацию, дающую достаточную точность на диапазоне от 10 до 200 Гц. Аппроксимированная схема замещения показана на рис. 7.





Рис. 7. Аппроксимированная схема замещения ОМП

Рис. 8. Характеристика ОМП: а – амплитудночастотная; б – фазочастотная; –♦– – теоретическая схема; –○– – аппроксимированная схема

Для аппроксимации параметров схемы замещения, показанной на рис. 5, принимается допущение, что ветвь разветвления  $r'_2 - x'_2$  можно заме-

### Поступила в редакцию 07.12.2010

нить набором RL-цепочек, параметры которых рассчитываются для нескольких частот:

$$r_{1} = r_{11}' \sqrt{f_{4}} ; r_{2} = r_{21}' \sqrt{f_{2}} ; L_{2} = \frac{L_{21}'}{\sqrt{f_{2}}} ;$$
$$r_{3} = r_{21}' \sqrt{f_{3}} ; L_{3} = \frac{L_{21}'}{\sqrt{f_{3}}} ; r_{4} = r_{21}' \sqrt{f_{4}} ;$$

где  $f_2, f_3, f_4$  – характерные частоты схемы замещения.

Для проверки адекватности аппроксимированной схемы замещения использовались следующие параметры:

$$L_0 = 0,4$$
 Гн;  $r_0 = 2$  Ом;  $L_1 = 0,02$  Гн;  
 $r_{11} = 3,25$  Ом;  $r'_{21} = 6,5$  Ом;  $L'_{21} = 0,619$  Гн;  
 $f_2 = 10$  Гц;  $f_3 = 50$  Гц;  $f_4 = 100$  Гц;  
 $r_1 = 45,9$  Ом;  $r_2 = 20,5$  Ом;  $L_2 = 0,196$  Гн;  
 $r_3 = 54,3$  Ом;  $L_3 = 0,074$  Гн;  $r_4 = 91,7$  Ом.

Результаты аналитического расчёта аппроксимированной схемы замещения, в сравнении с расчётом по схеме замещения с частотно-зависимыми параметрами, приведены на рис. 8, *а* и *б*.

Расхождение расчётных и экспериментальных данных не превышает 10%. Такая точность является допустимой для практических расчётов. Таким образом, аппроксимированная схема замещения может быть использована для линеаризации и выбора структуры управления ОМП.

#### Литература

1. Нейман Л.Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах / Л.Р. Нейман. – Л.: Госэнергоиздат, 1949. – 190 с.

2. Куцевалов В.М. Вопросы теории и расчёта асинхронных машин с массивными роторами. / В.М. Куцевалов. – М.: Энергия, 1966. – 301 с.

3. Математическая модель магнитного подшипника / В.П. Верещагин, В.А. Клабуков // Вопросы электромеханики. Труды НПП ВНИИЭМ. – М.: ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2009. – Т. 112. – № 5 – С. 17 – 22.

Владимир Петрович Верещагин, д-р техн. наук, гл. научн. сотрудник, т. 365-50-73. Владимир Александрович Клабуков, аспирант, нач. лаборатории, т. 366-35-65. E-mail: vniiem@vniiem.ru.