

КОСМИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА. КОСМИЧЕСКИЕ АППАРАТЫ

УДК 629.78

ОПТИМИЗАЦИЯ СХЕМЫ ВЫВЕДЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ОГРАНИЧЕНИЯМИ ПО ВЫБОРУ ИНТЕРВАЛОВ ВКЛЮЧЕНИЯ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

А.А. Авксеньев, В.И. Горбулин,
Л.П. Зозуля, В.А. Чернявский
(Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского)
Р.А. Евдокимов
(ОАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королёва»)

Представлен приближенный численно-аналитический метод оптимизации траектории выведения КА в заданную ячейку баллистической структуры. Отличие постановки задачи от традиционной состоит в том, что включение двигателя возможно не всегда, а только на некоторых допустимых участках орбиты, когда КА способен маневрировать, исходя из текущего состояния его системы электроснабжения. В основе метода лежит дискретизация траектории на малые сегменты, для которых определяется множество возможных направлений вектора тяги КА в плоскости текущей орбиты. При этом используются аналитические выражения для расчёта приращения значений параметров орбиты, что позволяет сформулировать задачу оптимизации траектории перелёта в форме поиска для каждой её точки компромиссного направления вектора тяги при заданных характеристиках двигательной установки.

Ключевые слова: космический аппарат, схема выведения, малая тяга, дискретизация орбиты.

Введение

При рассмотрении широкого спектра вопросов, касающихся оптимизации движения космических аппаратов (КА) с двигателем малой тяги, большое внимание уделяется методам оптимизации траекторий таких КА. При этом основные усилия чаще всего направлены на регуляризацию процесса решения краевых задач оптимального управления. Большинство методов оптимизации траекторий полёта КА можно условно разделить на две большие группы.

Первая группа методов – это так называемые непрямые методы, основанные на использовании принципа максимума Л.С. Понтрягина [1]. В этом случае проблема оптимизации сводится к двухточечной краевой задаче для системы дифференциальных уравнений, включающей фазовые и сопряжённые переменные. Основные трудности решения такой краевой задачи носят принципиальный характер, связанный с вопросами существования, единственности и ветвления решений. Методические сложности связаны с вычислительной неустойчивостью и ограниченностью области сходимости численных методов решения.

Вторую группу методов образуют прямые методы, использующие, как правило, алгоритмы нелинейного программирования [1 – 4]. Они позволяют привести задачу к оптимизации функции многих переменных.

В настоящее время продолжается проведение работ по поиску новых подходов к решению данной задачи. Так, в [5] предлагается метод расчёта оптимальных многовитковых межорбитальных перелётов с малой тягой на околокруговых орбитах с использованием трансверсальных маневров, основанный на дискретизации траектории по времени. Введение для каждого сегмента дискретных множеств псевдоимпульсов позволяет привести оптимизацию траектории КА к форме задачи линейного программирования [6, 7]. Однако размерность задачи в подобной формулировке весьма велика. Поэтому задача дальнейшего совершенствования методов оптимизации траекторий КА по-прежнему сохраняет свою актуальность.

Синтез управления КА в задаче многоимпульсного перелёта на заданную орбиту с учётом ограничений по выбору интервалов включения двигательной установки

В настоящей работе рассматривается задача постановки КА в заданную ячейку баллистической структуры не позднее заданного момента времени $t_{\text{выв. макс}}$. Эта задача имеет важное практическое значение в связи с имеющимися планами использования двигательных установок малой тяги для выведения КА на рабочие орбиты, формирования и восполнения спутниковых систем, спиральной рас-

крутки межпланетных КА вокруг Земли с целью их выведения на траекторию перелёта.

В основу решения задачи положена идея разбиения интервала включения двигательной установки на малые сегменты величиной Δu (разницей между аргументами широты граничных точек сегмента).

В этом случае данная задача сводится к определению множества векторов Orb , содержащих параметры переходных орбит и управления на интервале времени $T = [t_0, t_{\text{выб. макс}}]$:

$$Orb = \{orb_1, orb_2, \dots, orb_J\},$$

$$orb_j = orb(i_j, p_j, e_j, \omega_j, \Omega_j, \alpha_j, \Delta V_j, t_j), t_j \in T,$$

где i_j – наклонение j -й переходной орбиты; p_j – фокальный параметр j -й переходной орбиты; e_j – эксцентриситет j -й переходной орбиты; ω_j – аргумент перигея j -й переходной орбиты; Ω_j – прямое восхождение восходящего узла j -й переходной орбиты; α_j – угол направления импульса скорости ΔV_j в плоскости орбиты в момент времени t_j , в результате которого параметры орбиты получают некоторые приращения $\Delta p_j, \Delta e_j, \Delta \omega_j$.

При этом следует отметить, что количество переходных орбит J заранее неизвестно.

Кроме того, задача осложняется необходимостью фазирования для обеспечения выведения КА в заданную ячейку баллистической структуры.

Приращение скорости на каждом из интервалов определяется по формуле Циолковского [8]:

$$\Delta V_j = V_{\text{ист}} \ln \left(\frac{M_j}{M_{j+1}} \right), \quad (1)$$

где $V_{\text{ист}}$ – скорость истечения массы в вакууме; M_j – масса КА в начале j -го интервала; M_{j+1} – масса КА в конце j -го интервала; $M_{j+1} = M_j - m\Delta t_j$; Δt_j – длительность j -го интервала.

Точками приложения импульсов считаются середины интервалов разбиения:

$$u_{\text{имп}} = \frac{u_n + u_k}{2},$$

где u_n и u_k – аргументы широты начала и окончания j -го интервала.

Для обеспечения максимальной эффективности каждого импульса необходимо выбирать его ориентацию таким образом, чтобы приращения параметров орбиты $\Delta p_j, \Delta e_j, \Delta \omega_j$ были того же знака, что и начальные требуемые $\Delta p_{\text{треб}_0}, \Delta e_{\text{треб}_0}, \Delta \omega_{\text{треб}_0}$, т. е.

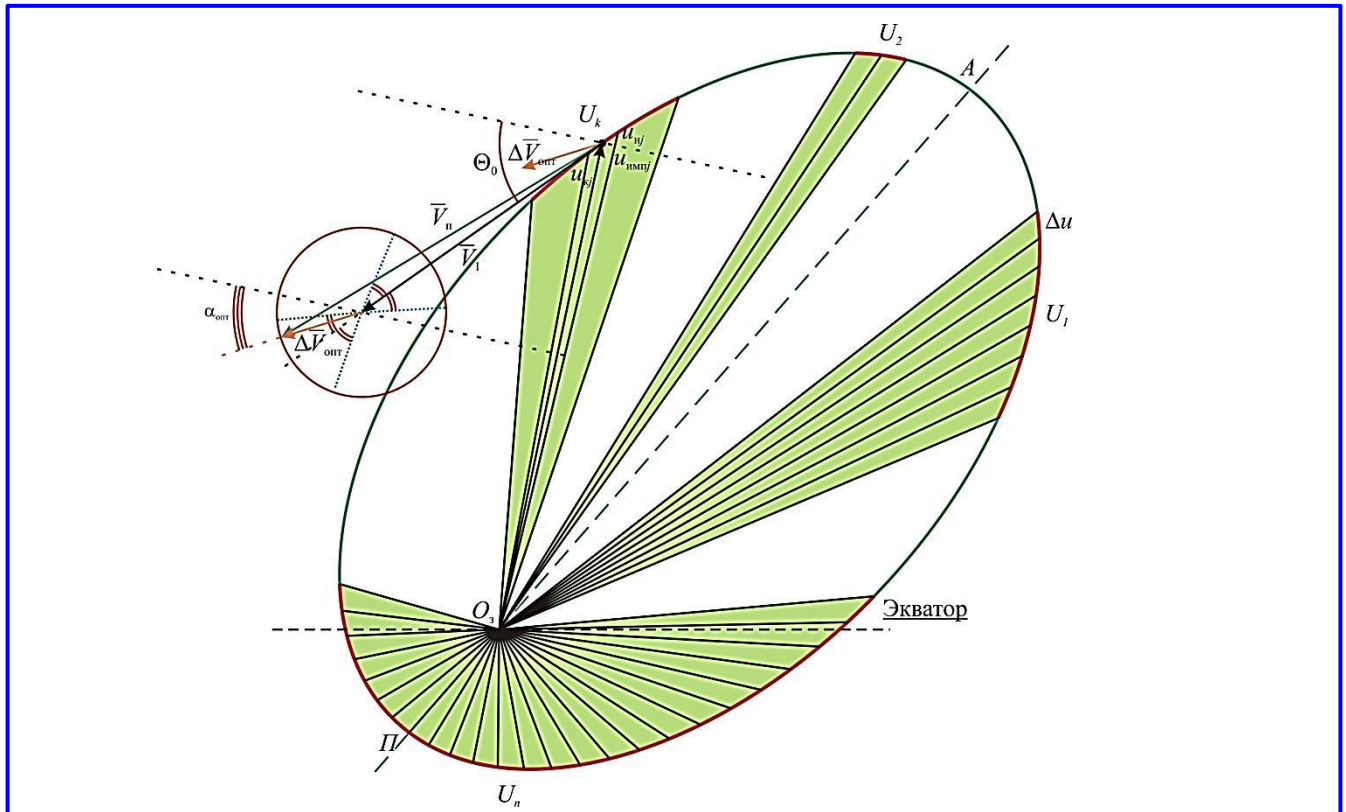


Рис. 1. К определению компромиссного направления импульса

$$\left. \begin{aligned} \eta_{p_j} &= \frac{\Delta p_j}{\Delta p_{\text{треб}_0}} \geq 0, \\ \eta_{e_j} &= \frac{\Delta e_j}{\Delta e_{\text{треб}_0}} \geq 0, \\ \eta_{\omega_j} &= \frac{\Delta \omega_j}{\Delta \omega_{\text{треб}_0}} \geq 0, \\ \Delta p_j &= p_j - p_0, \\ \Delta e_j &= e_j - e_0, \\ \Delta \omega_j &= \omega_j - \omega_0, \\ |\Delta \omega_j| &\leq \pi \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} s_j &= \sqrt{\frac{p_j}{\mu}} V_{r_j}, \quad c_j = \sqrt{\frac{p_j}{\mu}} V_{\tau_j} - 1; \\ e_j &= \sqrt{s_j^2 + c_j^2}; \\ \mathcal{G}_j &= \arctg \frac{s_j}{c_j}, \quad \omega_j = u_{\text{имп}_j} - \mathcal{G}_j, \end{aligned}$$

где r_{j-1} – модуль радиуса-вектора в точке приложения импульса; s_j и c_j – промежуточные параметры равные $e_j \sin \mathcal{G}_j$ и $e_j \cos \mathcal{G}_j$ соответственно и позволяющие определять значение угла \mathcal{G}_j с учётом квадранта.

где η_{p_j} , η_{e_j} , η_{ω_j} – относительные коэффициенты приращения по фокальному параметру, эксцентриситету и аргументу перигея соответственно.

Исходя из условия (2), можно построить эффективный численный алгоритм, позволяющий определять компромиссное направление импульса.

Графическая интерпретация данного алгоритма поясняется на рис. 1.

Окружностью красного цвета на рисунке показана область реализуемых скоростей: её радиус равен модулю вектора приращения скорости ΔV_j . Как видно из рис. 1, компромиссное направление импульса целесообразно искать в окрестности угла Θ_0 , если значение фокального параметра целевой орбиты больше, чем текущей, и в окрестности $(\Theta_0 + \pi)$, если значение фокального параметра целевой орбиты меньше, чем значение текущей:

$$\alpha_{\text{лев}} = \begin{cases} \Theta_0 - \Delta\alpha, & \text{если } p_2 > p_{пj}, \\ \Theta_0 + \pi - \Delta\alpha, & \text{если } p_2 > p_{пj}; \end{cases}$$

$$\alpha_{\text{прав}} = \begin{cases} \Theta_0 + \Delta\alpha, & \text{если } p_2 > p_{пj}, \\ \Theta_0 + \pi + \Delta\alpha, & \text{если } p_2 > p_{пj}, \end{cases}$$

где $2\Delta\alpha$ – ширина окрестности угла Θ_0 ; $\alpha_{\text{лев}}$ и $\alpha_{\text{прав}}$ – левая и правая границы окрестности угла Θ_0 соответственно.

Значения параметров переходной орбиты при заданных значениях импульса ΔV_j и его направления α_j рассчитываются по следующим выражениям:

$$\begin{aligned} V_{\tau_j} &= V_{\tau_{j-1}} + \Delta V_j \cos \alpha_j; \\ V_{r_j} &= V_{r_{j-1}} + \Delta V_j \sin \alpha_j; \\ p_j &= \frac{(r_{j-1} V_{\tau_j})^2}{\mu}; \end{aligned}$$

Однако при вычислениях могут возникать ситуации, когда множество значений угла α_j будут удовлетворять условию (2). В связи с этим необходимо введение дополнительной целевой функции $F(\alpha)$. В данной работе предлагается следующий алгоритм его вычисления. Для каждого значения угла α_j из интервала $[\alpha_{\text{лев}}; \alpha_{\text{прав}}]$ определяются частные показатели относительного приращения параметров орбиты η_{p_j} , η_{e_j} , η_{ω_j} , и, по которым должно обеспечиваться выполнение краевых условий. Оптимальное значение целевой функции F будет определяться по следующему соотношению:

$$F_{\text{opt}_j} = \max_{\alpha \in [\alpha_{\text{лев}}; \alpha_{\text{прав}}]} \min \{ \eta_{p_j}(\alpha), \eta_{e_j}(\alpha), \eta_{\omega_j}(\alpha) \}.$$

На рис. 2 показаны графики изменения показателей относительного приращения параметров орбиты η_{p_j} , η_{e_j} , η_{ω_j} от угла α . Участки графиков, где данные показатели отрицательны, не показаны, так как при решении поставленной задачи не

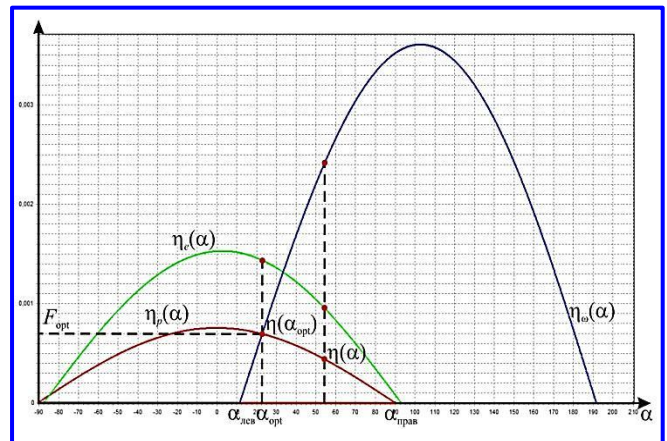


Рис. 2. К определению оптимального значения целевой функции

несут смысловой нагрузки. Интервал $[\alpha_{лев}; \alpha_{прав}]$, на котором необходимо искать оптимальное значение целевой функции F_{opt_j} , выделен красным цветом на оси абсцисс.

Для найденного значения α_{opt_j} вычисляются параметры переходной орбиты p_j, e_j, ω_j , после чего уже для неё выполняется поиск точки приложения очередного импульса и его ориентации.

Описанная последовательность действий выполняется до тех пор, пока параметры очередной переходной орбиты не будут с заданной точностью равны параметрам целевой.

Исходя из условия (2), были получены аналитические выражения, позволяющие определять значения угла $\alpha_p, \alpha_e, \alpha_\omega$, при которых будет максимальным приращение по фокальному параметру p , эксцентриситету e и аргументу перигея ω соответственно:

$$\begin{aligned} V_\tau &= \sqrt{\frac{\mu}{p}}(1 + e\cos(u - \omega)); \\ V_r &= \sqrt{\frac{\mu}{p}}e\sin(u - \omega); \\ r &= \frac{p}{1 + e\cos(u - \omega)}; \\ V_\tau &= V_{\tau_0} + \Delta V \cos\alpha; \\ V_r &= V_{r_0} + \Delta V \sin\alpha; \\ \left. \begin{aligned} \frac{dV_\tau}{d\alpha} &= -\Delta V \sin\alpha, \\ \frac{dV_r}{d\alpha} &= \Delta V \cos\alpha, \\ \frac{dr}{d\alpha} &\equiv 0. \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

Производные (4) можно получить, найдя частные производные по фокальному параметру p , аргументу перигея ω и эксцентриситету e из выражений (3). При этом получается следующая система уравнений относительно полных производных (дифференциалов) фокального параметра p , аргумента перигея ω и эксцентриситета e по углу α :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV_\tau}{d\alpha} &= \frac{\partial V_\tau}{\partial p} \frac{dp}{d\alpha} + \frac{\partial V_\tau}{\partial \omega} \frac{d\omega}{d\alpha} + \frac{\partial V_\tau}{\partial e} \frac{de}{d\alpha}, \\ \frac{dV_r}{d\alpha} &= \frac{\partial V_r}{\partial p} \frac{dp}{d\alpha} + \frac{\partial V_r}{\partial \omega} \frac{d\omega}{d\alpha} + \frac{\partial V_r}{\partial e} \frac{de}{d\alpha}, \\ \frac{dr}{d\alpha} &= \frac{\partial r}{\partial p} \frac{dp}{d\alpha} + \frac{\partial r}{\partial \omega} \frac{d\omega}{d\alpha} + \frac{\partial r}{\partial e} \frac{de}{d\alpha}. \end{aligned} \right. \quad (5)$$

$$\text{где } \frac{\partial V_r}{\partial p} = -\frac{1}{2p} \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin(u - \omega); \quad \frac{\partial V_r}{\partial \omega} = -\sqrt{\frac{\mu}{p}} e \cos(u - \omega),$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial e} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \sin(u - \omega), \quad \frac{\partial V_r}{\partial p} = -\frac{1}{2p} \sqrt{\frac{\mu}{p}} [1 + e\cos(u - \omega)],$$

$$\frac{\partial V_\tau}{\partial \omega} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin(u - \omega), \quad \frac{\partial V_\tau}{\partial e} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cos(u - \omega),$$

$$\frac{\partial r}{\partial p} = -\frac{1}{1 + e\cos(u - \omega)}, \quad \frac{\partial r}{\partial \omega} = -\frac{p e \sin(u - \omega)}{[1 + e\cos(u - \omega)]^2},$$

$$\frac{\partial r}{\partial e} = -\frac{p \cos(u - \omega)}{[1 + e\cos(u - \omega)]^2}.$$

Подставив данные выражения для частных производных в систему уравнений (5) и решив её, можно получить:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\alpha} &= -\Delta V \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{2p \sin\alpha}{1 + e\cos(u - \omega)}; \\ \frac{d\omega}{d\alpha} &= -\frac{\Delta V}{e} \sqrt{\frac{p}{\omega}} \times \\ &\times \left[\frac{\sin(u - \omega)[2 + e\cos(u - \omega)]}{1 + e\cos(u - \omega)} \sin\alpha + \cos(u - \omega) \cos\alpha \right]; \\ \frac{de}{d\alpha} &= \Delta V \sqrt{\frac{p}{\omega}} \times \\ &\times \left[\sin(u - \omega) \cos\alpha - \frac{2 \cos(u - \omega) + e \cos^2(u - \omega) + e}{1 + e\cos(u - \omega)} \times \right. \\ &\left. \times \sin\alpha + \cos(u - \omega) \cos\alpha \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Проведя анализ выражений (6), можно получить выражения для расчёта значений угла α ориентации импульса, для которых изменение одного из параметров орбиты будет максимальным:

$$\begin{cases} \alpha_p = 0, \\ \alpha_p = \pi; \end{cases} \quad \begin{aligned} \text{tg}\alpha_\omega &= \frac{\cos(u - \omega)[1 + e\cos(u - \omega)]}{\sin(u - \omega)[2 + e\cos(u - \omega)]}, \\ \text{tg}\alpha_e &= \frac{\sin(u - \omega)[1 + e\cos(u - \omega)]}{2 \cos(u - \omega) + e \cos^2(u - \omega) + e}. \end{aligned}$$

Исходя из полученных значений α_p, α_e и α_ω , можно определить интервал $[\alpha_{лев}; \alpha_{прав}]$, в рамках которого будет гарантированно выполняться усло-

вие (2), а в случае, если интервал окажется пустым, можно сделать вывод о непригодности выбранной точки приложения импульса для его осуществления.

Следует также отметить, что в выражениях (6) в качестве начального приближения фокального параметра p , аргумента перигея ω и эксцентриситета e берутся значения для некоторой переходной орбиты, получающейся для выбранного опорного значения угла α .

Решение задачи обеспечения прибытия космического аппарата на целевую орбиту в заданный срок

В предыдущей части статьи достаточно подробно рассмотрен метод синтеза управления КА с двигательной установкой малой тяги на этапе маневрирования. Однако алгоритм, построенный на основе данного метода, гарантирует только прибытие КА на целевую орбиту. При этом задача фазирования, т. е. обеспечение выведения КА в заданную ячейку баллистической структуры, требует проведения дополнительных вычислений. Данную задачу предлагается решить следующим образом. В качестве момента постановки КА в заданную ячейку баллистической структуры выбирается середина одного из благоприятных интервалов времени, например, когда КА будет находиться в зоне видимости пунктов управления.

Далее в «обратном направлении» рассчитывается программа маневров КА с целевой орбиты на исходную. После этого предполагается проведение двухимпульсного манёвра по переводу КА на одну из переходных орбит. Второй импульс выдаётся в момент $t_0 + \Delta t_{\text{ожид}} + \Delta t_{\text{перех}}$, где $\Delta t_{\text{ожид}}$ – длительность интервала времени ожидания на исходной орбите, $\Delta t_{\text{перех}}$ – длительность перелёта по переходной орбите. После этого параметры орбиты спутника станут равными $\Omega_{\text{зад}}, i_{\text{зад}}, p_{\text{зад}}, e_{\text{зад}}, \omega_{\text{зад}}, \tau_{\text{зад}} + \Delta t$, где в общем случае $\Delta t \neq 0$. Иными словами, космический аппарат окажется на расчётной орбите с некоторым сдвигом вдоль орбиты от расчётной точки. Для устранения этой погрешности необходимо изменить момент приложения второго импульса.

В данной работе используется известный способ дробления первого импульса. В результате осуществляется трёхимпульсное маневрирование, при котором первый импульс энергетически оптимального двухимпульсного перелёта реализуется в два этапа: $\Delta \vec{V}_1^A = \chi \Delta \vec{V}_1$ и $\Delta \vec{V}_1^B = (1 - \chi) \Delta \vec{V}_1$, $\chi \in [0, 1]$.

При этом общие затраты $\Delta V_1^A + \Delta V_1^B + \Delta V_2 = \Delta V_1 + \Delta V_2$

и параметры переходной орбиты $\Omega_{\text{перех}}, i_{\text{перех}}, p_{\text{перех}}, e_{\text{перех}}, \omega_{\text{перех}}, \tau_{\text{перех}}$ остаются прежними, как и при двухимпульсном манёвре. Величина коэффициента χ^* выбирается таким образом, чтобы последний импульс прикладывался в нужный момент времени, т. е. чтобы было выполнено условие $\Delta t(\chi^*) = 0$.

Заключение

Предложенный метод синтеза управления КА в космосе на этапе межорбитальных перелётов с учётом ограничений по выбору интервалов включения двигательной установки может быть использован для разработки бортовых алгоритмов управления, требующих меньших вычислительных ресурсов.

На основе предложенного математического аппарата был разработан специализированный программный комплекс. Как показывают расчёты, предложенный метод обладает хорошей сходимостью, не предъявляет высоких требований к вычислительной технике, а затраты характеристической скорости (топлива), требуемые при использовании данного метода, всего на 7 – 10 % превышают расход, потребный для реализации двухимпульсного оптимального перелёта при наилучших точках старта с исходной орбиты и прибытия на целевую.

Литература

1. Моисеев Н. Н. Элементы теории оптимальных систем / Н. Н. Моисеев. – М. : Наука, 1975. – 528 с.
2. Определение и коррекция движения / Б. Ц. Бахшиян, Р. Р. Назиров, П. Е. Эльясберг. – М. : Наука, 1980. – 361 с.
3. Лидов М. Л. Математическая аналогия между некоторыми оптимальными задачами коррекции траекторий и выбора состава измерений и алгоритмы их решения / М. Л. Лидов // Космические исследования. – 1971. – Т. 9. – № 5. – С. 687 – 706.
4. Навигационное обеспечение полёта орбитального комплекса «Салют-6» – «Союз» – «Прогресс» / под ред. Б. Н. Петрова, И. К. Бажинова, Е. К. Мельникова [и др.]. – М. : Наука, 1985. – С. 255 – 273.
5. Улыбышев Ю. П., Соколов А. В. Многовитковые маневры с малой тягой в окрестности геостационарной орбиты / Ю. П. Улыбышев, А. В. Соколов // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 1999. – Т. 18. – № 2. – С. 95 – 100.
6. Ulybyshev Y. Continuous thrust orbit transfer optimization using large-scale linear programming / Y. Ulybyshev // Journal of Guidance, Control and Dynamics. – 2007. – Vol. 30. – № 2.

7. Улыбышев Ю. П. Оптимизация многорежимных траекторий сближения с ограничениями / Ю. П. Улыбышев // Космические исследования. – 2008. – Т. 46. – № 2. – С 133 – 147.

8. Власов С. А. Теория полёта космических аппаратов: учебное пособие / С. А. Власов, П. А. Мамон. – СПб. : ВКА имени А.Ф. Можайского, 2007. – 435 с.

Поступила в редакцию 18.12.2012

Александр Алексеевич Авксентьев, канд. техн. наук, старший научн. сотрудник, доцент, т. (812) 347-97-21, e-mail: aaa1508@yandex.ru.

Владимир Иванович Горбулин, д-р техн. наук, профессор, т. (812) 347-97-22, e-mail: v_gorbulin@mail.ru.

Людмила Петровна Зозуля, канд. техн. наук, доцент, т. (812) 347-95-89.

Владимир Александрович Чернявский, старший научн. сотрудник, начальник лаборатории, т. (812) 347-97-21, e-mail: vachernyavsky@gmail.com.

Роман Александрович Евдокимов, канд. техн. наук, начальник сектора, т. (495) 513-65-75, e-mail: Evdokimovrom@yandex.ru.