

УДК 629.7

## АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМОЙ ЧЕТЫРЁХ ДВИГАТЕЛЕЙ-МАХОВИКОВ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ СЕРИИ «МЕТЕОР-М» № 2

А.Д. Беленький, В.Н. Васильев,  
А.С. Семенов, М.Е. Семенов  
(ОАО «Корпорация «ВНИИЭМ»)

Разработаны алгоритмы управления системой четырёх двигателей-маховиков в штатном режиме и при отказе одного двигателя-маховика. Маховичная система предназначена для КА серии «Метеор-М» № 2.

**Ключевые слова:** космический аппарат, двигатель-маховик, управляющий момент, кинетический момент, матрица.

### Введение

Первая проблема, возникающая при проектировании избыточной маховичной системы, связана с выбором схемы установки двигателей-маховиков на космическом аппарате [1].

Известен опыт реализации подобной схемы для четырёх двигателей-маховиков ДМ1-20 [2]. Маховичная система установлена на подставке, имеющей форму усечённой четырёхугольной пирамиды. Оси вращения двигателей-маховиков перпендикулярны боковым граням пирамиды. Эксперименты с маховичной системой проводились на стенде динамических испытаний с использованием силоизмерительной платформы. Выполненные эксперименты показали, что конструкция подставки обеспечивает допустимый уровень перекрёстных связей между каналами стабилизации [2].

Для системы шести двигателей-маховиков ДМ1-20 использовались две подставки в виде треугольной пирамиды. На одной подставке устанавливались двигатели-маховики с нечётными номерами, на другой – с чётными [3].

Реализация схемы установки не требует создания единой механической подставки. Двигатели-маховики могут размещаться в различных частях космического аппарата, жёстко связанных между собой и с целевой аппаратурой, однако оси вращения должны оставаться параллельными системе установочных векторов. Это важно при использовании двигателей-маховиков с большим кинетическим моментом, таких как ДМ20-250/Т, поскольку единая подставка может оказаться громоздкой и неудобной для размещения на космическом аппарате.

### Схема установки двигателей-маховиков

Обозначим через  $\mathbf{h}_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) единичный вектор, параллельный оси вращения  $i$ -го маховика. Совокупность векторов  $\mathbf{h}_i$  определяет схему установки двигателей-маховиков на космическом аппарате. В общем случае положение установочного

вектора  $\mathbf{h}_i$  в связанной системе координат  $Oxuz$  может быть задано тремя направляющими косинусами  $h_{i1}, h_{i2}, h_{i3}$  или двумя установочными углами.

Двигатели-маховики устанавливаются на одинаковых кронштейнах. Посадочный фланец двигателя-маховика расположен под углом  $\delta$  к посадочной плоскости кронштейна. Соответственно ось вращения двигателя-маховика  $\mathbf{h}_i$ , перпендикулярная посадочному фланцу, расположена под углом  $\delta$  к оси, перпендикулярной посадочной плоскости кронштейна (рис. 1). Установочные векторы  $\mathbf{h}_i$  направлены в сторону конусной части конструкции двигателя-маховика.

С учётом расположения приборной платформы на космических аппаратах серии «Метеор-М» № 2 посадочные плоскости всех кронштейнов параллельны координатной плоскости  $Oxy$ . Два кронштейна закреплены на верхней поверхности платформы, два других – на нижней.

Выберем за начало всех установочных векторов  $\mathbf{h}_i$  точку  $O$ . Виды на расположение установочных векторов со стороны положительных направлений осей  $Ox$ ,  $Oy$  и  $Oz$  изображены на рис. 2. Векторы  $\mathbf{h}_i$  представлены в виде проекций на координатные плоскости  $Oyz$ ,  $Oxy$  и  $Oxz$ .

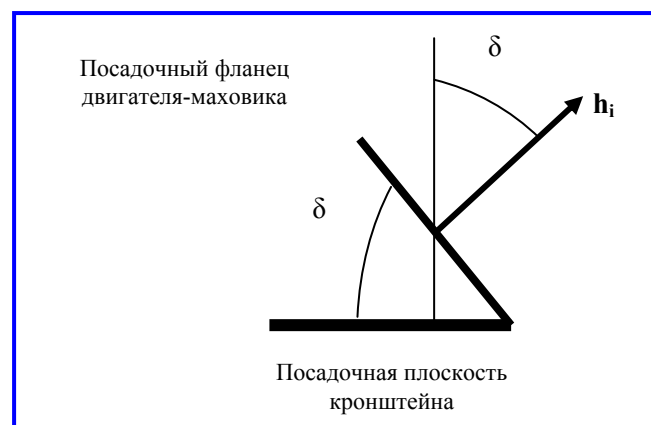


Рис. 1. Схема установки двигателя-маховика

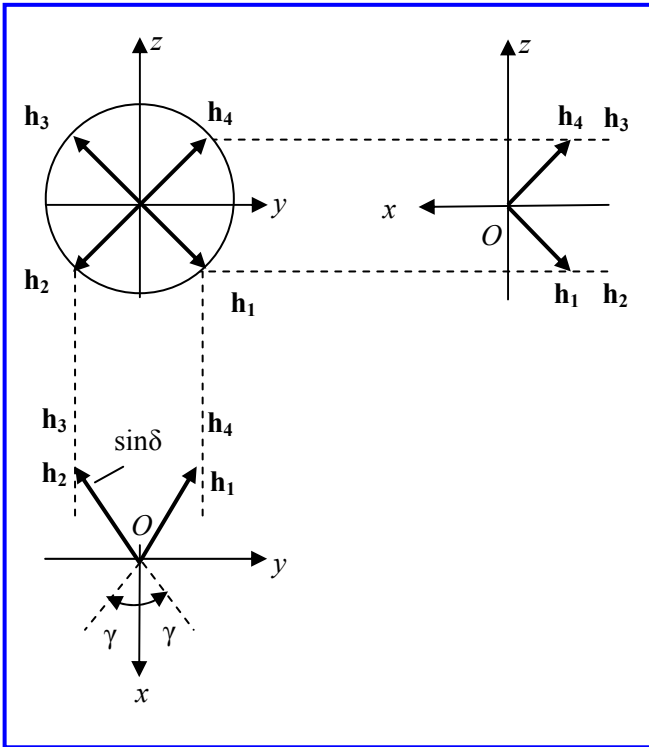


Рис. 2. Схема расположения установочных векторов

Векторы  $\mathbf{h}_1$  и  $\mathbf{h}_2$  расположены под углом  $\delta$  к отрицательному направлению оси  $Oz$ , векторы  $\mathbf{h}_3$  и  $\mathbf{h}_4$  – под углом  $\delta$  к оси  $Oz$ . Расположение кронштейнов в посадочной плоскости  $Oxy$  определяется углами между координатной плоскостью  $Oxz$  и плоскостями, образованными установочными векторами  $\mathbf{h}_i$  и осью  $Oz$ . Углы отсчитываются от оси  $Ox$ . Положительному направлению отсчёта углов соответствует вращение против часовой стрелки вокруг оси  $Oz$ . Кронштейны 1 и 4 расположены под углом  $-\gamma$  к оси  $Ox$ , кронштейны 2 и 3 – под углом  $\gamma$ . При  $\gamma = 0$  все установочные векторы совмещаются с координатной плоскостью  $Oxz$  и направлены под углами  $\pm(\pi/2 - \delta)$  к отрицательному направлению оси  $Oy$ .

#### Свойства маховичной системы

Кинетический момент двигателя-маховика  $H_i$  считается положительным, если направления векторов  $\mathbf{h}_i$  и  $\mathbf{H}_i$  совпадают, и отрицательным, если они противоположны. Область  $S$  изменения вектора кинетического момента маховичной системы представляет собой 12-гранник. Его гранями являются ромбы с длиной сторон  $2H_*$ , где  $H_*$  – максимальный кинетический момент двигателя-маховика [1, 4].

Максимальные значения кинетических моментов, создаваемые маховичной системой по осям

$Oxyz$ , составят  $H_x^* = 4H\sin\delta\cos\gamma$ ;  $H_y^* = 4H\sin\delta\sin\gamma$ ;  $H_z^* = 4H\cos\delta$ .

Выбор  $\delta = 55^\circ$  и  $\gamma = 45^\circ$  обеспечивает максимальные кинетические моменты  $H_x^* = H_y^* \approx 2,31H_*$ ,  $H_z^* \approx 2,29H_*$ .

Радиус описанной вокруг области  $S$  сферы совпадает с максимальными кинетическими моментами по координатным осям  $Ox$  и  $Oy$ , радиус сферы, вписанной в область  $S$ ,  $r \approx 1,63H_*$ .

Пусть  $H_\Sigma = 4H_*$  – арифметическая сумма максимальных кинетических моментов исполнительных органов, входящих в систему ориентации.

Коэффициент использования кинетических моментов исполнительных органов, определяемый как отношение  $r/H_\Sigma$ , составляет в изучаемой системе 0,4 [4]. В системах с большим количеством двигателей-маховиков этот коэффициент не превышает 0,47 [5].

При отказе одного двигателя-маховика возможности маховичной системы по изменению кинетических моментов по осям связанной системы координат и радиус вписанной сферы сокращаются вдвое, однако работоспособность системы сохраняется.

#### Алгоритм управления

Пусть  $m_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) – управляющие моменты двигателей-маховиков;  $\mathbf{H}$  – вектор кинетического момента маховичной системы. Вектор управляющего момента маховичной системы

$$\mathbf{M}_0 = \sum_{i=1}^4 m_i \mathbf{h}_i - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}$$

складывается из двух составляющих. Первое слагаемое определяет вектор управляющего момента, создаваемый за счёт изменения скоростей вращения двигателей-маховиков. Второе слагаемое учитывает гироскопический момент, возникающий при вращении маховичной системы с угловой скоростью  $\boldsymbol{\omega}$  вместе с космическим аппаратом.

Первое слагаемое можно представить в матричном виде:

$$\mathbf{M} = \mathbf{A} \mathbf{m}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{M} = (M_x, M_y, M_z)$  – управляющие моменты маховичной системы по осям стабилизации,

$$A = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} & h_{31} & h_{41} \\ h_{12} & h_{22} & h_{32} & h_{42} \\ h_{13} & h_{23} & h_{33} & h_{43} \end{bmatrix} - 3 \times 4 - \text{матрица}$$

направляющих косинусов единичных векторов  $\mathbf{h}_i = (h_{i1}, h_{i2}, h_{i3})$ , определяющая схему установки электродвигателей-маховиков;  $\mathbf{m} = (m_1, m_2, m_3, m_4)$  – управляющие моменты электродвигателей-маховиков.

Задача управления маховичной системой заключается в нахождении управляющих моментов двигателей-маховиков  $m_i$ , обеспечивающих равенство вектора  $\mathbf{M}$  требуемому вектору управляющего момента космического аппарата. Чтобы не вводить дополнительные переменные, будем полагать, что  $\mathbf{M}$  – требуемый вектор управляющего момента космического аппарата, определённый как функция угловых отклонений и угловых скоростей космического аппарата и учитывающий гироскопическую составляющую вектора управляющего момента.

Из равенства (1) получим систему трёх алгебраических уравнений для определения управляющих моментов четырёх двигателей-маховиков:

$$A\mathbf{m} = \mathbf{M}. \quad (2)$$

Если спроектировать векторное равенство (2) на связанные оси, уравнения моментов примут вид

$$\begin{aligned} h_{11}m_1 + h_{21}m_2 + h_{31}m_3 + h_{41}m_4 &= M_x; \\ h_{12}m_1 + h_{22}m_2 + h_{32}m_3 + h_{42}m_4 &= M_y; \\ h_{13}m_1 + h_{23}m_2 + h_{33}m_3 + h_{43}m_4 &= M_z. \end{aligned} \quad (3)$$

Число неизвестных переменных  $m_i$  превышает число уравнений. Такая система может быть решена многими способами. Избыточность маховичной системы позволяет оптимизировать некоторые показатели качества. В качестве критерия оптимальности маховичной системы обычно используется минимум суммы квадратов управляющих моментов маховиков [6, 7]:

$$J = \sum_{i=1}^4 m_i^2. \quad (4)$$

В [8] доказывается, что решение системы (3) при условии (4) сводится к нахождению псевдообратной матрицы  $A^+$ . Для этого используется скелетное разложение матрицы, т. е. прямоугольная  $k \times l$  – матрица  $A$  ( $k$  – число строк;  $l$  – число столб-

цов) ранга  $r$  представляется как  $A = DC$ , где  $D$  – матрица размеров  $k \times r$  с линейно независимыми столбцами и  $C$  – матрица размеров  $r \times l$  с линейно независимыми строками. Доказывается, что

$$A^+ = C^+D^+ = C^T(CC^T)^{-1}(D^TD)^{-1}D^T.$$

В нашем случае  $3 \times 4$ -матрица  $A$  имеет полный ранг ( $r = k = 3$ ). В качестве  $D$  может быть выбрана единичная матрица, а в качестве  $C$  – матрица  $A$ . Тогда  $A^+ = A^T(AA^T)^{-1}$ .

Искомое решение представляется в виде

$$\mathbf{m} = A^T(AA^T)^{-1}\mathbf{M}. \quad (5)$$

Критерий (4) косвенно характеризует энергопотребление маховичной системы. Дополнительному снижению энергопотребления способствует рациональное использование свойства рекуперации бесконтактных двигателей постоянного тока [9]. При разработке алгоритма управления системой шести двигателей-маховиков ДМ1-20 качество управления оценивалось минимумом суммы взвешенных квадратов управляющих моментов маховиков [10]:

$$J = \sum_{i=1}^n V_i m_i^2.$$

Весовая функция  $V_i$  является положительно определённой функцией тока потребления  $i$ -го электродвигателя-маховика. Для выбора весовых функций использовались экспериментальные характеристики двигателей-маховиков ДМ1-20 [10].

В соответствии со схемой установки (рис. 2) и выбором установочных углов  $\delta$  и  $\gamma$   $3 \times 4$  – матрица  $A$  направляющих косинусов осей вращения двигателей-маховиков и уравнения моментов (3) примут вид

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -\sin\delta\cos\gamma & -\sin\delta\cos\gamma & -\sin\delta\cos\gamma & -\sin\delta\cos\gamma \\ \sin\delta\sin\gamma & -\sin\delta\sin\gamma & -\sin\delta\sin\gamma & \sin\delta\sin\gamma \\ -\cos\delta & -\cos\delta & \cos\delta & \cos\delta \end{bmatrix}; \\ -m_1 - m_2 - m_3 - m_4 &= \frac{1}{\sin\delta\cos\gamma} M_x; \\ m_1 - m_2 - m_3 + m_4 &= \frac{1}{\sin\delta\sin\gamma} M_y; \\ -m_1 - m_2 + m_3 + m_4 &= \frac{1}{\cos\delta} M_z. \end{aligned} \quad (6)$$

Запишем уравнения моментов (6) в матричной форме  $B\mathbf{m} = \hat{\mathbf{M}}$ , где  $\mathbf{m} = (m_1, m_2, m_3, m_4)$  – управляющие моменты электродвигателей-маховиков;

$\hat{\mathbf{M}} = (\frac{1}{\sin \delta \cos \gamma} M_x, \frac{1}{\sin \delta \sin \gamma} M_y, \frac{1}{\cos \delta} M_z)$  – вектор, компонентами которого являются правые части

уравнений (6);  $B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  –  $3 \times 4$  – матрица,

составленная из элементов  $1 \text{sign} h_{ij} (i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3)$ .

Столбцы матрицы  $B$  определяют знаки проекций установочных векторов  $\mathbf{h}_i = (h_{i1}, h_{i2}, h_{i3})$  на оси связанной системы координат  $Oxyz$ .

По аналогии с (5) ищем решение в виде

$$\mathbf{m} = B^T(BB^T)^{-1}\hat{\mathbf{M}}_1. \quad (7)$$

Требуемые моменты двигателей-маховиков вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{1}{4} \left( -\frac{1}{\sin \delta \cos \gamma} M_x + \frac{1}{\sin \delta \sin \gamma} M_y - \frac{1}{\cos \delta} M_z \right); \\ m_2 &= \frac{1}{4} \left( -\frac{1}{\sin \delta \cos \gamma} M_x - \frac{1}{\sin \delta \sin \gamma} M_y - \frac{1}{\cos \delta} M_z \right); \quad (8) \\ m_3 &= \frac{1}{4} \left( -\frac{1}{\sin \delta \cos \gamma} M_x - \frac{1}{\sin \delta \sin \gamma} M_y + \frac{1}{\cos \delta} M_z \right); \\ m_4 &= \frac{1}{4} \left( -\frac{1}{\sin \delta \cos \gamma} M_x + \frac{1}{\sin \delta \sin \gamma} M_y + \frac{1}{\cos \delta} M_z \right). \end{aligned}$$

При выборе  $\delta = 55^\circ$  и  $\gamma = 45^\circ$

$$\begin{aligned} m_1 &= -0,4316M_x + 0,4316M_y - 0,4359M_z; \\ m_2 &= -0,4316M_x + 0,4316M_y - 0,4359M_z; \quad (9) \\ m_3 &= -0,4316M_x - 0,4316M_y + 0,4359M_z; \\ m_4 &= -0,4316M_x + 0,4316M_y + 0,4359M_z. \end{aligned}$$

#### Алгоритм управления при отказах двигателей-маховиков

Если отказал один двигатель-маховик с любым номером, исходная система уравнений (3) становится совместной.

Требуемые управляющие моменты определяются решением системы трёх уравнений, которая получается из исходной исключением отказавшего двигателя-маховика. Возможны четыре варианта:

– при отказе двигателя-маховика № 1

$$m_1 = 0; m_2 = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{\sin \delta \cos \gamma} M_x - \frac{1}{\cos \delta} M_z \right);$$

$$m_3 = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{\sin \delta \sin \gamma} M_y + \frac{1}{\cos \delta} M_z \right);$$

$$m_4 = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{\sin \delta \cos \gamma} M_x + \frac{1}{\sin \delta \sin \gamma} M_y \right);$$

– при отказе двигателя-маховика № 2

$$m_1 = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{\sin \delta \cos \gamma} M_x - \frac{1}{\cos \delta} M_z \right); m_2 = 0;$$

$$m_3 = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{\sin \delta \cos \gamma} M_x - \frac{1}{\sin \delta \sin \gamma} M_y \right);$$

$$m_4 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sin \delta \sin \gamma} M_y + \frac{1}{\cos \delta} M_z \right);$$

– при отказе двигателя-маховика № 3

$$m_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sin \delta \sin \gamma} M_y - \frac{1}{\cos \delta} M_z \right);$$

$$m_2 = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{\sin \delta \cos \gamma} M_x - \frac{1}{\sin \delta \sin \gamma} M_y \right);$$

$$m_3 = 0; m_4 = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{\sin \delta \cos \gamma} M_x + \frac{1}{\cos \delta} M_z \right);$$

– при отказе двигателя-маховика № 4

$$m_1 = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{\sin \delta \cos \gamma} M_x + \frac{1}{\sin \delta \sin \gamma} M_y \right);$$

$$m_2 = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{\sin \delta \sin \gamma} M_y - \frac{1}{\cos \delta} M_z \right);$$

$$m_3 = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{\sin \delta \cos \gamma} M_x + \frac{1}{\cos \delta} M_z \right); m_4 = 0.$$

#### Оценка точности

Для разработки технических требований к избыточной маховичной системе необходима оценка точности реализации вектора управляющего момента  $\mathbf{M}$ . Абсолютная погрешность вычисляется как разность векторов требуемого и фактического управляющих моментов. Источниками погрешности являются неточность установки двигателей-маховиков и нестабильность их характеристик.

Пусть  $\delta_i = \delta \pm \Delta\delta_i$ ,  $\gamma_i = \gamma \pm \Delta\gamma_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) – фактические установочные углы двигателей-маховиков,  $\Delta\delta_i$ ,  $\Delta\gamma_i$  – допустимые погрешности установки.

Фактическая матрица направляющих косинусов осей вращения двигателей-маховиков примет вид

$$A = \begin{bmatrix} -\sin\delta_1 \cos\gamma_1 & -\sin\delta_2 \cos\gamma_2 & -\sin\delta_3 \cos\gamma_3 & -\sin\delta_4 \cos\gamma_4 \\ \sin\delta_1 \sin\gamma_1 & \sin\delta_2 \sin\gamma_2 & \sin\delta_3 \sin\gamma_3 & \sin\delta_4 \sin\gamma_4 \\ -\cos\delta_1 & -\cos\delta_2 & \cos\delta_3 & \cos\delta_4 \end{bmatrix}$$

Пусть  $m_i^{\wedge} = m_i(1 \pm \Delta_i)$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) – фактические управляющие моменты двигателей-маховиков;  $m_i$  – расчётные управляющие моменты;  $\Delta_i$  – допустимая погрешность крутизны статических характеристик двигателей-маховиков.

Вектор управляющего момента маховичной системы с учётом погрешностей вычисляется по формуле  $\mathbf{M}_1 = A_1 \mathbf{m}_1$ , где  $\mathbf{m}_1 = (m_1^{\wedge}, m_2^{\wedge}, m_3^{\wedge}, m_4^{\wedge})$ .

Абсолютная погрешность составит  $\Delta\mathbf{M} = \mathbf{M} - A_1 \mathbf{m}_1$ .

Фактический вектор управляющего момента может отличаться от требуемого как по модулю, так и по направлению. Изменения по модулю при сохранении направления требуемого вектора проявляются в динамике каналов стабилизации аналогично изменению коэффициентов усиления и не приводят к возникновению перекрёстных связей.

Пусть  $\mathbf{M} = (M_x, 0, 0)$ ,  $\delta_i = \delta - \Delta\delta$ ,  $\gamma_i = \gamma - \Delta\gamma$ ,  $m_i^{\wedge} = m_i(1 - \Delta)$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), где  $\Delta\delta$ ,  $\Delta\gamma$ ,  $\Delta$  – одинаковые допустимые погрешности для всех двигателей-маховиков. Тогда фактический вектор кинетического момента отличается от требуемого на величину  $\Delta M_x = M_x[\sin(\delta - \Delta\delta)\cos(\gamma - \Delta\gamma)(1 - \Delta) - \sin\delta \cos\gamma]$ , но направление требуемого вектора сохраняется.

Обобщённой характеристикой перекрёстных связей может служить угол между векторами  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{M}_1$

$$\Delta\alpha = \arccos(\mathbf{M} \cdot \mathbf{M}_1).$$

Пусть  $\mathbf{M} = (M_x, M_y, 0)$ ,  $\delta_i = \delta$ ,  $\gamma_1 = \gamma_4 = \gamma - \Delta\gamma$ ,  $\gamma_2 = \gamma_3 = \gamma + \Delta\gamma$ ,  $m_i^{\wedge} = m_i$ , тогда фактический вектор управляющего момента окажется повернутым относительно требуемого на угол  $\Delta\alpha = \Delta\gamma$ .

При выводе расчётных формул (7) и (8) предполагалось, что установка двигателей-маховиков на космическом аппарате идеально соответствует заданной схеме. Из-за погрешностей установки двигателей-маховиков возникнут перекрёстные связи между каналами ориентации. Чтобы их минимизировать, в установочной матрице  $A$  желательно использовать реальные направляющие косинусы осей вращения двигателей-маховиков. Для решения подобной задачи необходимо измерение фактических установочных углов  $\delta_i$  и  $\gamma_i$  двигателей-маховиков на космическом аппарате. В этом случае вычисление требуемых управляющих моментов двигателей-маховиков производится по общей формуле (5). Оценка погрешностей производится аналогично, только в расчётных формулах вместо допусков на установочные углы используются допустимые ошибки измерения.

### Заключение

Разработанные алгоритмы управления системой двигателей-маховиков могут быть реализованы бортовой ЦВМ в виде расчётных формул (9) и дополнительного набора формул в случае отказа двигателя-маховика с любым номером.

При использовании матричной формулы общего вида (5) процедура расчёта управляющих моментов при отказах двигателей-маховиков сохраняется. Для этого в матрице  $A$  должны быть обнулены элементы столбца, соответствующие номеру отказавшего двигателя-маховика.

### Литература

1. Васильев В. Н. Системы ориентации космических аппаратов / В. Н. Васильев. – М. : ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2009. – 310 с.
2. Моментные характеристики минимально избыточной системы электродвигателей-маховиков / А. Н. Аронзон, А. Д. Беленький, В. Н. Васильев [и др.] // Труды НПП ВНИИЭМ. – М. : ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2005 – Т. 102. – С. 116 – 125.
3. Моментные характеристики избыточной системы электродвигателей-маховиков / А.Д. Беленький, В.Н. Васильев, В.В. Каверин [и др.] // Труды НПП ВНИИЭМ. – М. : ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2008. – Т. 107. – С. 7 – 10.
4. Исследование свойств избыточных систем электродвигателей-маховиков / А. Д. Беленький, В. Н. Васильев, М. Ю. Лебедева [и др.] // Труды НПП ВНИИЭМ. – М. : ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2005 – Т. 102. – С. 93 – 106.
5. Коэффициент использования кинетического момента в избыточных системах электродвигателей-маховиков / А. Д. Беленький, В. Н. Васильев, М. Е. Семёнов // Труды НПП ВНИИЭМ. – М. : ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2009 – Т. 108. – С. 29 – 34.
6. Управление минимально избыточной системой электродвигателей-маховиков / А. Д. Беленький, В. Н. Васильев. – М. : Известия РАН, 1996 – № 2. – С. 75 – 81.

7. Карпачев Ю. А., Павловский М. А. Управление ориентацией космических аппаратов с произвольно-избыточной структурой одноосных электромаховичных двигателей / Ю. А. Карпачев, М. А. Павловский // Космические исследования. – М. : Наука. – Т. 25. – № 4. – 1987. – С. 530 – 536.
8. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. – 2-е изд. – М. : Наука, 1966. – 576 с.
9. Электродвигатель-маховик постоянного тока / В. Я. Журавлев, В. Н. Кузьмин, Е. М. Михайлов [и др.]. // Прецизионные электромеханические устройства. Труды ВНИИЭМ. – М. : ВНИИЭМ, 1985. – Т. 78. – С. 67 – 74.
10. Управление избыточной системой электродвигателей-маховиков / А. Д. Беленький, В. Н. Васильев, М. Е. Семенов // Труды НПП ВНИИЭМ. – М. : ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2005 – Т. 102. – С. 107 – 115.

*Поступила в редакцию 05.06.2013*

*Арон Давыдович Беленький, канд. техн. наук, начальник лаборатории, т. (495)366-21-22.  
Владимир Николаевич Васильев, канд. техн. наук, ст. научный сотрудник, т. (495)366-21-22.  
Андрей Сергеевич Семёнов, инженер-программист, т. (495)366-21-22.  
Максим Евгеньевич Семёнов, ведущий инженер, т. (495)366-21-22.  
E-mail: vniiem@vniiem.ru.*