

## ВЫБОР ОСНОВНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ СООТНОШЕНИЙ В АКТИВНОЙ ЧАСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН С ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ РЕДУКЦИЕЙ

А.Б. Захаренко, С.А. Мартынова  
(ОАО Корпорация «ВНИИЭМ»)

*Для электрических машин с электромагнитной редукцией получены наилучшие соотношения чисел зубцов статора и пар полюсов ротора, исходя из максимизации ЭДС. Выведена формула для обмоточного коэффициента для первой гармоники ЭДС. Проведено вычисление обмоточных коэффициентов для ряда соотношений  $z$  и  $p$  для выявления наилучших. Проанализирован полученный результат на предмет связи гармоник МДС и ЭДС.*

**Ключевые слова:** электродвижущая сила, магнитодвижущая сила, обмоточный коэффициент.

Обоснованный выбор соотношений числа зубцов  $z$  статора и числа пар полюсов  $p$  ротора для электрических машин с электромагнитной редукцией является одной из важнейших задач, поскольку оказывает существенное влияние на их энергетические, массогабаритные, виброакустические и другие характеристики. Этой проблеме посвящено большое количество публикаций, наибольшее у представителей Новосибирского государственного университета (НГТУ – НЭТИ). Одной из лучших работ в этой области является диссертация А.Ф. Шевченко [1], который одним из первых осмыслил и запатентовал [2] прототип искомым соотношений. Следует отметить, что в упомянутых работах искомые соотношения были рассчитаны, исходя из максимизации ряда гармоник магнитодвижущей силы (МДС). Однако электромагнитную мощность электрической машины определяет не только ток, но и электродвижущая сила (ЭДС). Поэтому максимизация первой гармоники ЭДС также является обоснованной.

Традиционно ЭДС рассчитывают по формуле:

$$E = \frac{\pi\sqrt{2}\Phi_{\text{рез}}f\omega_{\Phi}k_{\text{об}}}{k_{\Phi}}, \quad (1)$$

где  $k_{\text{об}}$  – обмоточный коэффициент;  $\omega_{\Phi}$  – число последовательно соединённых витков в фазе;  $f$  – частота;  $k_{\Phi}$  – коэффициент формы поля.

Целью данной работы является получить обоснованный выбор наилучших соотношений числа зубцов статора  $z$  и числа пар полюсов ротора  $p$  по критерию максимизации первой гармоники ЭДС:

1) вывести формулу для обмоточного коэффициента для первой гармоники ЭДС;

2) провести вычисление обмоточных коэффици-

ентов для ряда соотношений  $z$  и  $p$  для выявления наилучших;

3) проанализировать полученный результат на предмет связи гармоник МДС и ЭДС.

**1. Формула для обмоточного коэффициента первой гармоники ЭДС.** Учитываем, что шаг обмотки по пазам, равный зубцовому делению, определяется формулой:

$$y = t_z = \frac{\pi D}{z}, \quad (2)$$

где  $D$  – внутренний диаметр статора; полюсное деление:

$$\tau = \frac{\pi D}{2p}; \quad (3)$$

укорочение шага обмотки по отношению к полюсному делению с учётом (2) и (3):

$$\beta = \frac{y}{\tau} = \frac{2p}{z}. \quad (4)$$

Коэффициент укорочения шага обмотки:

$$k_y = \sin\left(\frac{\pi}{2}\beta\right). \quad (5)$$

Подставляя формулу (4) в (5), получим формулу для коэффициента укорочения шага обмотки:

$$k_y = \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{2p}{z}\right). \quad (6)$$

Исходя из формулы (6), для получения максимального коэффициента укорочения  $2p$  должно быть близко к  $z$ . Однако при равенстве  $z = 2p$  ротор будет всегда находиться в устойчивом положении, тангенциальная сила и вращающий момент образовываться не будут.

Следует отметить, что для электрических машин с электромагнитной редукцией число пазов на полюс и фазу – правильная несократимая дробь вида

$$q=b/c, \quad (7)$$

где  $b$  – число катушек в катушечной группе. В качестве примера для катушечной группы из трёх катушек звезда ЭДС катушек катушечной группы выглядит, как показано на рис. 1.

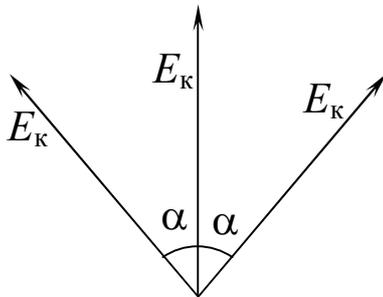


Рис. 1. Звезда ЭДС катушек катушечной группы обмотки с  $b=3$

Коэффициент распределения, по определению, равен отношению геометрической суммы ЭДС катушек к их арифметической сумме. Поэтому традиционная формула расчёта коэффициента распределения [3]:

$$k_p = \frac{\sin\left(q \frac{\alpha}{2}\right)}{q \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}, \quad (8)$$

где  $\alpha$  – угол между осями катушек (см. рис. 1), превращается для дискретно-распределённой обмотки:

$$k_p = \frac{\sin\left(b \frac{\alpha}{2}\right)}{b \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}. \quad (9)$$

Обмоточный коэффициент  $k_{об} = k_y k_p$  с учётом формул (6) и (9), запишем так:

$$k_{об} = \frac{\sin\left(\frac{\pi 2p}{z}\right) \sin\left(b \frac{\alpha}{2}\right)}{b \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}. \quad (10)$$

**2. Расчёт по формуле (10) обмоточных коэффициентов для первой гармоники ЭДС для ряда соотношений  $z$  и  $p$  для трёхфазной обмотки.** При выборе чисел  $z$  было учтено, что они должны быть кратны трём. При этом  $p$  не должны быть кратны (или равны) трём во избежание получения устойчивого положения, о котором было сказано выше. Результаты сведены в табл. 1, из которой видно, что наибольшие обмоточные коэффициенты, выделенные жирным шрифтом, получены вблизи диагонали. Соотношения  $z$  и  $p$  с наибольшими обмоточными коэффициентами являются наилучшими. При отдалении от диагонали обмоточные коэффициенты уменьшаются, либо меняют знак.

Полученные в табл. 1 соотношения числа пар полюсов ротора  $p$  и числа зубцов статора  $z$  с максимальными обмоточными коэффициентами для  $m=3$  были эквивалентированы соотношениями:

$$\begin{aligned} p &= yk, (y+1)k, & \text{где } y &= 1; \\ p &= (y+1)k, (y+2)k, & \text{где } y &= 3, 4; \\ p &= (y+2)k, (y+3)k, & \text{где } y &= 5; \\ p &= (y+3)k, (y+4)k, & \text{где } y &= 7; \\ p &= (y+3)k, (y+5)k, & \text{где } y &= 8; \\ p &= (y+4)k, (y+5)k, & \text{где } y &= 9; \\ p &= (y+5)k, (y+6)k, & \text{где } y &= 11, \end{aligned} \quad (11)$$

при этом  $z=ymk$ , а также  $y, k$  – целые положительные числа. Эти соотношения были защищены патентами [4, 5].

Возвращаясь к авторскому свидетельству [2], кратко запишем:

$$z_s = 3k, \quad z_R = z_s \pm k, \quad (12)$$

где  $z_s$  – число зубцов статора;  $z_R$  – число зубцов ротора,  $k = 1, 2, 3, 4 \dots$

Переходя в формуле (12) к обозначениям данной статьи, получим:

$$z = 3k, \quad 2p = z \pm k, \quad (13)$$

где  $k = 1, 2, 3, 4 \dots$

Таблица 1

Расчётные обмоточные коэффициенты для первой гармоники ЭДС

p	z											
	3	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39
1	<b>0,866</b>	0,289										
2	<b>0,866</b>	0,543	0,418									
4	-0,866	<b>0,831</b>	0,724	0,619								
5	-0,866	<b>0,831</b>	<b>0,808</b>	0,721	0,637							
7		0,543	<b>0,808</b>	<b>0,829</b>	0,781	0,719						
8		0,289	0,724	<b>0,829</b>	<b>0,819</b>	0,773	0,718					
10			0,418	0,721	<b>0,819</b>	<b>0,828</b>	0,801	0,761	0,717			
11				0,619	0,781	<b>0,828</b>	<b>0,822</b>	0,794	0,757	0,717		
13					0,637	0,773	<b>0,822</b>	<b>0,827</b>	0,810	0,783	0,750	
14						0,719	0,801	<b>0,827</b>	<b>0,824</b>	0,805	0,778	0,748
16							0,718	0,794	<b>0,824</b>	<b>0,827</b>	<b>0,825</b>	0,795
17								0,761	0,810	<b>0,827</b>	<b>0,825</b>	<b>0,811</b>

Например, при  $k=5$  число зубцов  $z=15$ , число полюсов  $p=5$  и  $p=10$ . Подставим эти соотношения в табл. 1. Из анализа табл. 1 видно, что эти соотношения обладают отнюдь не максимальным обмоточным коэффициентом  $k_{об} = 0,721$ . Таким образом, соотношения, приведённые в [2], устарели.

**3. Анализ полученных результатов на предмет связи гармоник МДС и ЭДС.** Во всех столбцах имеется два одинаковых максимальных обмоточных коэффициента. Это значит, что для любого числа зубцов имеется две гармоники МДС имеющие наибольшую амплитуду с различными, хотя и близкими друг к другу, числами периодов («пар полюсов»). МДС такой обмотки можно записать следующим образом:

$$F = F_{1m} \sin(\omega_1 t - p_1 \alpha) - F_{2m} \sin(\omega_1 t + p_2 \alpha), \quad (14)$$

где  $F_{1m}, F_{2m}$  – амплитуды гармоник с наибольшей амплитудой;  $\omega_1$  – угловая частота;  $t$  – время;  $p_1, p_2$  – числа пар полюсов упомянутых гармоник.

При выборе числа пар полюсов ротора равным числу периодов одной из этих гармоник другая гармоника становится наиболее существенной из высших [1]. Для анализа теоретических результатов [1] рассмотрим связь гармоник ЭДС и МДС по экспериментальным данным.

В качестве примера рассмотрим машину с числом зубцов  $z = 27$  на статоре, где размещена трёхфазная силовая обмотка, и числом пар полюсов  $p=12$  (рис. 2). Соотношение  $z$  и  $p$  в этой машине соответствует формуле (11) при  $\gamma=3, k=3$ . Каждая катушечная группа силовой обмотки статора состоит из трёх катушек, соединённых последовательно, что соответствует рис. 1. Кроме силовой на статоре намотана измерительная обмотка, число витков обмотки  $w=30$ .

В режиме холостого хода по усреднённым экспериментальным данным максимальная ЭДС в измерительной обмотке составляет  $E_{max} = 2,25$  В (рис. 3, кривая 1) при частоте  $f = 12$  Гц. Эта амплитуда принята за базовое значение при построении аппроксимирующей зависимости  $e(\gamma)$  (рис. 3, кривая 2) и расчёте амплитуд гармоник ЭДС в табл. 1.

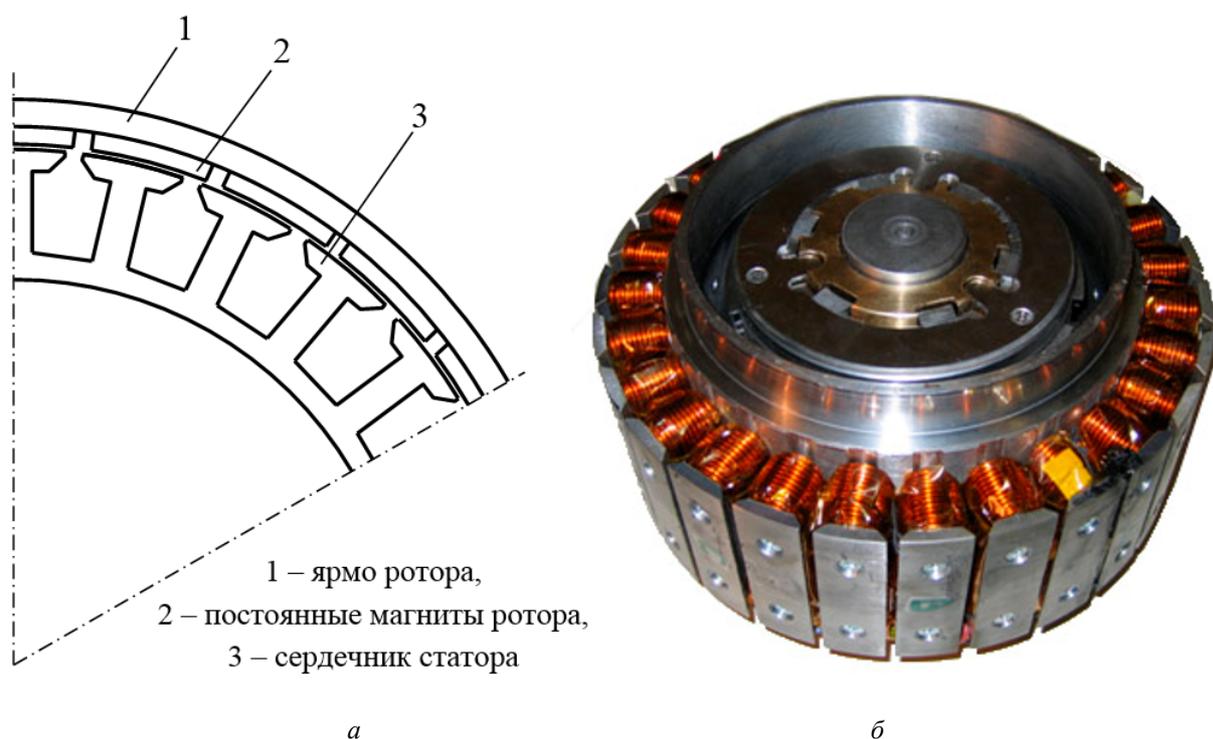


Рис. 2. Полуцикл магнитной системы (а) и обмотанный статор (б)

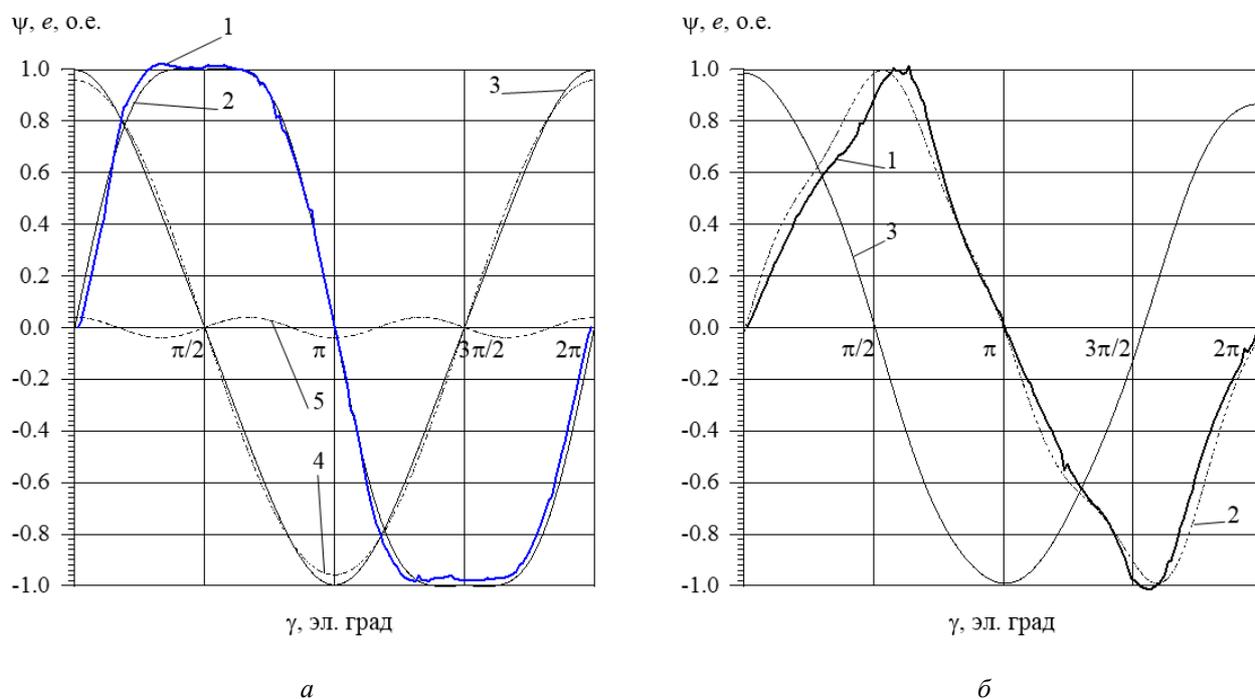


Рис. 3. Зависимости потокосцепления  $\psi$  и ЭДС  $e$  катушки измерительной обмотки от угла поворота ротора при холостом ходе (а) и при коротком замыкании (б) силовой обмотки: 1 – экспериментальная зависимость  $e(\gamma)$ ; 2 – зависимость  $e(\gamma)$ , аппроксимирующая экспериментальную; 3 – зависимость  $\psi(\gamma)$ ; 4 – 1-я гармоника зависимости  $\psi(\gamma)$ ; 5 – 3-я гармоника зависимости  $\psi(\gamma)$

Таблица 2

Гармонический состав аппроксимирующих зависимостей ЭДС  $e$  и потокосцепления  $\Psi$  и катушки измерительной обмотки, а также порядок гармоник МДС трёхфазной силовой обмотки

Порядок гармоник ЭДС измерительной обмотки	Холостой ход		Короткое замыкание		Порядок гармоник МДС трёхфазной обмотки
	$E_{max}$ , о. е.	$E_{max}$ , о. е.	$\Psi_{max}$ , о. е.	$\Psi_{max}$ , о. е.	
1	1,140	1,140	0,820	0,820	4
$1 \frac{1}{4}$	нет	нет	0,112	0,089	5
3	0,140	0,047	0,093	0,031	нет
$3 \frac{1}{4}$	нет	нет	0,057	0,017	13
$4 \frac{3}{4}$	нет	нет	0,057	0,012	19

Таким образом, в абсолютных значениях амплитуда первой гармонической ЭДС катушки составляет  $E_{max1} = 2,57$  В, а третьей –  $E_{max3} = 0,32$  В. Амплитуды всех прочих гармоник не оказывают существенного влияния на форму ЭДС катушки. Коэффициенты гармонического ряда для потокосцепления катушки (табл. 2) найдены, исходя из закона электромагнитной индукции. За базовое значение при расчёте амплитуд гармоник МДС трёхфазной обмотки принят полный ток катушки  $I_{вк}$ .

Третья гармоника появилась в составе ЭДС в результате насыщения магнитной системы. Наличие в гармоническом составе ЭДС гармоники кратности  $1 \frac{1}{4}$  подтверждает, что основной гармоникой МДС этой машины является четвёртая, а наибольшей из высших – пятая, что соответствует [1]. Таким образом, проведённый гармонический анализ (см. табл. 2), в целом подтверждает соответствие результатов, полученных в табл. 1, известным ранее соотношениям, полученным для МДС.

### Выводы

1. Получена формула (10) для обмоточного коэффициента для первой гармоники ЭДС электрической машины с электромагнитной редукцией.

2. По результатам вычислений обмоточных коэффициентов для ряда соотношений  $z$  и  $p$  выявляе-

ны соотношения с максимальными обмоточными коэффициентами (11). На конструкцию электрических машин с упомянутыми соотношениями получены патенты на изобретение и полезную модель.

3. Экспериментально подтверждена связь первой гармоники ЭДС с четвёртой гармоникой МДС для машины с числом зубцов  $z = 27$  статора и числом пар полюсов  $p=12$  ротора.

### Литература

1. Шевченко А. Ф. Электромеханические преобразователи энергии с модулированным магнитным потоком. Диссертация на соискание учёной степени доктора технических наук. – Новосибирск: НГТУ, 1999. – 340 с.
2. Шевченко А. Ф. Синхронный электродвигатель. Авторское свидетельство на изобретение СССР № 1345291 по заявке № 4012660, опубликовано 15.10.1987, бюллетень № 10.
3. Беспалов В. Я., Котеленец Н. Ф. Электрические машины: учебное пособие для студентов вузов. – М.: Издательский центр «Академия», 2010. – 320 с.
4. Мартынова С. А., Захаренко А. Б., Дульцев А. А. Конструкция синхронного реактивного электродвигателя. Патент на полезную модель РФ № 145561 по заявке № 2014116840, опубликовано 20.09.2014, бюллетень № 26, 2 с.

5. Захаренко А. Б., Мартынова С. А. Торцевая электрическая машина (варианты). Патент на изобретение РФ № 2541427 по заявке № 2013147480.

*Поступила в редакцию 17.12.2014*

*Андрей Борисович Захаренко, д-р техн. наук, начальник отдела,  
тел. (495) 366-26-44.*

*Светлана Андреевна Мартынова, аспирант, инженер, тел. (495) 366-28-22.  
E-mail vniiem@vniiem.ru.*