

УДК 621.313

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСНОГО УСИЛИТЕЛЯ МОЩНОСТИ СИСТЕМЫ АКТИВНОГО МАГНИТНОГО ПОДВЕСА

Н.Н. Смирнов, В.П. Верещагин

*Рассмотрен один из способов моделирования процессов, происходящих в импульсном выходном усилителе мощности, применяемом в цифровых системах управления активным магнитным подвесом. Подход основан на описании состояний цепей устройства исходными дифференциальными уравнениями с дальнейшим их представлением в конечно-разностном виде и численным решением. Подробно изложена последовательность действий при рассматриваемом способе моделирования. Кратко описан принцип действия двухуровневого выходного импульсного усилителя мощности. Показан принцип закона формирования ШИМ-сигнала для данного устройства. Получены исходные дифференциальные уравнения для математической модели импульсного усилителя. Алгоритм решения реализуется на языке программирования высокого уровня MATLAB. Показаны примеры анализа эюр требуемых сигналов, переходных и частотных характеристик системы «импульсный усилитель – электромагнит». Характеристики получены для двух случаев: без отрицательной обратной связи по току и при наличии последней. Отмечены преимущества описываемого подхода по сравнению с моделированием в специализированных программах.*

**Ключевые слова:** импульсный усилитель, ШИМ-сигнал, моделирование, MATLAB, дифференциальные уравнения, конечные разности, численное решение, обратная связь по току, переходные и частотные характеристики.

Моделирование импульсных устройств является актуальной задачей при их проектировании. В настоящее время для разработки аналоговых и цифровых схем широко применяются такие программы, как PSpice OrCAD, MicroCap, и др. Однако, если моделируемая система описывается простой принципиальной схемой, а переходные процессы в ключевых элементах не представляют интереса, то можно воспользоваться подходом, основанным на численном решении дифференциальных уравнений, описывающих электрические цепи. Решение удобно реализовывать на языках программирования высокого уровня.

Рассмотрим последовательность действий при данном способе моделирования:

1. Электрические цепи описываются уравнениями в соответствии с законами и правилами классической электродинамики. Если в схеме присутствуют реактивные элементы, то среди записанных уравнений будут дифференциальные.

2. Полученные дифференциальные уравнения представляются в конечно-разностном виде. Затем из них выводится интересующая величина (ток, напряжение и т. д.) на текущем шаге интегрирования.

3. Задаются значения параметров устройства и начальные условия.

4. На языке программирования организуется цикл, в котором пошагово выполняется интегрирование.

5. Выводятся интересующие эюры сигналов для последующего их анализа.

Подобный гибкий подход даёт возможность выбора входного сигнала. Таковым может быть любой из присутствующих в схеме, а сам сигнал мо-

жет быть задан в явном виде (массивом значений или аналитически). Ещё одним плюсом является возможность использования адаптивного шага интегрирования. В данной работе моделирование выполнено в системе MATLAB, получившей широкое распространение в инженерной практике.

### Принцип работы выходного усилителя с двумя уровнями напряжения на обмотке электромагнита

В качестве моделируемого объекта рассматривается импульсный выходной усилитель мощности (ВУ), который применяется в системах управления токами электромагнитов активных магнитных подвесов ротора. Усилитель представлен полупассивной мостовой схемой (рис. 1, а), в диагональ которой включена нагрузка – электромагнит (ЭМ). В данном разделе публикации, при описании работы ВУ, падениями напряжения на ключевых элементах, диодах и активном сопротивлении нагрузки пренебрегаем.

Транзисторы  $VT1$  и  $VT2$  управляются ШИМ-сигналом синхронно. В течение каждого ШИМ-периода чередуются два состояния транзисторов. В начале периода, при открытых ключах (первое состояние), ток в нагрузку отдаёт источник питания (ИП), или ёмкость  $C$  в том случае, если на предшествующем периоде ШИМ она была заряжена до напряжения, превышающего напряжение ИП ( $U_{PS}$  на рис. 1). В этом состоянии ток ЭМ  $i$  нарастает со скоростью, пропорциональной значению напряжения  $U_{PS}$  и обратно пропорциональной значению индуктивности  $L$ . Путь протекания тока  $i$  показан на рис. 1, а зелёными стрелками. При этом к обмотке ЭМ приложено напряжение конденсатора (или ИП). При достаточно

большой ёмкости  $C$  можно считать, что в первом состоянии на ЭМ имеется напряжение  $+U_{PS}$ . Полярность напряжения ЭМ показана на рис. 1, а; эпюры напряжения и тока – на рис. 1, б.

Вторую часть ШИМ-периода транзисторы закрыты (второе состояние). За счёт ЭДС самоин-

дукции напряжение на ЭМ изменится на противоположное и будет равно  $-U_{PS}$ . Ток  $i$  потечёт по пути, указанному красной стрелкой (см. рис. 1, а), заряжая ёмкость  $C$  и уменьшаясь со скоростью прямо пропорциональной  $U_{PS}$  и обратно пропорциональной  $L$ .

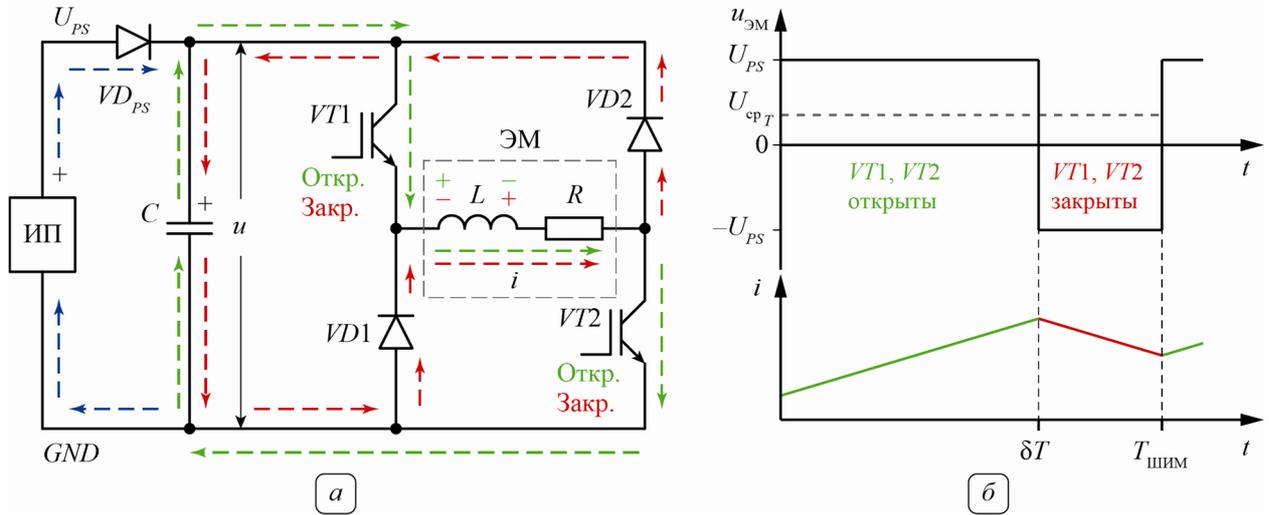


Рис. 1. Упрощённая схема ВУ (а) с эпюрами тока и напряжения ЭМ (б)

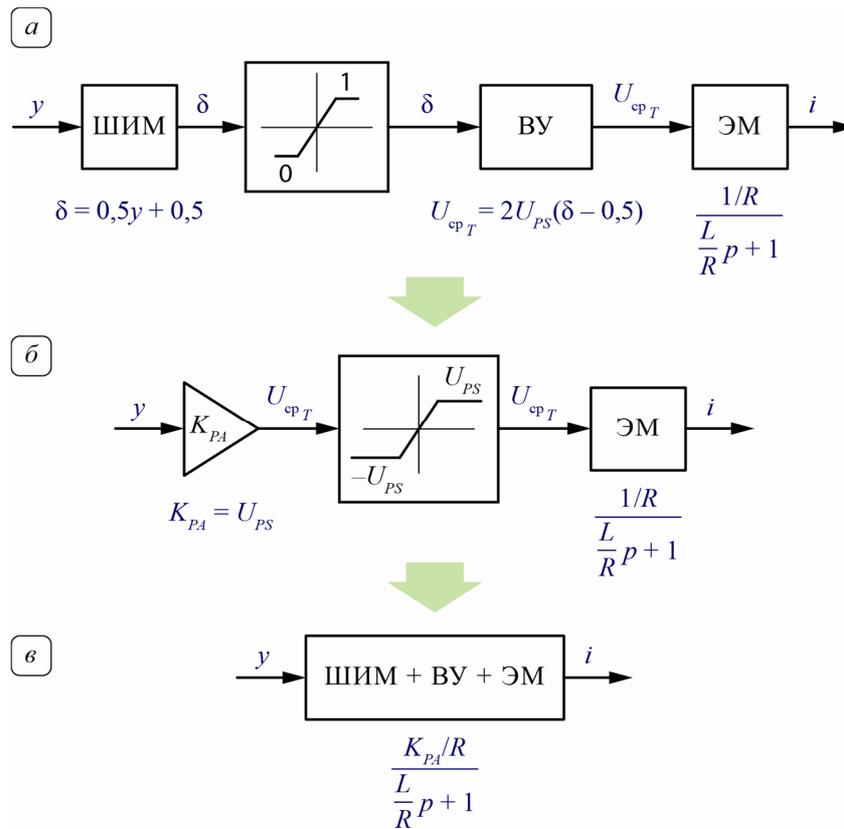


Рис. 2. Структурная схема системы «формирователь ШИМ-сигнала – ВУ – ЭМ» без обратной связи (ОС) по току

Так, в зависимости от состояния ключей и при ненулевом токе на ЭМ может быть два уровня напряжения:  $+U_{PS}$  и  $-U_{PS}$ . В зависимости от коэффициента заполнения  $\delta$  среднее за ШИМ-период напряжение на ЭМ определится следующим образом (см. рис. 1, б) [1]:

$$U_{cp T} = 2U_{PS} (\delta - 0,5). \quad (1)$$

В процессе управления током ЭМ коэффициент заполнения  $\delta$  является переменной, которая переключается перед каждым ШИМ-периодом:

$$\delta = 0,5 \frac{U_{cp T}}{U_{PS}} + 0,5. \quad (2)$$

При этом в последней формуле  $U_{cp T}$  – *требуемое* среднее за период напряжение ЭМ. По модулю оно должно быть ограничено значением  $U_{PS}$ . Обозначим  $U_{cp T}/U_{PS}$  как управляющий сигнал  $u$ . Тогда, с учётом последнего ограничения, систему «формирователь ШИМ-сигнала – ВУ – ЭМ» без обратной связи по току можно проиллюстрировать структурной схемой, приведённой на рис. 2.

От варианта *a* к *б* на рис. 2 можно перейти, если подставить коэффициент заполнения из формулы (2) в (1) с учётом того, что  $U_{cp T}/U_{PS} = u$ . Тогда коэффициент усиления ВУ  $K_{PA}$  будет численно равен напряжению источника питания  $U_{PS}$ . Следует отметить, что моделирование процессов ВУ с помощью линейной передаточной функции, приведённой на рис. 2, в, имеет смысл только при выполнении ряда условий. Первое условие – время моделирования должно превосходить величину ШИМ-периода. Второе – требуемое среднее за период напряжение не должно по модулю превышать значение  $U_{PS}$ , т. е. управляющий сигнал  $u$  должен находиться в пределах от  $-1$  до  $1$ . Также следует учесть, что формула для расчёта среднего напряжения нагрузки (1) при коэффициенте заполнения, меньшем  $0,5$  (или для отрицательного среднего напряжения), будет иметь смысл только при положительном токе ЭМ. Это следует из принципа работы ВУ: полупассивная мостовая схема обеспечивает возможность протекания тока только в одном направлении (см. рис. 1, а). Поэтому третьим условием применения линейной передаточной функции является положительный ток при  $\delta < 0,5$ . Обычно в реальных системах управления магнитным подвесом последнее условие выполняется, так как для обеспечения линейности тяговой характеристики применяется дифференциальная схема управления

тока. Согласно этой схеме, к току смещения прибавляется ток управления. При этом абсолютное значение тока управления не превосходит по величине ток смещения [2]. Вопросы идентификации импульсного ВУ линейным усилителем с ограничением по величине напряжения питания и направления тока в обмотке электромагнита рассмотрены в [3].

При рассмотрении процессов ВУ на промежутках времени меньших, чем ШИМ-период, надо учитывать, что ток и напряжение ЭМ меняются согласно эюграм, приведённым на рис. 1, б. В этом случае для построения модели следует использовать структурную схему рис. 2, а.

### Описание процессов ВУ дифференциальными уравнениями

Примем следующие допущения:

1. Транзисторы  $VT1$  и  $VT2$  считаем идеальными ключами: открывание/закрывание происходит мгновенно, падение напряжения в открытом состоянии равно нулю, сопротивление в закрытом состоянии равно бесконечности.
2. Падением напряжения на диодах пренебрегаем.
3. ИП обладает достаточной мощностью для обеспечения на выходе постоянного значения напряжения  $U_{PS}$ .
4. Индуктивность  $L$  постоянна.
5. Утечки через ёмкость  $C$  отсутствуют.

В первом состоянии оба транзистора открыты. В соответствии со вторым правилом Кирхгофа и законом электромагнитной индукции Фарадея запишем

$$u = L \frac{di}{dt} + iR, \quad (3)$$

где  $u$  – мгновенное значение напряжения на конденсаторе.

Если в предыдущем состоянии ёмкость  $C$  была заряжена до напряжения, которое превышает  $U_{PS}$ , то она будет разряжаться. Однако напряжение на ней не может быть ниже  $U_{PS}$ , т. е.:

$$-C \frac{du}{dt} = i, \quad (4)$$

$$u \geq U_{PS}. \quad (5)$$

В случае если напряжение на конденсаторе сравнялось с напряжением ИП, то ток в нагрузку будет отдавать уже источник, а не ёмкость (синие стрелки на рис. 1, а).

Аналогичным образом запишем дифференциальные уравнения для второго состояния. При закрытых ключах  $VT1$  и  $VT2$  откроются диоды  $VD1$  и  $VD2$ , и ток потечёт по пути, указанному красными стрелками (см. рис. 1,  $a$ ). Значение тока при этом будет уменьшаться, а второе правило Кирхгофа запишется следующим образом:

$$-u = L \frac{di}{dt} + iR. \quad (6)$$

Процесс заряда конденсатора описывается уравнением

$$C \frac{du}{dt} = i. \quad (7)$$

Наличие диодов  $VD1$  и  $VD2$  обеспечивает протекание тока только в одном направлении. Поэтому при уменьшении его до нуля процесс заряда ёмкости остановится, а разряда не будет. Для тока запишем:

$$i \geq 0. \quad (8)$$

Теперь представим уравнения (3) – (5) и (6) – (8) в конечно-разностном виде. Получим две группы выражений:

$$u_j = L \frac{i_j - i_{j-1}}{stp} + i_j R, \quad (9)$$

$$-C \frac{u_j - u_{j-1}}{stp} = i_j, \quad (10)$$

$$u_j \geq U_{PS}. \quad (11)$$

$$-u_j = L \frac{i_j - i_{j-1}}{stp} + i_j R, \quad (12)$$

$$C \frac{u_j - u_{j-1}}{stp} = i_j \quad (13)$$

$$i_j \geq 0. \quad (14)$$

Здесь  $j$  – номер текущего шага интегрирования,  $stp$  – величина шага.

Выведем из уравнения (10) напряжение на текущем шаге интегрирования  $u_j$  и затем подставим его в уравнение (9). Уравнение (11) оставим неизменным. Получим следующую группу уравнений для первого состояния ВУ:

$$\left. \begin{aligned} i_j &= \frac{u_{j-1} + i_{j-1} \frac{L}{stp}}{R + \frac{L}{stp} + \frac{stp}{C}}; \\ u_j &= u_{j-1} - i_j \frac{stp}{C}, \\ u_j &\geq U_{PS}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Для второго состояния поступим аналогичным образом. Выведем из уравнения (13)  $u_j$  и подставим его в уравнение (12). Выражение (14) перепишем без изменений. Получим группу уравнений, описывающую второе состояние ВУ:

$$\left. \begin{aligned} i_j &= \frac{-u_{j-1} + i_{j-1} \frac{L}{stp}}{R + \frac{L}{stp} + \frac{stp}{C}}; \\ i_j &\geq 0, \\ u_j &= u_{j-1} + i_j \frac{stp}{C}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Таким образом, для каждого состояния усилителя мы получили выражения для расчёта тока ЭМ и напряжения ёмкости на текущем шаге интегрирования  $j$ . Группы уравнений (15) и (16) помимо задаваемых параметров  $R, L, C, U_{PS}$  содержат также значения тока и напряжения на предыдущем шаге  $i_{j-1}$  и  $u_{j-1}$ . Эти выражения составляют основу математической модели, на базе которой пишется программный код, и являются по сути решением исходных дифференциальных уравнений (3), (4), (6), (7) с ограничениями (5) и (8).

#### Алгоритмическая реализация и анализ результатов моделирования

Программу, осуществляющую решение дифференциальных уравнений, удобно представить в виде блок-схемы (рис. 3).

В блоке 1 задаётся ШИМ-период импульсного усилителя  $T_{PWM}$ , время моделирования  $end\_time$  и вычисляется количество ШИМ-периодов  $quan\_of\_IPWM$ . Здесь и далее все единицы вводятся в СИ.

Индуктивность  $L$  и активное сопротивление ЭМ  $R$ , ёмкость конденсатора  $C$  и напряжение ИП  $U_{PS}$  задаются в блоке 2.

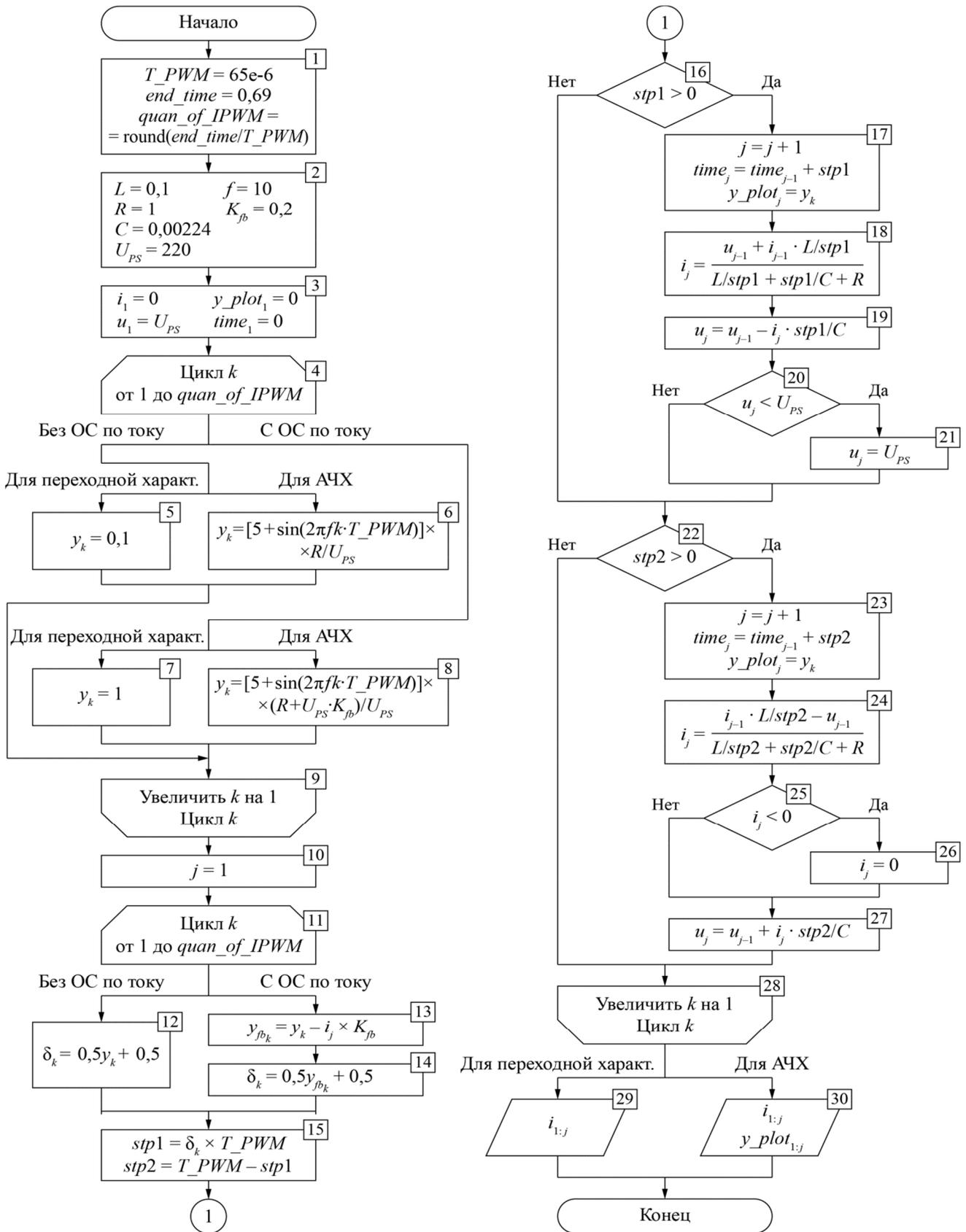


Рис. 3. Блок-схема алгоритма модели импульсного ВУ

Мгновенные значения тока ЭМ и напряжения конденсатора будут содержаться в массиве. Для старта расчёта потребуются определить начальные условия, т. е. значения первых элементов этих массивов. Это осуществляется в блоке 3. Массивы значений управляющей переменной  $y_{plot}$  и времени  $time$  введены для дальнейшего удобства отображения результатов расчёта.

Управляющий сигнал для ШИМ-периодов на протяжении всего времени моделирования задаётся в цикле блоками 4 – 9. Счётчик  $k$  последовательно принимает номер от первого до последнего ШИМ-периода. В качестве первого примера зададимся целью получить эюру тока ЭМ, не охваченного отрицательной обратной связью по току, при подаче на формирователь ШИМ-сигнала ступенчатого управляющего воздействия  $u$ , равного 0,1 единицы цифрового регулятора (ед. р.) (блок 5).

Циклу пошагового интегрирования соответствуют блоки 11 – 28. В блоках 10, 17, 23 организован счётчик шагов интегрирования  $j$ . В блоке 11 – объявляется цикл, в котором последовательно будут перебираться все ШИМ-периоды. В блоке 12 производится расчёт коэффициента заполнения  $\delta$  для модели без ОС по току в зависимости от заданного ранее в блоках 4 – 9 сигнала управления. Далее в блоке 15 вычисляются значения шагов интегрирования для первого и второго состояний ВУ соответственно. Шаг интегрирования будет переменным и равен длительности того или иного состояния.

Расчёт значений тока ЭМ и напряжения ёмкости для первого состояния производится в блоках 16 – 21; при этом 18 – 21-й – по сути являются выраже-

ниями (15). Блоками 22 – 27 выполняется расчёт второго состояния ВУ; 24 – 27-й – соответствуют уравнениям (16).

Построение эюры тока (вывод значений  $i$ ) осуществляется блоком 29.

Получившаяся переходная характеристика системы без ОС по току показана на рис. 4, а. Характер нарастания тока соответствует переходной функции апериодического звена первого порядка. Установившееся значение тока находится в соответствии с передаточной функцией рис. 2, в, т. е.  $uK_{PA}/R = 22$  А. Постоянная времени всей системы в данном случае равна постоянной времени ЭМ и составляет 0,1 с. При масштабировании эюры тока можно увидеть участки нарастания и спада тока, соответствующие состояниям ВУ при открытых и закрытых ключах соответственно.

Для получения частотных характеристик управляющий сигнал  $u$  необходимо задать в виде периодического сигнала с постоянной составляющей. Определяя амплитуды и фазы сигнала  $u$  и тока  $i$  ЭМ, по построенным эюрам установившихся колебаний можно получить АЧХ и ФЧХ. Построение частотных характеристик сделаем в Microsoft Excel.

В алгоритме нашей модели частота колебаний  $f$ , например, 10 Гц, вводится в блоке 2 (см. рис. 3). Чтобы получить ток с постоянной составляющей 5 А и амплитудой колебаний 1 А (на низкой частоте), управляющий сигнал необходимо задать в соответствии с блоком 6. Постоянная составляющая необходима для обеспечения положительного значения тока при его колебаниях. Вывод эюр управляющего сигнала и тока ЭМ обеспечивается блоком 30.

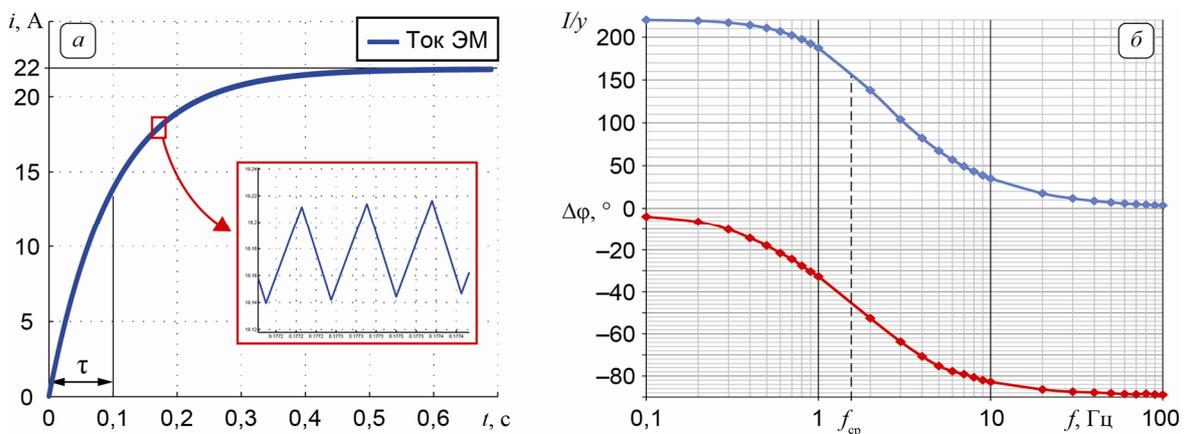


Рис. 4. Переходная (а) и частотные (б) характеристики системы «формирователь ШИМ-сигнала – ВУ – ЭМ» без ОС по току

Полученные частотные характеристики представлены на рис. 4, б. По АЧХ видно, что статический коэффициент усиления равен 220 А/ед. р. Частота среза системы составляет 1,59 Гц. Эти значения соответствуют передаточной функции, данной на рис. 2, в, которая соответствует линейному представлению импульсного ВУ.

Для уменьшения постоянной времени системы вводится обратная связь по току. В этом случае структурная схема будет выглядеть так, как показано на рис. 5, а. Под звеном ДТ здесь понимается датчик тока в совокупности с АЦП (при цифровом управлении). Инерционностью ДТ в данной модели пренебрегаем.

Покажем, что следует учесть в алгоритме для обеспечения возможности проводить моделирование в соответствии со схемой рис. 5, а.

Введём коэффициент усиления обратной связи по току  $K_{fb}$  (блок 2). Реакцию на ступенчатое воздействие будем рассчитывать для входного сигнала, равного 1 ед. р. (блок 7). Отрицательная ОС

описывается добавлением блока 13. Тогда в соответствии с рис. 5, а коэффициент заполнения  $\delta$  будет функцией сигнала  $y_{fb}$  (блок 14).

Полученная переходная характеристика приведена на рис. 6, а. Установившееся значение тока находится в соответствии с передаточной функцией рис. 5, б, т. е.  $yK_{PA}/(R + K_{PA}K_{fb}) \approx 4,9$  А. Постоянная времени всей системы после введения ОС уменьшилась до  $2,22 \cdot 10^{-3}$  с, т. е. примерно в  $K_{PA}K_{fb}$  раз.

Построим АЧХ и ФЧХ замкнутой системы. Чтобы получить ток с постоянной составляющей 5 А, амплитудой колебаний 1 А (на низкой частоте) и частотой колебаний  $f$ , управляющий сигнал должен определяться блоком 8. Полученные частотные характеристики представлены на рис. 6, б. По АЧХ видно, что статический коэффициент усиления стал равен приблизительно 4,9 А/ед. р. Частота среза системы увеличилась до 71,6 Гц. Эти значения соответствуют передаточной функции, данной на рис. 5, б.

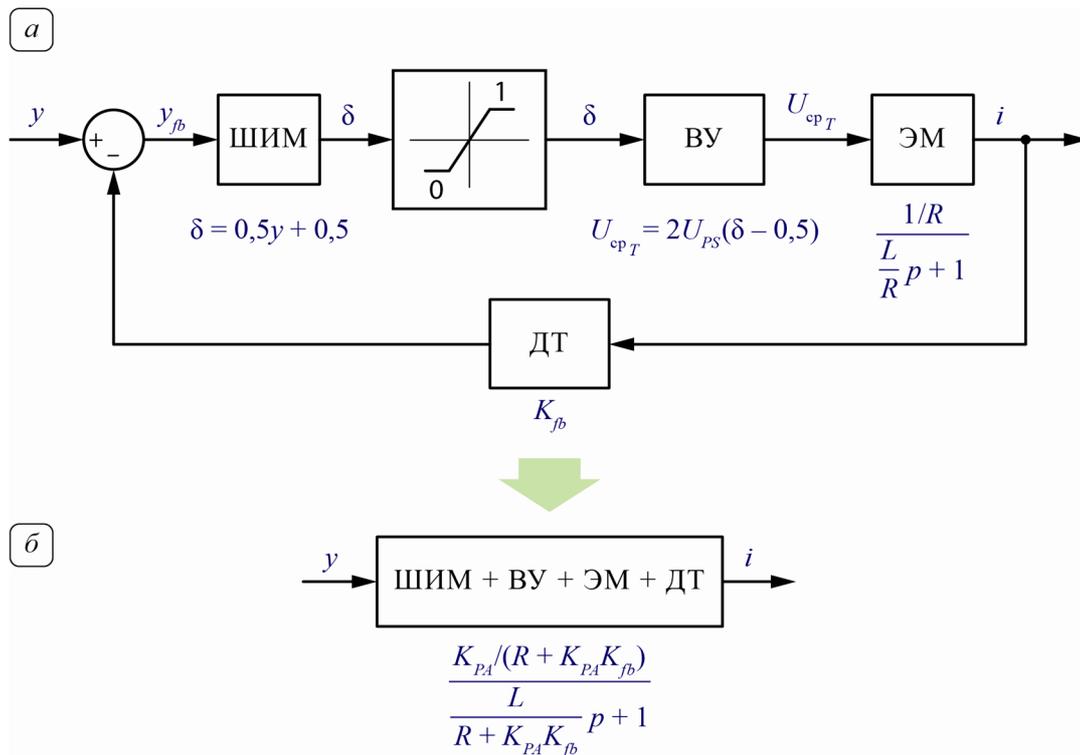


Рис. 5. Структурная схема системы «формирователь ШИМ-сигнала – ВУ – ЭМ» с ОС по току

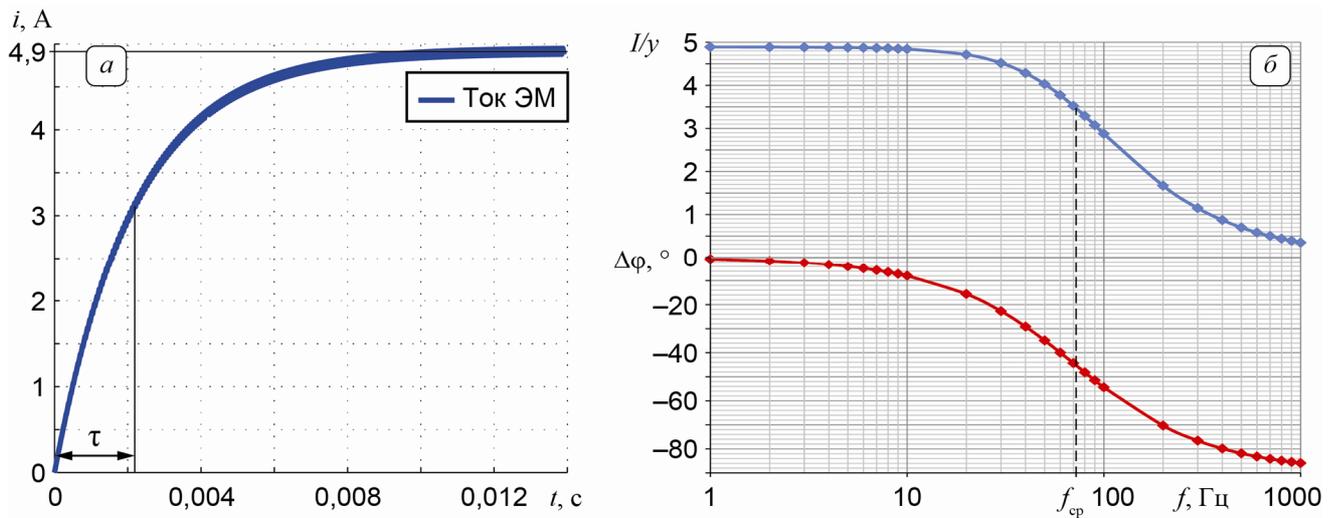


Рис. 6. Переходная (а) и частотные (б) характеристики системы «формирователь ШИМ-сигнала – ВУ – ЭМ» с ОС по току

### Заключение

Описанный способ моделирования позволяет рассмотреть сигналы в цепях как на достаточно длительных временных интервалах, так и в пределах одного ШИМ-периода. Также метод позволяет получить частотные характеристики системы. Представленные подходы использовались при создании алгоритма управления ключевыми элементами импульсного ВУ с тремя уровнями напряжения на ЭМ.

Преимущества данного подхода заключаются в следующем:

- возможность убрать из рассмотрения переходные процессы на коммутирующих элементах, что не всегда просто делается в программах схемотехнической симуляции;
- управляющий (входной) сигнал задаётся непосредственно из массива, таблицы или аналитическим выражением;
- возможность применения написанной программы для построения алгоритма управления устройством;
- возможность учитывать падения напряжения на диодах, ключах (любой параметр можно задать как функцию другого параметра, например, индук-

тивность может быть функцией тока, для учёта явлений насыщения);

- гибкость в плане получения эпюр любых сигналов и их анализа;
- для построения модели подходит любой язык программирования высокого уровня.

К недостаткам можно отнести трудоёмкость составления уравнений, в случае если принципиальная схема сложна. Однако гибкость описанного подхода во многих случаях позволяет получить необходимый результат за значительно меньшее время, чем при использовании программ схемотехнического моделирования.

### Литература

1. Maslen E. H. Magnetic bearings // University of Virginia, 2000. – 245 p.
2. Богданов Д. Н., Верещагин В. П. Структура системы управления электромагнитными подшипниками // Вопросы электромеханики. Труды НПП ВНИИЭМ. – 2010. – Т. 114. – № 4. – С. 9 – 14.
3. Верещагин В. П., Рогоза А. В. Моделирование процессов управления электромагнитами в системах магнитного подвеса // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. – 2013. – Т. 136. – № 5. – С. 3 – 8.

Поступила в редакцию 08.11.2016

**Николай Николаевич Смирнов**, инженер,  
т. (495) 366-42-11, e-mail: smirnov\_nn@inbox.ru.  
**Владимир Петрович Верещагин**, д-р техн. наук, главный научн. сотрудник,  
т. (495) 365-50-73.  
(АО «Корпорация «ВНИИЭМ»).

## MODELING OF PULSE-POWER AMPLIFIER WITHIN THE ACTIVE MAGNETIC BEARING SYSTEM

**N.N. Smirnov, V.P. Vereshchagin**

*The present article revises one of the modeling techniques intended for processes occurring within the pulse output power amplifier, used in the active magnetic bearing digital control systems. That approach is based on the description of the device circuits' condition using the initial differential equations and their further representation in the finite-difference form with the available numerical solution. The appropriate sequence of operations is detailed for the revised modeling technique. A brief description of a two-level output pulse-power amplifier is given. PWM-signal generation principle for the current device is demonstrated. Initial differential equations intended for the mathematical model of pulse amplifier have been obtained. The solution algorithm is based on MATLAB high-level program language. Demonstrated examples are related to the analysis of signal profiles, 'pulse-power amplifier – electromagnet' system frequency response parameters and transient response parameters. Indicated parameters have been obtained for two cases: With and without the negative current feedback. Advantages of the indicated methodology compared to modeling using specialized software have been demonstrated.*

**Key words:** pulse-power amplifier, PWM-signal, modeling, MATLAB, differential equations, finite-differences, numerical solution, negative current feedback, transient and frequency response parameters.

### References

1. Maslen E. H. Magnetic bearings // University of Virginia, 2000. – 245 p.
2. Bogdanov D. N., Vereshchagin V. P. Electromagnetic bearing control system structure // Electromechanical Matters. FSUE VNIIEEM Studies. – 2010. – T. 114. – No. 4. – P. 9 – 14.
3. Vereshchagin V. P., Rogoza A. V. Modeling of electromagnet control processes within the magnetic bearing systems // Electromechanical Matters. VNIIEEM Studies. – 2013. – T. 136. – No. 5. – P. 3 – 8.

*Nikolai Nikolaevich Smirnov, engineer,  
tel. (495) 366-42-11, e-mail: smirnov\_nn@inbox.ru.  
Vladimir Petrovich Vereshchagin, Doctor of Technical Sciences (D. Sc.), Chief Researcher,  
tel. (495) 365-50-73.  
(JC 'VNIIEEM Corporation').*