УДК 629.78

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ СТАТИСТИКИ СОСТОЯНИЙ ИЗДЕЛИЙ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ ПРИ ИХ ФУНКЦИОНИРОВАНИИ

И. Н. Сафронов

Предложено физико-математическое моделирование изменения статистики состояний изделий РКТ при функционировании на основе принципа совместимости различных событий (процессов функционирования изделий и их составных частей) зависимых и независимых, образующих одну систему с использованием их технических характеристик, условий функционирования. Получены закономерности изменения энтропии состояний изделий при их функционировании. Показано, что энтропия таких состояний может как возрастать, так и убывать, достигая экстремального значения в поле отрицательных значений при функционировании и нулевого значения при изменении состояния системы и её составных частей в неработоспособное состояние, но обладающей энергией, отличной от нуля. Определены параметры дискретизации состояний. Изложен способ отбора непрерывных и дискретных статистик состояния по интегральным показателям и режимам функционирования. Приведены расчётные соотношения модельных статистик состояний и надёжности изделия. Теоретические результаты удовлетворительно описывают экспериментальные данные показателей надёжности изделий РКТ на этапах лётных и наземных испытаний. Метод позволяет оценивать, нормировать и прогнозировать вероятность работоспособного состояния и надёжность изделий.

***Ключевые слова**: моделирование, статистика, спектральное распределение, энтропия, состояние, надёжность, отказ, ресурс, изделие.*

Существующие логико-вероятностные методы оценки показателей надёжности изделий РКТ на базе структурных схем надёжности, цепей Маркова и других структур [1], предельных характеристиках их определяющих (λ-характеристиках) в силу ряда неопределённостей базовых структур и отсутствие практического контроля λ-характеристик не дают должного обоснования и подтверждения показателей надёжности на различных этапах жизненного цикла изделия. При этом выбор статистических распределений отказов для оценки надёжности также не имеет обоснования [2, 3].

В работах [4 – 6] излагается другой подход к совершенствованию методов оценки показателей надёжности, выбору статистических распределений вероятности отказов и определяющих параметров. В частности при разработке закономерности отказов предложено учитывать взаимосвязь вероятности отказов с параметрами требуемой функции изделия, динамическим диапазоном их изменения, определяемых при действии внутренних и внешних факторов [4, 5]. В работе [6] предложен метод отбора из произвольного ряда статистических распределений вероятности отказов комбинированной структуры распределения в виде произведения показательных и экспоненциальных зависимостей, обеспечивающей при выбранном распределении оценку показателей надёжности с наиболее правдоподобным уровнем и точностью.

Настоящая работа является продолжением исследований по обоснованию и выбору комбинированной статистики отказов изделий РКТ. При этом принимаются следующие основные определения и постулаты.

Под отказом изделия и его составных частей (СЧ) понимаем нарушение их работоспособного состояния, при котором значение хотя бы одного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствуют требованиям нормативной и/или конструкторской документации [7]. При этом предполагается также наличие различного уровня работоспособного состояния, в частности, с пониженным (недостаточным) уровнем характеристик составных частей, а также режим восстановления после временного отказа. В дополнение вводятся допущения.

1. Принимается минимальное (максимальное) значение параметров как начало отсчёта требуемых функций изделия и диапазона их изменения.

2. В качестве параметра дискретизации состояния принимаем отношение разности значений параметров требуемой функции изделия и его СЧ к их основному значению, которое может не совпадать с минимальным (максимальным) значением требуемой функции и процессов, её определяющих, а также скорость и ускорение его изменения. Такой выбор даёт возможность полагать равнозначность отказов составных частей, обусловленных разными физическими процессами, воздействующими факторами и характеризовать их соответствующими параметрами дискретизации [8].

3. Совместимость разных событий (процессов функционирования изделий и их составных частей), зависимых или независимых, образующих одну систему.

4. Изменение состояния изделия (группы изделий, составных частей) включает два случайных события: отказ – восстановление.

Изменение состояния (состава) группировки различных изделий или/и их составных частей определим из уравнения

$$\frac{dn}{dt} = -\nu n, \tag{1}$$

где n – количество изделий в группе; t – текущее время; ν – частота отказов. Частоту отказов определяем интегральной зависимостью от ресурса равенством

$$\nu = 1/[T_0 + \text{к}(t - t_{\text{н}})^{1/2}], \tag{2}$$

где обозначено T_0 – начальное значение ресурса изделия (группы) при $t = t_{\text{н}}$; к – коэффициент пропорциональности, имеющий размерность $t_{\text{и}}^{1/2}$($t_{\text{и}}$ – единица измерения), определяемый расчётно-экспериментальным методом. Функциональная зависимость ресурса вида

$$T_{\text{р}} = T_0 + \text{к}(t - t_{\text{н}})^{1/2} \tag{3}$$

предложена в работе [4]. Далее принимаем начальное значение текущего времени и единицу измерения $t_{\text{н}}$, $t_{\text{и}}$ = 1 год. Решением уравнения (1) является функция

$$n = n_{\text{о}} \cdot exp(-\int_1^t \nu dt), \tag{4}$$

где $n_{\text{о}}$ – начальное значение состава изделий, составных частей (основной уровень состояния). Учитывая, что отношение $(n_{\text{о}} - n)/n_{\text{о}}$ – функционал изменения состояния, определяет вероятность отказов q, найдём выражение спектрального распределения вероятности отказов

$$q = q_{\text{о}} \exp(-\int_1^t \nu dt), \tag{5}$$

где $q_{\text{о}}$ – значение вероятности отказов, определяемое начальным состоянием изделия, отличное от нуля ($q_{\text{о}} \neq 0$) [4]. Интеграл I на заданном интервале времени равен

$$I = \int_1^t \nu dt = 2/\text{к}\left\{x^{1/2} - \text{к} \cdot \ln\left[1 + x^{1/2}(\text{к}/T_{\text{о}})\right]\right\}, \tag{6}$$

где $x = (t - 1)$. После подстановки значения интеграла (6) спектральное распределение (5) приводится к виду

$$q = q_{\text{о}}\left[1 + (\text{к} / T_{\text{о}})x^{1/2}\right]^{2T_{\text{о}} / \text{к}2}\left[\exp(-2/\text{к} \cdot x^{1/2})\right], \tag{7}$$

где в показателе степени двучлена обозначено к2 = к^2.

Полагаем, что вероятность отказов попарно совместимых событий (изделий, их составных частей) определяется суммой (интегралом) спектрального распределения отказов составных частей, аналогично случаю несовместимых независимых составных частей [9]. Тогда суммарная вероятность отказов Q (или интеграл выражения (7)) на заданном интервале времени равна

$$Q = q_{\text{о}} \sum_1^n qi, \tag{8}$$

где n – число шагов суммирования. Вероятность безотказной работы (ВБР) изделия и его СЧ равна

$$P = 1 - Q. \tag{9}$$

Таким образом, выражения (3, 7 – 9) описывают изменение состояния группировки и КА во времени (вероятность – статистику отказов) с учётом начального состояния КА (ВБР), ресурса изделия и его параметров дискретизации (к, $T_{\text{о}}$).

Это даёт возможность решать обратную задачу: определение (уточнение, прогнозирование) параметров изделия, обеспечивающих заданную (требуемую) ВБР на определённом интервале времени, а также уточнение модельного распределения вероятности отказов. Решение этой задачи позволяет найти наиболее эффективные (обобщённые) параметры – функционалы управления процессом обеспечения надёжности.

Для этого определим особенности распределения (7), взяв первую и вторую производные по времени (при к = 1).

Первая производная равна

$$f_1(x) = \frac{dq}{dx} = -q_{\text{о}}\left(1 + x^{1/2}/T_{\text{о}}\right)^{(2T_{\text{о}}-1)} x^{1/2}/T_{\text{о}} \exp\left(-2x^{1/2}\right). \tag{10}$$

Производную распределения (10) выразим через исходное распределение (7) очевидным соотношением

$$f_1(x) = q(x^{1/2}/T_{\text{о}})/(1 + x^{1/2}/T_{\text{о}}). \tag{11}$$

Вторая производная распределения (7), определяющая, по существу, ускорение изменения распределения вероятности отказов, равна выражению

$$f_2(x) = d^2q/d^2x = q[2x/T_о - 1]/[x^{1/2}(1 + x^{1/2}/T_о)]. \quad (12)$$

Эта производная равна нулю при условии $2x/T_о = 1$, т. е. при $x = T/2$, и может принимать положительные и отрицательные значения.

Из выражения (11) составим параметрическое соотношение вида

$$f_1(x)/q \approx (\Delta q(x)/\Delta x_i)/q_о = \alpha = (x^{1/2}/T_о)/(1 + x^{1/2}/T_о), \quad (13)$$

где отношение скорости изменения вероятности отказов к её основному уровню означает, по определению и, как отмечено в работе [8], отношение изменения требуемой функции изделия и его составных частей на заданном интервале времени ($\Delta x_i = 1$) к его основному (начальному) значению, т. е. качество изделия – параметр α. При этом показатель качества изделия равен сумме показателей составных частей $\alpha_{изд} = \Sigma\alpha_i$.

Параметрическое соотношение (13) позволяет оценить характеристики различных режимов возможной реализации.

Режим с постоянной скоростью может быть реализован при линейно-непрерывном или ступенчатом (кусочно-непрерывном) изменении характеристик изделия, состава ОГ, например, при воздействии ионизирующих излучений малой интенсивности или их дозы на аппаратуру КА или восполнении ОГ. Из соотношения (13) найдём формулу для оценки прироста ресурса изделия при фиксированном α в виде

$$T_{оv} = [(1 - \alpha)/\alpha]x^{1/2} = k_\alpha x^{1/2}, \quad (14)$$

при $\Delta x_i = 1$, где $k_\alpha = [(1 - \alpha)/\alpha]$ – коэффициент пропорциональности (3) распределения (7).

Величина α лежит в диапазоне $1 > \alpha > 0$. Состояние с предельными значениями $\alpha \to 0$ и $k \to \infty$ практически невозможно. Минимальное значение, согласно техническому заданию (ТЗ), определяет работоспособное состояние изделия в заданных условиях. Предельные величины $\alpha \to 1$, $k \to 0$ эквивалентны полному нарушению работоспособного состояния.

При значениях α: 1/4, 1/3, 1/2; коэффициент k_α равен 3, 2, 1 соответственно. Тогда, на конечном этапе испытаний, например, при $x = 16$ лет прирост ресурса (14) может достигать значений: 12, 8, 4 лет. При $\alpha > 1/2$, 2/3, 3/4 коэффициент k равен: 1/2, 1/3, при котором прирост ресурса падает и составит 2, 1, 3 года соответственно.

Таким образом, коэффициент α в режиме постоянной скорости изменения состояния изделия от основного уровня лежит в диапазоне $1/2 \geq \alpha > 0$ и определяет его качество, существенно влияющее на распределение вероятности отказов, показатели надёжности (7, 8), ресурс изделия (3, 14).

При переменном (непрерывном) изменении α и фиксированном $T_о$ значение к (14) равно $к = к_\alpha = T_о/x^{1/2}$ в соответствии с (13), при котором спектральное распределение вероятности отказов группы изделий (7) приводится к виду

$$q / q_о = 2^{(2x/T_о)}\exp(-2x / T_о). \quad (15)$$

Интегральное распределение вероятности отказов определяется по выражению аналогичному (8). При этом ресурс (3) равен $T_р = 2T_{о.}$

Составим аналогичное параметрическое соотношение для режима с ускорением. Выражение (12) запишем в виде тождества

$$(d^2q/d^2x)/q \approx [\Delta(\Delta q/\Delta x_i)/(\Delta x_y)]/q = \\ = (2x/T_о - 1)/[x^{1/2}(1 + x^{1/2}/T_о)] = \beta, \quad (16)$$

где $\beta \approx \Delta(\Delta q/\Delta x_i)/(\Delta x_y q)$ – показатель изменения состояния изделия – отношение «ускорения» изменения вероятности отказов к её основному уровню, определяемый изменением скорости вероятности отказов на определённом интервале времени (Δx_y). Из параметрического тождества (16) найдём приращение ресурса в виде зависимости от текущего времени в режиме постоянного ускорения

$$T_{оу} = (2 - \beta)x/(1 + \beta x^{1/2}). \quad (17)$$

При $\beta \to 2$ или $x \to 0$ приращение $T_{оу} \to 0$. При $|\beta| < 2$ приращение $T_{оу}$ растёт с увеличением x. При $\beta x^{1/2} >> 1$ выражение (17) упрощается

$$T_{оу} = [(2 - \beta)/\beta]x^{1/2}, \quad (18)$$

а функциональная зависимость от времени совпадает с выражением (14). Для предельных значений $x = T_{оу}$ из (17) найдём критичное значение

$$T_{оу}^* = [(\beta - 1)/\beta(2 - \beta)]^2. \quad (19)$$

При $|\beta| >> 2$ критичное значение $T_{оу}$ падает с ростом β по квадратичной гиперболической зависимости $T_{оу}^* = 1/\beta^2$, а при $\beta = 1$ $T_{оу}^* = 0$.

Реализация режимов с заметным изменением β может быть связана с существенным изменением состояния изделия на заданном интервале времени характерном для переходных (нестационарных) процессов, время протекания которых много меньше ресурса изделия или интервала линейного кусочно-непрерывного изменения параметра α, а также колебательных процессов, например, при изменении скорости восполнения группировки.

Поэтому рассмотрение особенностей распределения вероятности отказов в ускорительном режиме представляет интерес.

С учётом приращения (17) выражение (3) запишем в виде

$$T_р = T_о + (2 - β)x/(1 + βx^{1/2}), \tag{20}$$

которое используем для получения видоизменённых функций (5), и (6) (I_y).

Интеграл I_y вычисляется с использованием справочных таблиц неопределённых интегралов [10] с функциями в виде дроби с многочленами, знаменатель которой содержит трёхчлен $У = ay^2 + by + c$, где обозначено $y = x^{1/2}$, $a = 1$, $b = c = T_{оβ}$, $T_{оβ} = T_о/(2 - β)$, Дискриминант трёх члена равен $Δ = 4ac - b^2 = 4T_{оβ}(1 - T_{оβ}/4)$.

Дискриминант отрицателен ($Δ < 0$) при $β < 2$ и $T_{оβ}/4 > 1$. Эти неравенства приводят к соотношению $2 > β > 2 - T_о/4$, при $0 < T_о < 8$, а для $T_о = 4$, $β = 1$.

При $β > 2$ дискриминант $Δ < 0$ при всех $T_о ≥ 0$.

При отрицательных β ($|β| > 0$) дискриминант $Δ < 0$ при условии $T_{оβ}/4 < 1$ и соотношения $|β| < 2 + T_о/4$ для всех $T_о > 0$.

Дискриминант положителен $Δ > 0$ при $β < 2$ и $T_{оβ}/4 < 1$, что приводит к неравенству $β < 2 - T_о/4$ и отрицательном β ($|β| > 0$), при $T_{оβ}/4 < 1$, приводящем к соотношению $|β| > T_о/4 - 2$. Широкий спектр значений одного из параметров управления (β) свидетельствует о существенном влиянии режимов функционирования на распределение вероятности отказов, которое также отмечено в работе [5]. Поэтому рассмотрим решения (модельные распределения вероятности отказов) при различных дискриминантах.

Решение при отрицательном дискриминанте Δ < 0. Неопределённый интеграл (I_y) (6) с использованием выражений (2, 20) и разложении логарифмической функции в ряд равен

$$I_{1y} = α_β\,[y - 1/2·(T_{оβ} - 1)\ln У - (T_{оβ} - 3)/2·(2y/T_{оβ}^2 - 3/2)], \tag{21}$$

где $α_β = 2/(2 - β)$, $У = y^2 + T_{оβ}(y + 1)$, $T_{оβ} = T_о/(2 - β)$, $y = x^{1/2}$.

Подстановка интеграла (21) в решение (5) и нормирование его граничным условием

$$Cq_1|_{y=0} = q_{10}, \tag{22}$$

где q_{10} – начальное значение вероятности отказов; C – константа; $q_1|_{y=0}$ – значение найденного решения при $y = 0$ позволяет определить константу

$$\begin{gathered} C = a_1/q_1|_{y=0} = a_1/\left[T_{оβ}{}^{αβ(T_{оβ}-1)/2}\right]\times \\ \times\exp\left[-α_β\left(T_{оβ}-3\right)3/4\right] = q_{о1} \end{gathered} \tag{23}$$

При $β = 1$, $α_β = 2$. $T_{оβ} = T_о ≈ 4$ года, $q_{о1} = a_1/2^6\exp - 3/2 = 0{,}07a_1$, где a_1 – нормировочный множитель.

Тогда спектральное распределение вероятности отказов в ускорительном режиме с интегралами (21) имеет вид

$$q_{1y} = q_{о1}У^{αβ(T_{оβ}-1)/2}\exp(-γ_1 y), \tag{24}$$

где $У = y^2 + T_{оβ}(y + 1)$, $γ_1 = α_β[1 - (T_{оβ} - 3)/T_{оβ}^2]$. Интегральное распределение для этого режима определяется аналогично (8).

Решение при положительном дискриминанте Δ > 0 с параметрами $T_{оβ} / 4 < 1$ и $β < 2$ или $(-β) ≥ 0$ и отрицательном β ($|β| > 0$) при $T_{оβ} / 4 < 1$ находится аналогично (2). Неопределённый интеграл (6) равен

$$I_{2y} = α_β[y - (T_{оβ} - 1)/2·\ln У + [T_{оβ}^{1/2}/2(T_{оβ} - 3)]\operatorname{arctg}Z(y)],$$

где $Z(y) = (2y + T_{оβ})/(2T_{оβ}^{1/2})$; $У = y^2 + T_{оβ}(y + 1)$, $y = x^{1/2}$.

Разложим обратную тригонометрическую функцию в ряд при $|Z(y)| > 1$ и учтём её периодичность [10] $\operatorname{arctg}Z(y) = ±π/2 - 1/Z \dots ±nπ$, $n = 0, 1, 2\dots$ – ряд чисел. Наличие целочисленных значений в решении в ускорительном режиме может свидетельствовать о возможности спонтанного или скачкообразного изменения состояния системы, определяемого множителем в экспоненте по выражению

$$æ = ±nπγα_β, \tag{25}$$

где $γ = T_{оβ}^{1/2}(T_{оβ} - 3) / 2$; $α_β = 2/(2 - β)$; $T_{оβ} = T_о/(2 - β)$.

Константу C в решении (5) ускорительного режима q_2 определим из условия $Cq_2|_{y=0} = a_2$ аналогичного (22), без учёта возможного спонтанного изменения вероятности отказов. Из этого условия определяем константу

$$C = a_2 / q_2 |_{y=0} = a_2 / [(T_{o\beta})^{\alpha\beta(T_{o\beta}-1)/2}] \times$$
$$\times \exp(-\pi\alpha_\beta\gamma / 2 + 2\alpha_\beta\gamma / T_{o\beta}{}^{1/2} = q_{02},$$

где a_2 – нормировочный множитель, определяемый по результатам испытаний.

Решением является функция

$$q_{2y} = q_{02} У^{\alpha\beta(T_{o\beta}-1)/2} \exp - \alpha_\beta (y - \gamma / Z), \quad (26)$$

где $\gamma = T_{o\beta}{}^{1/2}(T_{o\beta} - 3)/2$, $У = y^2 + T_{o\beta}(y + 1)$, $Z(y) = (2y + T_{o\beta}) / (2T_{o\beta}{}^{1/2})$. Для примера, константу q_{02} оценим при значениях $\beta = 1$, $T_o = 4$ года, при которых коэффициенты (параметры) равны $\alpha_\beta = 2$, $T_{o\beta} = T_o = 4$, $\gamma = 1$, $Z = 1$, $У = 4$, $к_c = 0$, а $q_{02} = 0{,}05a_2$.

Особенностью распределения (26) является то, что степенная составляющая функции распределения обладает особыми точками (корнями), при которых она равна нулю, т. е. распределение практически принимает максимальное значение при определённых значениях аргумента x. При этом важно отметить двузначный характер изменения экспоненциальной составляющей распределения (26) – от падающих до растущих значений экспоненты. Условием смены направления изменения экспоненты является изменение знака модуля функции $/\alpha_\beta (y - \gamma/Z)/$. При $/\alpha_\beta (y - \gamma/Z)/ << / n\pi\gamma\alpha_\beta/$ дискретный характер распределения определяется значением æ (25) с целочисленным значением $n = 0, 1, 2, 3 \ldots$. В этом случае распределение (26) имеет вид

$$q_{3y} = q_{02} У^{\alpha\beta(T_{o\beta}-1)/2} \exp - / n\pi\gamma\alpha_\beta /. \quad (27)$$

Возможный диапазон изменения β в соответствии с выражением (17) на заданном интервале времени определяется относительной скоростью изменения вероятности отказов, поэтому диапазон изменения β оценим из двух соотношений: $\beta \sim \Delta\beta \sim \Delta\alpha \sim \alpha$ и $\Delta\beta \sim \Delta к = \frac{dк}{d\alpha}\Delta\alpha = -\frac{1}{\alpha}$, которые приводят к условиям $(-1/\alpha) \le \beta \le \alpha$ или $(-1/\alpha) > \beta > \alpha$, связанных с величиной α. Таким образом, все необходимые параметры в распределении вероятности (статистике) отказов могут быть определены (уточнены) по результатам испытаний.

Представляет интерес оценка вероятности отказов при сочетании рассмотренных режимов. Приближённое (обобщённое) выражение для оценки ресурса запишем в виде

$$T_р = T_o + к_{\alpha\beta} \cdot x^{1/2}, \quad (28)$$

аналогичном по функциональной зависимости выражению (3, 14), где $к_{\alpha\beta} = к_\alpha + к_\beta$, $к_\alpha = (1 - \alpha)/\alpha$, $к_\beta = (|2 - \beta|)f$, $f = x^{1/2}/(1 + \beta x^{1/2}) \le 1$ при $x \ge 1$ и $n = 0$, учитывающие основные особенности распределений в рассматриваемых режимах и соотношения (14, 20).

Тогда спектральное распределение вероятности отказов для изделий при комбинированном воздействии факторов приводится к обобщённому выражению с заменой $к \to к_{\alpha\beta}$ в выражениях (7, 8)

$$q = q_o \left[1 + \left(к_{\alpha\beta} / T_o\right) x^{1/2}\right]^{2T_o / к_{\alpha\beta 2}} \times$$
$$\times \left[\exp\left(-2 / к_{\alpha\beta} \cdot x^{1/2}\right)\right]. \quad (29)$$

Таким образом, начальное состояние изделия, динамическое изменение его характеристик в условиях функционирования, определяют статистику работоспособного состояния – спектральное распределение вероятности отказов и ВБР. При этом величина изменения параметров изделия ($к_{\alpha\beta}$) обеспечивает возможность перехода системы из одного состояния в другое и определяет направление процесса во времени, что дополняет полноту взаимно-однозначной связи статистики отказов с параметрами системы ($к_{\alpha\beta}, T_o$). Изменение знака $к_{\alpha\beta}$ приводит к существенному изменению функциональной зависимости (29) и изменению знака комплекса $(к_{\alpha\beta}/T_o)x^{1/2}$. Решение с противоположным знаком комплекса является сопряжённым первому (29) и обозначается q^*. Наличие сопряжённого распределения вносит неопределённость в выборе обоснованного решения и требует дополнительных условий их применений, рассматриваемых ниже.

Полученные распределения инвариантны по отношению смещения текущего времени, выбору его единицы измерения и начала процесса. Это даёт возможность прогнозирования показателей надёжности по результатам испытаний на одном интервале времени (этапе) на функционирование изделий на другом при сохранении возможных условий испытаний.

Рассматриваемые распределения относятся к режимам с непрерывным изменением аргумента x при постоянных параметрах на всём интервале времени. Вариации параметров на заданном интервале времени могут приводить к дискретному характеру процессов отказ – восстановление и распределениям аналогичных статистике (27). Поэтому представляется важным определение условий формирования дискретных статистик. Полученные выше распределения являются непрерывными аналоговыми функциями. Известен метод дискретизации аналогового сигнала. Теорема Котельникова является основой цифрового (дискретного) оценивания и моделирования непрерывных процессов. Согласно теореме Котельникова – Найквиста, аналоговая непрерывная функция, переданная в виде последовательности её дискретных по времени значений, может быть точно восстановлена, если частота дискретизации в два и более раз выше, чем частота самой высокой гармоники спектра исходной гармоники [11, 10]. Математически аналоговая функция $u_а(t)$ определяется по соотношению

$$u_а(t)=\sum_{к=-\infty}^{\infty}u(к)\left\{\sin\left[\frac{\pi(t-kT)}{T}\right]\right\}/\left[\frac{\pi(t-kT)}{T}\right], \quad (30)$$

где $u(к)$ – дискретное значение функции; T – интервал дискретизации.

Аналитическое представление дискретной функции как сумма δ-импульсов имеет вид

$$u(кt)=\sum_{к=-\infty}^{\infty}u(t)\delta(t-kT), \quad (31)$$

где $\delta(t-kT)$ функция $=\{\infty,\ t=kT:\ 0,\ t\neq kT\}$ [10]. При замене δ-функции базисной (ортогональной) функцией Котельникова ($\mathrm{sinc}=\sin\pi t/\pi t$) аналоговая функция (30) является обобщённым прямым рядом Фурье, а дискретная (31) является обратным рядом Фурье. При этом функция Котельникова образует полную ортонормированную систему в пространстве функций $u\,(t)$ с ограниченным спектром определённой ширины B и обладает «выборочным свойством», так что дискретная функция определяется интегралом

$$u(t_к)=2B\int_{-\infty}^{\infty}u(t)\sin c2B(t-tк)dt,\ (k=0,\pm1,\pm2\ \ldots) \quad (32)$$

в точках $t_к$ непрерывной функции $u(t)$, разделённых промежутками 1/2 B [10].

Таким образом, с применением основных положений современной цифровой технологии (аналого-цифровое преобразование) получены в общем виде интегральные выражения дискретных распределений вероятности отказов (31, 32) (при замене функции $u=q$) по найденным выше непрерывным распределениям. Сложные аналитические выражения непрерывных распределений не позволяют найти простые аналитические выражения из интегральных соотношений и анализ этих решений осуществляется с использованием численных методов. С учётом многовариантности непрерывных решений и зависимости их от типа изделий, условий функционирования затрудняется анализ численных решений и ограничиваются возможности их использования. Поэтому ниже решается задача по упрощению численных решений и определению дискретных распределений с использованием иного подхода.

Для этого обратимся к аксиомам теории вероятностей [9], используя их применительно к предложенной модели совместимых различных событий (процессов функционирования изделий и их СЧ), зависимых и независимых, образующих одну систему. Эти события, сопровождаемые изменением параметров β, α, $к_{\alpha\beta}$ (29), приводят к формированию наряду с распределениями (7, 18, 29) и сопряжённых им q^*.

Тогда их сумма обозначает событие, заключающееся в наступлении хотя бы одного из событий $A(q)$ и $A^*(q^*)$, а произведение обозначает событие, заключающееся в наступлении всех событий. Произведение сопряжённых распределений типа (7, 29) равно

$$q_1\cdot q_1{*}=q_m^{\ 2}=q_о^{\ 2}\left[1-\left(к_{\alpha\beta}/T_о\cdot x^{1/2}\right)^2\right]^{2T_о/к_{\alpha\beta}^2}= \\ =q_о^{\ 2}[1-/m]^{2m}, \quad (33)$$

где обозначено $m=T_о/к_{\alpha\beta}^{\ 2}$ – показатель (параметр) «жизнедеятельности» изделия, составных частей, $\overline{x}=x/T_о$ – частотно-временной параметр дискретизации статистики состояний.

Для распределения (15) произведение сопряжённых функций равно

$$q_2\cdot q_2^{\ *}=q_{2m}^{\ 2}=q_о^{\ 2}. \quad (34)$$

Равенство нулю двучлена выражения (33) при $q_о\neq0$ даёт возможность оценить при нахождении корней уравнения дискретные значения параметров. Корни функции (33) определяют основное и «вырожденные» состояния изделия (составных частей), обусловленные дискретным изменением параметров, в том числе их отношением $y=\overline{x}/m$. Поскольку $к_{\alpha\beta}$ может принимать положительные и отрицательные значения, существенно влияющие на распределение (33), а $к_{\alpha\beta}^{\ 2}$ принимает только положительные значения, то для учёта двузначного влияния параметров на распределение будем учитывать решения с положительным и отрицательным функционалом, зависящим от m при умножении $к_{\alpha\beta}$ на мнимую единицу. Основной корень степенной функции (33) равен единице $\overline{x}/m=1$). Другие, кратные основному (собственному) значению, находятся, согласно степени двучлена и диапазону изменения y или значению $\bar{x}$, при фиксированном множителе. Выражение (34) определяет «вырожденные» состояния при непрерывном изменении параметров согласно распределению (15).

Прологарифмируем распределение (33) и введём классическую функцию – энтропию состояния изделия [12] (энтропию надёжности), определяемую вероятностью отказов в виде

$$s_m = \ln (q_m^2). \quad (35)$$

Для распределения (33) изменение энтропии равно

$$\Delta s_m = \ln(q_m^{2*})/q_o^2) = \ln(q_m^{2*})) - \ln(q_o^2) = m\ln(1-\bar{x}/m)^2. \quad (36)$$

Представим полное приращение энтропии через частные производные по каждому из параметров в виде $\Delta s_m = \frac{\partial sm}{\partial m}\Delta m + \frac{\partial sm}{\partial \bar{x}}\Delta \bar{x}$. Ограничив рассмотрение, например, от одного из параметров условием $\Delta m \to 1$, $\Delta\bar{x} \to 0$, при котором $\frac{\partial sm}{\partial m} \to \frac{dsm}{dm}$ соотношение (36) приводится к дифференциальному уравнению первого порядка вида

$$\frac{dsm}{dm} = m\ln(1-\bar{x}/m)^2. \quad (37)$$

Из выражения (37) видно, что изменение энтропии надёжности определяется параметрами дискретизации m, $\bar{x}$, а логарифмическая функция обладает критичной особенностью $y^* = \bar{x}/m = 1$, так что при $y \to 1 \ln(1 - \bar{x}/m)^2 \to -\infty$, а производная $\frac{dsm}{dm} \to 0$ при $\bar{x} \to 0$, $m \neq 0$ или при многочлене $(1 - \bar{x}/m)^{2m} = 1$, определяющем экстремальное значение энтропии при определённых параметрах дискретизации. При этом временной параметр $\bar{x}$ однонаправленный $\Delta\bar{x} \geq 0$, тогда как параметр m – двунаправленный (прямое – увеличение – $\Delta m > 0$ и обратное – уменьшение параметра – $\Delta m < 0$). Такое поведение m может приводить к существенным изменениям состояния изделия.

Так, например, отмеченный характер изменения параметров изделия, определяющих m, приводит к смене режимов работы плазменного ускорителя с анодным слоем от ускорительного с оптимальными характеристиками в аномальный с пониженными показателями. При этом смена режимов сопровождается возбуждением колебаний электрического заряда и потенциала квазинейтрального ионного потока при увеличении его плотности выше критичного значения [13]. Релаксационный механизм изменения параметров при внешнем воздействии коротковолновыми импульсами электромагнитного излучения малой мощности («помехового» уровня) приводит к изменению параметров (коэффициента усиления малошумящего усилителя) и ускоренному «старению» наиболее чувствительных элементов радиоэлектронных средств [14].

Интегрирование уравнения (34) по параметру m с использованием известного способа интегрирования по частям [10] даёт выражение энтропии

$$\int 2m\ln(1-\bar{x}/m)dm = (m^2 - \bar{x}^2)\ln(m-\bar{x}) - \bar{x}m + C_1.$$

Аналогичное интегрирование по $\bar{x}$ приводит к выражению

$$\int 2m\ln(1-\bar{x}/m)d\bar{x} = -[m(m^2 - \bar{x}^2)\ln(m-\bar{x}) + \\ + \bar{x}m(m + \bar{x}/2)] + C_2.$$

Сумму констант интегралов ($C_1 + C_2$) определяем из начальных условий так, что при $\bar{x} = 0$ энтропия равна $s_{mo} = \ln (q_{1o}^2) < 0$, и

$$C_1 + C_2 = C_o = \ln(q_o^2) - m^2(1-m)\ln m = \ln[(q_o^2)m^{(m-1)m2}]. \quad (38)$$

Общее выражение энтропии определяется формулой

$$s_m = C_o - m^2(m-1)(1-y^2)\ln m(1-y) - \\ - m^2 y(m+1+my/2). \quad (39)$$

Формула (39) обладает особенностями при $y^* = 1$ и $m^* = 1$. Особенность функции $(m^2 - \bar{x}^2)\ln(m - \bar{x})$ в точке $y^* = 1$ является неопределённостью вида $0^*\infty$. Согласно правилу Лопиталя [10], предел функций равен нулю при $y \to 1$. При этом энтропия имеет экстремумы и точку перегиба её зависимости при $y^* = 1$, определяемые по производным уравнения (37). Точка перегиба зависимости характеризует качественную смену направления изменения энтропии.

При $m = 1$ формулы (38, 39) упрощаются до выражений

$$s_m = s_{mo} - \bar{x}(2 + \bar{x}/2) \text{ и } C_o = s_{mo} = \ln (q_o^2). \quad (40)$$

Из (40) найдём, что при $\bar{x} = 1$ изменение энтропии равно $\Delta s_m = s_m - s_{mo} = -5/2 < 0$. При этом вероятность отказов меньше принятого значения $q_o(q_1^2 = q_o^2e^{-5/2} = 0{,}082q_o^2)$.

Особенность энтропии при критичном значении $y_1^* = 1$ даёт возможность её раздельного рассмотрения в области $y \le 1$ и $y \ge 1$. Точка перегиба в координате $y_1^* = 1$ позволяет согласовать различные решения, полученные вне критичного значения, без дополнительных требований.

Из выражения (39) и уравнения (37) видно, что энтропия и её изменение могут как убывать, так и возрастать.

Определим энтропию в диапазоне параметров $0 \le \bar{x}/m = y \le 1$, $m > 0$. Ограничившись двумя членами разложения $\ln(1 - y) \approx -(y + y^2/2)$ при $-1 \le$ $\le y < 1$ выражение (39) приводится к кубическому многочлену

$$s_m = s_{mo} - m^2(m-1)y\{y^2 - [\ln m + 1/2 - - m/2(m-1)]y - 2m/(m-1)]\}, \quad (41)$$

где $s_{mo} = \ln(q_o^2) + m^2(m - 1)\ln m$. Для упрощения и определённой систематизации диапазонов параметров в (41) разложим квадратичный многочлен на множители. Действительными корнями этого многочлена являются: $y_{11} = p/2\cdot[1 - (1 - 4q/p^2)^{1/2}] \approx q/p$, $y_{12}= p/2\cdot[1 + (1 - 4q/p^2)^{1/2}] \approx p(1 - q/p^2) = p - q/p$ при $|4q/p^2| << 1$ и мнимые (i) корни $y_{21} = p/2 - iq^{1/2}$, $y_{22} = p/2 + iq^{1/2}$ для $|4q/p^2| >> 1$, и $y_{31} = y_{32} = p/2$ при положительных $4q/p^2 = 1$, где $q = 2m/(m - 1)$, $p = [\ln m + 1/2 - m/2(m - 1)]$. При этом корни y_{21}, y_{22} – мнимые при $m > 1$ и действительные при $m < 1$ ($y_{21} = p/2 + |q|^{1/2}$, $y_{22} = p/2 - |q|^{1/2}$). Составляющие этих корней (p, q) имеют одинаковые знаки и корни при $m \le 0{,}3$, $m \ge 2$, одинаковые корни и разные знаки при $m > 0{,}3$ и $2 < m > 0{,}3$.

Энтропия (41) для различных корней имеет вид

$$s_m = s_{mo} - m^2(m-1)y(y - y_1)(y - y_2). \quad (42)$$

Из равенства нулю производной энтропии (41) найдём координату экстремума энтропии вида $y^* = p/3 \pm (p^2/9 - q/3)^{1/2} \approx p/3[1 \pm i(3|q|/p^2)^{1/2}]$ при $3|q|/p^2 >> 1$. Наличие экстремального значения энтропии $s_{1m}^*(y^*)$ приводит к изменению её знака вне координаты экстремума. Так, в диапазонах $0 \le y \le y^*$ и $y^* \le y \le 1$ изменение энтропии (42) равно

$$(\Delta S_m)_1 = \frac{\partial Sm1}{\partial y}\Delta y = 3y^*y(y - y^*)[m^2(m-1)];$$
$$(\Delta S_m)_2 = \frac{\partial Sm2}{\partial y}\Delta y^* = -3(1-y^*)y(y - y^*)[m^2(m-1)], \quad (43)$$

где $(\Delta S_m)_1 > 0$ при $m > 1$ и $y > y^*$ и $(\Delta S_m)_1 < 0$ при $y < y^*$, $m > 1$ и $y > y^*$, $m < 1$, и с $(\Delta S_m)_2 < 0$ при $1 > y^*$, $y > y^*$, $m > 1$ и $(\Delta S_m)_2 > 0$ при $y < y^*$, $m > 1$ или $y > y^*$, $m < 1$.

Изменение энтропии (вероятности отказов) в этом диапазоне параметров указывает на её колебательный и апериодический характер, отмечавшийся в работе [5].

Спектральная вероятность отказов в соответствии с (42) и подстановке соответствующих значений определяется формулой

$$q_m = q_{mo}\exp - [(m-1)/2m]\bar{x}(\bar{x} - а_{1,2})(\bar{x} - в_{1,2}), \quad (44)$$

где q_m – начальное значение вероятности отказов, буквенные обозначения-центры смещения (ЦС) распределения: $а_1 = my_{11}$, $в_1 = my_{12}$; $а_2 = my_{21}$, $в_2 = my_{22}$; $а_3 = в_3 = my_{31} = my_{32}$. Центры смещения принимают знакопеременные, действительные и мнимые значения. Эта особенность позволяет определить диапазон параметров и выбрать структуру спектрального распределения вероятности отказов (44), например, по типу (3 варианта) предельного разделения корней разложения многочлена и других признаков ЦС, например, зависимых, независимых, разных, одинаковых. Рассмотрим каждый из 3-х вариантов структурных распределений.

Так, для граничного варианта (3) с одинаковыми, независимыми корнями $y_{31} = y_{32} = p/2$ и равными центрами смещения $а_3 = в_3 = mp/2$ распределение (44) преобразуется в формулу

$$q_m = q_{mo}\exp - [(m-1)/2m]\,\bar{x}\,(\bar{x} - а_3)^2$$

для всех $m > 1$, $m > \bar{x} > 0$. При $\bar{x} < а_3$ распределение имеет вид

$$q_{1m} = q_{1mo}\exp - [(m-1)mp^2/8]\,\bar{x}, \quad (46)$$

а при $\bar{x} > а_3$ оно равно

$$q_m = q_{mo}\exp - [(m-1)/2m]\,\bar{x}^3. \quad (47)$$

Спектральное распределение (46) функционально аналогично распределению Пуассона [9], а (47) – распределению Вейбулла.

Аналогично упростим формулу (44) для варианта 1 с разными (зависимыми) корнями y_{11}, y_{12}, центрами смещения и варианта 2 с корнями y_{21}, y_{22}. Для варианта 1 положительные значения $а_2$ лежат по оценкам в рассматриваемом диапазоне значений $0{,}1 < m < 0{,}4$, $6 > m > 2$, отрицательные – при $2 > m > 0{,}4$. Параметр $в_2$ имеет отрицательные значения в диапазоне $0,1 < m < 0,8$, $6 > m > 2$, знакопеременные – при $2 > m > 0,8$. При этом значения параметров $а_1$, $в_1$ в указанных диапазонах m сравнимы. Поэтому полагая $|а_1| \approx |в_2|$ и учитывая их разные знаки, распределение (44) преобразуется

$$q_m = q_{mo}\exp - [(m - 1)/2m](\bar{x}(\bar{x}^2 - а_1^2). \quad (48)$$

В предельном случае при $\bar{x} >> а_1$ распределение (48) функционально совпадает с распределением (47) при $m > 1$. При $\bar{x} << а_1$ реализуется распределение (46) в виде

$$q_m = q_{mo}\exp - [(1 - m)а_1^2/2m]\bar{x}. \quad (49)$$

Для равных, независимых корней $y_{1,2} = \pm(y_{11} - y_{12})$ и ЦС $а_1 = \pm m y_{12} = \pm mq/p$ распределение (44) переходит в формулу

$$q_m = q_{mo}\exp - [(m - 1)/2m]\bar{x}(\bar{x} \pm а_1)^2. \quad (50)$$

При $\bar{x} << а_1$ распределение (50) аналогично распределению (46), а при $\bar{x} >> а_1$ распределению 47).

Для варианта 2 параметры удовлетворяют условию $|q|^{1/2} \geq p/2$ при всех $6 \geq m \geq 0,2 \div 0,3$. Поэтому различные корни многочлена и центры смещения упрощаются и различаются только знаками в разных поддиапазонах m. Спектральное распределение (44) имеет вид

$$q_{1m} = q_{1mo}\exp - [(m - 1)/2m]\bar{x}(\bar{x}^2 - а_2^2), \quad (51)$$

где $а_2 = в_2 = m|q|^{1/2}$ при $m < 1$ и

$$q_m = q_{mo}\exp - [(m - 1)/2m]\bar{x}(\bar{x} + а_2)^2 \quad (52)$$

при $m > 1$ и одинаковых корнях.

Рассмотрим одинаковые (мнимые) корни с равными центрами смещения $а_2 = в_2 = \pm mi|q|^{1|2}$. Тогда распределение (44) переходит в формулу

$$q_m = q_{mo}\exp - [(m - 1)/2m]\bar{x}(\bar{x} \pm а_2)^2, \quad (53)$$

являющуюся функционально аналогичной распределению (51) для действительной части экспоненты

$$q_m = q_{mo}\exp - 1/q\,\bar{x}(\bar{x}^2 - m^2|q|)\exp - im\bar{x}^2/q^{1|2}. \quad (54)$$

Заменим экспоненту с мнимым аргументом тригонометрическими функциями [10] $\exp - im\bar{x}^2/q^{1|2} = [\cos z_1 - \sin z_1]$, где $z_1 = m\bar{x}^2/|q|^{1|2}$. Преобразуем разность функций. Введём обозначения $\beta = z = \pi/2 \pm \alpha$. Тогда $\sin\beta = +\cos\alpha$, $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos(\alpha + \beta)/2\cdot\cos \times \times (\alpha - \beta)/2 = 2\cos\pi/4\cdot\cos(\pi/4 - z_1) = 2^{1|2}\cos(\pi/4 - z_1)$. Спектральное распределение (54) приводится к формуле (55)

$$q_m = 2^{1/2}q_{mo}\exp - 1/q\,\bar{x}(\bar{x}^2 - m^2|q|)\cos(\pi/4 - z_1). \quad (55)$$

Тригонометрическая составляющая формулы позволяет определить значение аргумента, при котором вероятность может достигать максимального или минимального значения, т. е. распределение (55) в этих случаях даёт дискретные значения граничных вероятностей отказов. Так, для периодической функции максимальные значения q_m достигают при аргументе $(\pi/4 - z_1) \approx (0, 2\pi) \pm 2\pi n$, минимальные при $(\pi/4 - z_1) \approx (\pi/2, 3/2\pi) \pm 2\pi n$, где n – число периодов, в скобках указаны значения аргумента главного периода. Из этих соотношений определяем время

$$\bar{x}_{1n} = [\{\pi/4 + [(0, 2\pi) + 2\pi n]\}/m|q|^{1/2}]^{1/2} \text{ и } \bar{x}_{2n} \approx \approx [\{\pi/4 + [(\pi/2, 3/2\pi) + 2\pi n]\}/m|q|^{1/2}]^{1/2}. \quad (56)$$

Так, для регулярных отказов главного периода при $n = 0$ и $m = 6$, $q = 2m/(m - 1) \approx 2$ безразмерные координаты ($\bar{x} = (t - 1)/T_о$) равны $\bar{x}_{11} = [\pi/4m|q|^{1/2}]^{1/2} = 0,3$, $\bar{x}_{12} = [(\pi/4 + 2\pi)/m|q|^{1/2}]^{1/2} \approx 0,9$, при которых точечные временные координаты соответствуют $t_{10} = 2,2$ года, $t_{11} = 4,6$ года, временной период $T_{мах} = t_{11} - t_{10} = 2,4$ года, а периодические дискретные координаты равны

$$t_{1n} = t_{10} + n_pT, \quad (57)$$

где n_p – число периодов.

Координаты минимальной вероятности отказов оцениваются из соотношения (56) в виде

$$\bar{x}_{21} \approx [\{\pi/4 + (\pi/2\}/m|q|^{1/2}]^{1/2} = 0,53,\ \bar{x}_{22} \approx \approx [\{\pi/4 + 3/2\pi)\}/m|q|^{1/2}]^{1/2} \approx 0,8, \quad (58)$$

при которых, точечное время равно $t_{21} = 3,1$ года. Тогда координата предыдущего минимума равна $t_{20} = t_{21} - T = 3,1 - 2,4 = 0,7$ года, последующих $t_{2n} = t_{20} + n_pT$ при периоде $T = T_{мах}$. Из соотношения (58) можно также оценить временной период $T_{мин} = (\bar{x}_{22} - \bar{x}_{21})T_о \approx 1$ год при $T_о = 3,75$ года. Для спонтанных или управляемых изменений состояния изделия возможным временным интервалом (периодом) отказов является $\Delta t_c \approx T/2 \approx 1,2$ года.

Особенности вероятностно-частотных (ВРТЧ) характеристик функционирования изделия позволяют определить (уточнить) прогнозируемый ресурс изделия T_p. Так, при наличии наблюдаемых дискретных отказов с периодом T и сравнимым уровнем максимальной вероятности, наработка (ресурс) изделия оценивается по выражению

$$T_p = n_p T_{\text{мах}} \pm T_{\text{мин}}/2. \qquad (59)$$

Так, при $n_p = 2 - 3$, $T_{\text{мах}} = 2{,}4$ года, $T_{\text{мин}} = 1$ год ресурс составит $T_p = (4{,}8 \div 7{,}2) \pm 0{,}5$ года.

По уровню минимальной вероятности отказов наработка оценивается аналогично $T_p = n_p T_{\text{мин}} \pm T_{\text{мин}}/2$. Оценка по выражению (59) сокращает время, необходимое для определения прогнозируемого ресурса по выражениям (3, 28).

Выражение (59) является следствием предложенного принципа совместимости различных событий, образующих одну систему. Согласно этому принципу, сумма событий «отказ – восстановление (работоспособное состояние)» равна единице ($q_m + p_m = q_m + 1 - q_m = 1$). При этом время функционирования при «постоянной» вероятности отказов $q_m << 1$ преобладает над короткоимпульсным временем отказа, что позволяет принять в качестве ресурса наработку («время жизни») в соответствии с выражением (59).

Полученные выше спектральные распределения вероятности отказов реализуются в определённых диапазонах параметра m, функционалах p, q и центрах смещения, которые существенно влияют на структуру распределения, а следовательно, на оценку вероятности отказов. В табл. 1 приведены расчётные значения функционалов q, p и центров смещения (а, в) в зависимости от параметра m и других признаков деления структуры спектрального распределения.

Из рассмотрения табл. 1 можно выделить ряд характерных (граничных) значений $m \approx 1/6$, 1/5, 1/4, 1/3, 1/2, 2/3, 1, 3/2, 2, 3, 4, 5, 6, вблизи которых происходит либо изменение знаков функционалов, либо их значительное увеличение (уменьшение), что и определяет структуру спектрального распределения вероятности отказов в определённых диапазонах m (44, 45, 50, 53, 54). При этом распределение (54) существенно отличается от других распределений тригонометрическим множителем в широком диапазоне параметров, определяющим по соотношениям (56) дискретные значения точечного времени с максимальной и минимальной вероятностями отказов. Особенностью предложенного ряда дискретизации параметра m является: критичное значение $m^* = 1$, наличие значений $m_1 < 1$ и $m_2 > 1$, при этом произведение равноотстоящих от m^* значений $m_1 m_2 \approx 1$. Эта особенность позволяет прогнозировать состояние изделия по его изменению в одном диапазоне на состояние в другом.

Рассмотрим решения при $y = \overline{x}/m \geq 1$, $m > 0$. Разложим логарифмическую функцию в ряд $\ln(1 - y) = 1/2\ln(1 - y)^2 \approx [(1 - y)^2 - 1]/[(1 - y)^2 + 1] = y(y - 2)/[(1 - y)^2 + 1] = \chi(y)$, где $\chi(y)$ – слабо изменяющаяся функция. Так, она принимает значения –1, 0, 0,6, 0,8, 0,9 при изменении y от 1 до 5 с особенностью при $y = 2$. Приведём формулу (36) к алгебраическому виду

$$\begin{aligned} s_{2m} &= s_{2mo} - m^2(m - 1)[\chi(y)(1 - y^2) - y^2\ln m] - \\ &- m^2 y(m + 1 + my/2) = s_{2mo} - m^2\mu(y^2 - p_2 y + q_2)\} = \\ &= s_{2mo} - m^2\mu(y - y_3)(y - y_4)\}, \end{aligned} \qquad (60)$$

где $\mu = [(m - 1)\chi + \ln m - m/2]$, $p_2 = (m + 1)/\mu$, $q_2 = (1 - m)/\mu$ – функционалы разложения; s_{2mo} – начальное значение энтропии в этом диапазоне y. Корни (центры смещения распределения) двучлена формулы (60) определяются аналогично (38) $y_{32} = p_2/2\cdot[1 - (1 - 4q_2/p_2^2)^{1/2}$, $y_{42} = p_2/2[1 + (1 - 4q_2/p_2^2)^{1/2}]$ вместе с их разложениями.

Изменение энтропии (60) равно

$$(\Delta s_{2m}) = \frac{\partial S2m}{\partial y} | y1\cdot\Delta y = -m^2[p_2/(m + 1)]\{(2 - p_2)(y - 1)\}. \qquad (61)$$

При $p_2 > 2$ энтропия увеличивается $(\Delta s_{2m}) > 0$, а при $p_2 < 2$ уменьшается $(\Delta s_{2m}) < 0$ при $y > 1$.

Спектральное распределение вероятности отказов в соответствии с (60) определяется формулой

Таблица 1

Расчётные значения функционалов и центров смещения структуры распределения от параметра *m*

Функционалы / параметр	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	1,3	1,5	2	3	4	5	6
q	–0,5	–0,86	–1,3	–2	–3	–4,6	–8	8,6	6	4	3	2,6	2,5	2,4
p	–0,9	–0,27	0,24	0,31	0,74	1,33	2,28	–2,4	–0,6	0,19	0,85	1,17	1,5	1,7
$а_1$	0,12	0,54	–2,2	–3,2	–2.4	–2,4	–2,8	–7,9	–15	42	10,6	8,9	8,3	8,5
$в_1$	–0,2	–0,34	–2,2	–3,1	–2,1	–0,79	–0,97	+6,0	+14	–40	–8	–4,1	–0,8	+1,8
$\|а_2\| = \|в_2\|$	0,14	0,27	0,46	0,7	1,4	1,7	2,26	3,8	3,7	4,0	5,2	6,4	7,9	9,5
$а_3 = в_3$	–0,1	–0,04	0,05	0,08	0,22	0,46	0,9	–0,9	–0,4	+0,2	+1,3	+2,3	+3,7	+4,7

$$q_{2m} = q_{2mo}\exp - [(\bar{x} - a_3)(\bar{x} - в_3)]\mu/2, \quad (62)$$

где $а_{32} = my_{32}$, $в_{32} = my_{42}$. Распределение (62) функционально аналогично распределению Лапласа при $\bar{x} >> а_{32}, в_{32}$ [9] или распределению Пуассона при $в_3 >> \bar{x} >> а_3$ или $в_3 << \bar{x} << а_3$ и действительных значениях $а_3$, $в_3$. При мнимых значениях центров смещения распределение (62) имеет экспоненциальную и колебательную составляющую, аналогично распределению (54). Разложим множитель в экспоненте на действительную и мнимую (i) часть при $|4q_2/p_2^2| >> 1$, $а_{32} = в_{42} = \pm im|q_2|^{1/2}$. Тогда распределение (62) преобразуется и приводится к виду при $z_2 = 2\bar{x}\,m|q_2|^{1/2}$

$$q_{2m} = 2^{1/2}q_{2mo}\exp - \mu/2(\bar{x}^2 - m^2|q_2|)\cos(\pi/4 - z_2). \quad (63)$$

Значения аргумента тригонометрической функции (времени), определяющие максимальное и минимальное значение вероятности отказов, оцениваются из соотношений, аналогичных (56)

$$\bar{x}_{3n} = [\{\pi/4 + [(0, 2\pi) + 2\pi n]\}/2m|q|^{1/2}] \text{ и}$$
$$\bar{x}_{4n} \approx [\{\pi/4 + [(\pi/2, 3/2\pi) + 2\pi n]\}/2m|q|^{1/2}]. \quad (64)$$

Эти координаты при $n = 0$ и $m = 6$, $q = 2m/(m - 1) \approx 2$ равны $\bar{x}_{31} = [\pi/8m|q|^{1/2}] = 0{,}05$, и $\bar{x}_{32} = [(\pi/4 + 2\pi)/2m|q|^{1/2}] \approx 0{,}41$, при которых точечное время равно $t_{31} = 1{,}2$ года, $t_{32} = 2{,}6$ года, период регулярных колебаний $T_3 = 1{,}4$ года, что почти вдвое меньше предыдущего случая (56). Другие координаты равны $\bar{x}_{41} = 0{,}13$ ($t_{41} = 1{,}5$ года), $\bar{x}_{42} = 0{,}32$ ($t_{42} = 2{,}3$ года) с периодом $T_4 = 0{,}8$ года почти вдвое меньше, чем T_3. Отмеченная особенность обусловлена нелинейной зависимостью от координат (56) и линейной (64). Вероятностно-частотная структура колебаний позволяет сделать выбор спектрального распределения вероятности отказов. Так, регулярные колебания с большим периодом описывают распределения (55), а с малым периодом распределение (63) с учётом диапазона параметров, определяемых расчётным или расчётно-экспериментальным методом. В предположении равной амплитуды вероятности отказов в регулярных колебаниях интегральная вероятность отказов Q в течение времени t оценивается суммой в виде $Q = Nq(t_1)$, а ВБР разностью

$$P = 1 - Q, \quad (65)$$

где $N = t/T$ – общее число периодов (отказов) по уровню максимальной вероятности отказов.

Аналогичное соотношение для оценки интегральной вероятности отказов по минимальному уровню. Ресурс оценивается по соотношению (59) с максимальной или минимальной вероятностью отказов.

Важным вопросом при определении (нормировании) энтропии является знание её начального значения. Для решения этого вопроса воспользуемся уникальным свойством энтропии: дифференциальным характером её изменения согласно уравнению (37), при котором это изменение является полным дифференциалом в элементарном процессе на определённом интервале изменения параметров. В этом случае изменение энтропии (44) на границах интервала равно интегралу (площади), определяемой в плоскости значений энтропии и параметров, при этом интеграл не зависит от формы пути протекания процесса [15], в данном случае не зависит от типа отказов (параметрических, типа неисправности или иных [7]), а также отказов разных типов составных частей изделия. Это равенство выражается соотношением

$$s_{mo} - s_m = \int_0^1 sm\,dy = \int_0^{y^*} sm\,dy + \int_{y^*}^1 sm\,dy \approx s_m^*. \quad (66)$$

Изменение энтропии на границах интервала согласно выражению (39) равно

$$s_{mo} - s_m = m^2(m - 1)(1 - y_1)(1 - y_2).$$

Энтропия (39), при значении $y = y^*$, равна $s_m^* = s_{mo} - m^2(m - 1)y^*(y^* - y_1)(y^* - y_2)$.

При подстановке этих значений в уравнение (66) найдём начальное значение энтропии

$$s_{mo} = m^2(m - 1)[(1 - y_1)(1 - y_2) + y^*(y^* - y_1)(y^* - y_2)] = m^2(m - 1)c_m, \quad (67)$$

где $c_{1m} = [(1 - y_1)(1 - y_2) + y^*(y^* - y_1)(y^* - y_2)]$ – структурный множитель, который может изменять знак при варьировании параметра m. При $y_{1,2} = \pm i|q|^{1|2}$ и $y_{1,2}^* = \pm 1/3^{1/2}i|q|^{1/2}$ структурный множитель приводится к выражению

$$c_m = (1 + |q|) + 0{,}73^2/3^{3/2}i|q|^{3/2} = (1 + |q|) + 0{,}1i|q|^{3/2} = c_д + c_м \quad (68)$$

с действительной ($c_д$) и мнимой ($c_м$) частями, где $c_д = (1 + |q|)$, $c_м = 0{,}1i|q|^{3/2}$, $|q| = |2m/(m - 1)|$.

Из соотношения (66) с учётом зависимости (35) уточнённая начальная вероятность отказов определяется формулой

$$q_{mo} = [\exp - m^2(m - 1)c_{1д}/2]\cdot[\exp - i0{,}1m^2(m - 1)|q|^{3/2}/2] =$$

$$= 2^{-1/2}\exp - [m^2(m-1)c_{1л}/2]\cos(\pi/4 - z_3) = \\ =2^{-1/2}\exp - [m^3]\cos(\pi/4 - z_3), \quad (69)$$

где $c_{1д} = (c_д - \ln m) = |2m/(m-1)| + 1 - \ln m \approx |2m/(m-1)| + 1/m \approx |2m/(m-1)|$ (при $m > 1$ и $\ln m \approx (m-1)/m$)), $z_3 = 0{,}1m^2(m-1)|q|^{3/2}/2$. При этом аргумент тригонометрической функции принимает значения $(\pi/4 - z_{31}) = [(0) -2\pi(n+1)]$ для максимальной и $(\pi/4 - z_{32}) = [-(\pi/2, 3/2\pi) - 2\pi n]$ – для минимальной вероятности. Эти соотношения для каждого типа корней приводят, например, к уравнениям $0{,}1m^2(m-1)|q|^{3/2}/2 = \pi/4(9\pi/4)$ и $0{,}1m^2(m-1)|q|^{3/2}/2 = 3\pi/4(7\pi/4)$. При подстановке соответствующих значений уравнения имеют вид

$$m^3 = (5{,}6 \div 49{,}4)(1 - 1/m)^{1/2} \text{ и } m^3 = 16{,}8(1 - 1/m)^{1/2}. \quad (70)$$

Корнями первого уравнения являются дискретные значения $m_1 \approx 1{,}54$, $m_2 \approx 1$, $m_3 = 3{,}6$, при которых максимальная вероятность (69) достигает значений q_{mo} : 0,018, 0,3 ~ 0 соответственно. Возможная ширина спектра значений дискретных чисел $\Delta m \approx 0{,}5 \div 2{,}5$. Корнями второго уравнения являются $m_4 \approx 2{,}34$, $m_5 \approx 1$ с вероятностями $0{,}9 \cdot 10^{-6}$, 0,3 с шириной спектра $\Delta m \sim 1{,}3$.

С учётом случайных (спонтанных) отказов или изменения состояния изделия при длительном функционировании при $2\pi(n + 1) >> \pi/4$, $2\pi(n + 3/4) >> \pi/2$ уравнения (70) упрощаются

$$m^3 = 44{,}8(1 - 1/m)^{1/2}(n + 1) \text{ и} \\ m^3 = 44{,}8(1 - 1/m)^{1/2}(n + 3/4). \quad (71)$$

При $n = 1$ корнями этих уравнений являются $m_{11} \approx 4{,}2$ и $m_{12} \approx 4{,}03$ с пренебрежимо малой, но не равной нулю вероятностью отказов и ВБР ($p = 1 - q \approx 1$).

Таким образом, соотношение (66) определяет, по существу, эффект «самопрограммирования» (адаптацию) граничных состояний с интегральными, что и определило возможность нормирования энтропии (вероятности отказов) в ограниченном диапазоне параметров дискретизации.

Широкий спектр возможных параметров дискретизации позволяет рассмотреть некоторые особенности изменения энтропии (вероятности отказов) с учётом отмеченного эффекта. Согласно принципу совместимости различных событий (отказ – восстановление), образующих одну систему, произведение вероятностей этих событий определяет совершение всех событий и выражается обобщённой формулой

$$q_{mн} = p_{mo}q_{mo} = (1 - q_{mo})q_{mo}, \quad (72)$$

где $q_{mo} \approx \exp - [m^3]$ – максимальная вероятность отказов формулы (69); p_{mo} – ВБР системы является, по существу, «источником» отказов. Отношение

$$f = q_{mo}/p_{mo} = 1/(1 - \exp - [m^3]) \quad (73)$$

определяет долю отказов от вероятности функционирующих изделий для каждого параметра дискредитации m. Значениями функций при теоретически возможных предельных значениях m являются: при $m \to 0$, $q_{mo} \to 1$, $q_{mн} \to 0$, $f \to \infty$: $m \to \infty$, $q_{mo} \to 0$, $q_{mн} \to 0$, $f \to 1$, максимум функции $q_{mн}$ равен $q_{mн} = 1/4(p = 0{,}75)$ при $m = 0{,}89$.

Однако, следует отметить, что эти предельные значения не достижимы. Согласно определению показателя (параметра) «жизнедеятельности» $m = T_о \cdot [\alpha/(1 - \alpha)]^2$ (33), и $\alpha = \delta_m/f_о$ – параметра дискретизации требуемой функции изделия, составных частей и процессов их определяющих, принимают ограниченные значения по своему содержанию.

Задание определённого уровня $\delta_m/f_о$, q_m определяет требования к параметрам системы, изделия для каждого этапа его создания, функционирования. Величина $\delta_m/f_о$ является параметром дискретизации требуемой функции изделия при создании, функционировании, совершенствовании системы, составных частей, а ВБР $p = 1 - q_m$ определяет уровень как стационарного, так и динамичного состояния функционирования системы при ограниченных параметрах дискретизации. Значение $\delta_m/f_о$, m оцениваются предельно достижимыми параметрами совершенствуемой системы, ограниченными в том числе метрологическими средствами и точностью определения параметров системы, выбором модели оценки состояния надёжности, системными ошибками в её описании. Поэтому в пределе достичь равенства нулю энтропии (s_m) совершенствуемого изделия невозможно. В этом убеждают современные оценки относительной величины ошибок в определении всех универсальных физических постоянных.

Функция f аналогична известной δ-функции Дирака [10] и обладает особенностью

$$\int_a^b f dm = 1, \quad (74)$$

физическое содержание которой следует из определения функции f, где $a = m_{мин}$, $b = m_{мах}$. Равенство (74) позволяет оценить уровень нижнего и верхнего значения показателя m. Разложив экспоненту в ряд при малых $m^3 < 1$ и проинтегрировав функцию f, уравнение (74) приводится к виду

$$1/2(1/m_{\text{мин}}^2 - 1/m_{\text{мах}}^2) = 1, \quad (75)$$

из которого найдём $m_{\text{мин}} \approx 0{,}7 \div 0{,}9$ при $m_{\text{мах}} \geq 2$ с сопоставимыми значениями m, приведенных выше.

Оценки показали, что дискретные начальные состояния изделия, ограничены диапазоном значений параметра $0{,}7 \leq m < 4$. При этом начальная вероятность отказов лежит в диапазоне $q_{mo} \approx 0{,}018 \div 0{,}3$ при $m \approx 1 - 1{,}5$ и $p_m \to 1$ при $m > 1{,}5$.

Физическая природа эффекта «самопрограммированного» согласования (адаптации) граничных и интегральных состояний изделия согласно выражению (66) не ясна. Она может быть понята с принятием предложенного вероятностного принципа о совместимости различных событий, зависимых и независимых, образующих одну систему. Применение этого принципа позволяет предполагать «самопрограммирование» системы изделий РКТ с вероятностью отличной от нуля ($p = (1 - q_{1m}) > 0$). При этом эффективность реализуемости событий может быть оценена по обобщённой формуле (72) на различных этапах функционирования изделий, физическая интерпретация которой сводится к оценке дифференциального и интегрального положительного эффекта такой реализации создателя изделия, выраженного как через вероятностные, так и технико-экономические показатели.

Таким образом, моделирование частоты отказов изделий РКТ зависимостью от технических характеристик (параметров), определяющих состояние изделия и времени, и используя предложенный принцип совместимости различных процессов зависимых и независимых, образующих одну систему, показано, что энтропия дискретных состояний изделий РКТ при функционировании увеличивается или убывает, достигая экстремального (постоянного) значения в поле отрицательной энтропии, ограничена как снизу, так и сверху, не достигая нулевого значения при функционировании и совершенствовании изделий. Нулевое значение достигает при переходе в неработоспособное состояние, при котором кинетическая энергия (внутренняя или другой вид энергии) изделия не равна нулю. Получены зависимости энтропии состояния (вероятности отказов) изделия от его параметров, определяющие режимы функционирования. Предложены критерии выбора, метод нормирования спектральных распределений вероятности отказов на основе предполагаемого эффекта «самопрограммируемого» согласования граничных и интегральных состояний изделия.

Рассмотрим пример использования распределений для оценки показателей надёжности восполняемой орбитальной группировки КА по результатам испытаний [5, 16].

В модели непрерывного восполнения группировки её состав определяем по соотношению

$$n = v_{\text{г}} x, \quad (76)$$

где $v_{\text{г}} = v_{\text{го}} \pm \Delta v_{\text{го}}, v_{\text{го}}$ – средняя скорость восполнения; $\Delta v_{\text{го}}$ – локальное (точечное) отклонение от среднего значения; $x = t - t_{\text{н}}$ – текущее время; $t_{\text{н}}$ – начальное время и единица измерения ($t_{\text{н}}$ = 1 год). По исходным данным работ [5, 16] средняя скорость равна $v_{\text{г}} = 10 \pm (8 \div 4)$1/год, величина $\alpha_{\text{г}} = v_{\text{г}}/n_1$ группировки лежит в диапазоне $1/2 \leq \alpha_{\text{г}} \leq 2$ на интервале времени $x \leq 16$ лет, где $n_1 = 10$ – начальное число изделий. При этом величина $\beta = \Delta v_{\text{г}}/\Delta x_y n_{\text{о}} \sim \Delta v_{\text{г}}/v_{\text{г}}\Delta x_y \sim \Delta v_{\text{г}}/v_{\text{г}}$ в этой модели не превышает значения $\beta \leq 1$ на интервале $\Delta x_y \sim 1$. При реальном дискретном восполнении величина $|\beta|$ изменяется в диапазоне $0 \leq |\beta| \leq 3$.

Широкий диапазон параметров затрудняет интерпретацию расчётных значений показателей надёжности восполняемой группировки. Однако учитывая, что группировка на рассматриваемом интервале времени находилась на стадии, далёкой до насыщения, а вероятность отказов КА ОГ находится на уровне в несколько процентов [16]. Тогда количество отказавших много меньше количества выводимых и функционирующих на орбите. Поэтому показатели надёжности группировки определяют показатели надёжности изделий (КА), оценку которых приведём ниже с использованием полученных распределений.

В табл. 2 даны экспериментальные [16] и расчётные значения ресурса КА в соответствии с выражением (3) при коэффициенте пропорциональности $\text{к}_\alpha = (1 - \alpha)/\alpha = 1$, где параметр дискретизации требуемой функции $\alpha = 1/2$, по существу,

Таблица 2

Экспериментальные и расчётные значения ресурса КА ОГ и параметра дискретизации *m*

t, годы / ресурс	1 ÷ 2	5	10	11	12	13	14	15	16	17
$T_{\text{рэ}}$, г. эксп.	3,75	5,4	6,0	6,39	6,4	6,87	6,78	7,14	7,5	7,68
$T_{\text{рр}}$, г. расч.	3,75	5,75	6,75	6,9	7,07	7,2	7,35	7,5	7,62	7,75
m, расч. эксп.	3,75	5,59	6,7	5,28	4,14	4,63	4,39	4,57	4,08	4,09

является показателем качества изделия. В табл. 2 приведены также расчётно-экспериментальные значения параметра дискретизации состояний m, определяемые в соответствии с выражениями (3, 14, 30).

Видно, что расчётные значения ресурса удовлетворительно, с точностью на уровне не более 10%, согласуются с экспериментальными данными при принятом параметре $\alpha = 1/2$. Экспериментальные данные ресурса (табл. 2 и выражения (3, 14, 30) дают возможность оценить (уточнить) параметры изделия на этапе функционирования. Оценки показывают, что показатель качества изделия α лежит в диапазоне $0{,}57 \geq \alpha \geq 0{,}5$, а параметр дискретизации m ограничен в диапазоне $6{,}7 \geq m \geq 3{,}75$. Обращает на себя внимание поэтапное качественное (количественное) изменение параметра m. Так, на этапе 1 – 10 лет его изменение $\Delta m > 0$ и составило $\Delta m \approx 1/3$ 1/год, а на этапе 11 ÷ 17 лет $\Delta m < 0$ и составило $\Delta m \approx 0{,}2$ 1/год. Тогда, экстраполируя изменение m в прошлое 6 – 7 лет (~90 лет) величина m находилась на уровне $m \approx 2{,}1$ (при $\Delta m \approx 1/3$ 1/год), что соответствовало ресурсу на уровне $T_р \approx 2{,}1$ года при $\alpha \approx 1/2$. Прогнозируемый ресурс в соответствии с определением m поэтапно можно оценивать по соотношению

$$T_р = T_{оэ} + к_\alpha^2 \Delta m \Delta t = T_{оэ} + к_\alpha^2 \cdot m_э \approx 2T_{оэ}, \quad (77)$$

где $T_{оэ}$ – ресурс в начале этапа; Δt – длительность этапа; Δm – изменение параметра дискретизации; $к_\alpha = (1 - \alpha)/\alpha$ – множитель (3). Так, на интервале 6 лет при $T_{оэ} = 6{,}4$ года, $к_\alpha = 1$, $\Delta m = 0{,}2$ 1/год ресурс в конце интервала составит $T_р = 7{,}6$ года, что соответствует испытаниям (табл. 2).

Прогнозируемый ресурс на следующий период 10 лет при $\Delta m \approx 0{,}2$ 1/год, $к_\alpha = 1$, $T_{оэ} = 7{,}6$ года составит $T_р = 9{,}6$ года. Однако, учитывая что на предыдущем этапе отдельные образцы изделий имели ресурс ~12 лет, что обеспечено коэффициентом качества этих изделий на уровне $\alpha \approx 0{,}3$ при коэффициенте $к_\alpha = 2{,}3$ ($m \approx 0{,}9$). Тогда, полагая $к_\alpha = 2$, $\Delta m \approx 0{,}2$ 1/год, $T_{оэ} = 7{,}6$ года, прогнозируемый ресурс к концу указанного периода может достичь уровня $T_р = 15{,}6$ года.

Таблица 3

Экспериментальные и расчётные точечные значения времени отказов изделий

Время/ t_i, г. экспер.	2,5	4,5	6,5	7,5*	8,5*	9,5*
t_i, г. расчётн.	2,2	4,6	7	8,2	9,4	10,6

Эти оценки указывают, с одной стороны, на высокую чувствительность метода оценки ресурса по отношению к показателю качества изделия α, а с другой стороны, предъявляют высокие требования как к величине α, так и к её изменению $\Delta\alpha$.

Изложенный выше дискретный, колебательный характер отказов с различным уровнем вероятности даёт возможность проведения качественного (количественного) анализа особенностей вероятностно-частотной (ВРТЧ) характеристики процесса функционирования изделия и их использования при оценке вероятности отказов и контроле параметров изделия. В табл. 3 приведены экспериментальные данные лётных испытаний [5, 16] и расчётные точечные значения времени отказов изделий по уровню наибольшей вероятности, согласно соотношению (56).

Экспериментальные и расчётные (56) точечные значения времени отказов по уровню наименьшей вероятности отказов равны: 0,5 (0,7), 3,5 (3,1), 5,5 (5,5) лет. В скобках указаны расчётные значения. Расчётные значения точечных значений времени близки экспериментальным данным с точностью, в основном, на уровне ~10%.

Вероятностно-частотная характеристика позволяет оценить ресурс изделия по соотношению (59). В соответствии с табл. 3 количество регулярных отказов с равной вероятностью равно 3. Тогда, оценка ресурса по соотношению (59) даёт $T_р = 3 \cdot 2{,}4 = 7{,}2 \pm 1{,}2$ года на интервале лётных испытаний $t \approx 10$ лет, изложенных в работе [5], что находится на уровне значений, приведённых в табл. 2. По уровню минимальной вероятности отказов ресурс составит ~7,5 и 7,2 года, что близко значению, оцениваемому по максимальной вероятности отказов.

В табл. 3 указаны значения времени (с индексом*) с изменённым периодом отказов ($T = 1 \div 1{,}2$ года), обусловленный экспериментальным изменением скорости (ускорением) восполнения группировки КА (см. рис. 2, *б* [5]), что качественно согласуется с отмечавшимися выше теоретическими оценками влияния ускорения изменения состояния на вероятность отказов и ресурс.

Вероятность дискретных отказов оценим по формуле (45) с учётом уточнённой нормировки начальной вероятности отказов (70) в диапазоне указанных выше параметров ($m \geq 4$, $\bar{x} = 0{,}3 \div 2$) в виде

$$q_{1m} = p_{mo}\exp - [(m-1)/2m]\,\bar{x}\,(\bar{x} - a_3)^2 = \\ = \exp - [(m-1)/2m]\,\bar{x}\,(\bar{x} - a_3)^2, \quad (78)$$

при $\bar{x} > 0$, где $p_{m\text{o}} \to 1$ – начальная ВБР изделия при $m > 1{,}5$, центр смещения $a_3 = mp/2$, $p = [\ln m + 1/2 - m/2(m-1)]$ – функционал (см. определение к (43) и табл. 1). При этом следует принимать во внимание отмеченную выше экспериментальную особенность ВРТЧ характеристики равно вероятность отказов на определённом интервале времени, тогда как распределение (45) указывает на экспоненциальную зависимость от времени, полученную в предположении независимости параметров дискретизации уровней состояния изделия. Для понимания и учёта взаимосвязи параметров дискретизации воспользуемся принципом «самопрограммирования» состояний в определённом диапазоне параметров, согласно условия (66).

При этом условие (66) запишем в интегро-дифференциальной форме

$$\frac{ds}{d\bar{x}} = \int s\, d\bar{x} \qquad (79)$$

с энтропией состояния распределения (45) $s = -[(m-1)/2m]\,\bar{x}\,(\bar{x} - a_3)^2$. После соответствующих действий уравнение (79) приводится к алгебраическому виду

$$(y-1)(y-1/3) = \frac{1}{12}a_3^2y^2(y^2 - 8y/3 + 2) = \bar{x}^{\,2}/12(y^2 - 8y/3 + 2) =$$
$$= \bar{x}^{\,2}/12\cdot[(y-4/3)^2 + 2/9] \approx \bar{x}^{\,2}/12[(y-4/3)^2], \qquad (80)$$

где $y = \bar{x}/a_3$. Уравнение (80) двухпараметрическое и имеет определённый диапазон дискретных параметров, удовлетворяющих уравнению. Действительные решения возможны при $y < 1/3$ и $y > 1$, мнимые в диапазоне значений $1 > y > 1/3$, а границы смены режимов $y = 1/3$, 1. При $y \to 0$ $\bar{x} \to 0$, $y >> 1$ в пределе имеем $\bar{x}^{\,*} \to 2\cdot 3^{1/2}$. Эти оценки указывают на взаимозависимость параметров дискретизации m и $\bar{x}$ и ограниченный диапазон их изменения. Так, при больших $\bar{x} = 1{,}5$; 2,1; 2,7; $3{,}3 < \bar{x}^{\,*}$ приближённые значения y согласно (80) равны: 1,23 (0,81), 1,1 (0,91), 1,94 (0,51), 13,7 (0,24). В скобках указаны значения параметра a_3. Обращает на себя внимание переменный характер изменения функционала $f_x = (\bar{x} - a_3)$, определяющего изменение энтропии состояний и ресурс изделия. Так, изменение $\Delta f_x > 0$ на одном участке $\bar{x} = (1{,}5 \div 2{,}1)$, $\Delta f_x < 0$ – на другом $\bar{x} = (2{,}1 \div 2{,}7)$ и $\Delta f_x > 0$ при $3{,}5 > \bar{x} \geq 2{,}7$. Граничными значениями изменения Δf_x (энтропии) является $\bar{x} \geq 2{,}1$; 2,7. Учитывая переменный характер параметров распределения (78) и наблюдаемая равная вероятность отказов в исследуемом диапазоне $\bar{x} = 1{,}5 \div 2{,}7$, для количественной оценки максимальной вероятности отказов используем их среднеарифметическое значение: $\bar{x}_c = 2{,}1$, $f_c = 1{,}7$ при $m = 5$. В первом приближении средняя вероятность отказов равна $q_{1mc}^{\ *} = 0{,}088$, во втором – $q_{1mc}^{\ *} = 0{,}08$ (с учётом $p_{m\text{o}} = 0{,}912$), что близко экспериментальному значению (0,07) [5].

Прогнозируемая оценка максимальной вероятности отказов изделия (78) на следующем этапе совершенствования может составить уровень $q_{1m} = 0{,}016$ (ВБР $p_m = 0{,}984$) при $\bar{x} = 2{,}7$, $y = 2$ ($m = 1{,}35$, $a_3 = -0{,}74$), при которых ресурс $T_\text{р}$ (77) может достигать значений: 13; 19,7 года при $T_{\text{оэ}} = 7{,}6$ года и показателе качества $\alpha = 1/3$, 1/4 соответственно. При показателе качества $\alpha \approx 1/5$ ресурс изделия оценивается на уровне 29,2 года, близком уровню достигнутого американским КА «Вояджер».

Минимальный уровень вероятности отказов оценим при малых $y < 1$: 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8, при которых приближёнными решениями (80) являются $\bar{x}$ (a_3): 0,75 (3), 0,93 (4,65), 1,03 (6,18), 0,31 (2,2), 1,14 (9,16). Тогда при средних значениях $y_\text{c} = 0{,}16$, $\bar{x} = 0{,}78$, $a_{3\text{c}} = 4$, $m_\text{c} = 4{,}87$ средняя минимальная вероятность отказов $q_{1mc}* = 0{,}044$ и близка экспериментальному уровню (~0,04). Граничными значениями изменения энтропии состояний являются $y = 1/6$, 1/7 ($\bar{x} \approx 1$, 0,3).

В табл. 4 приведены расчётные значения спектральной вероятности отказов и интегральной ВБР изделия, определяемые в соответствии с выражениями (8, 9) по модели непрерывного спектрального распределения (7) при параметрах: $m = 0{,}7$ ($\alpha = 0{,}3$, к $= 2{,}3$), $T_\text{o} = 3{,}75$ года, $p_\text{o} = 0{,}98$.

Из табл. 4 видно, что спектральная вероятность отказов имеет максимальное значение при $t^* = 4$ года, вне значения которого обобщённый параметр $y > 1$ или < 1, а вероятность q_1/q_0 уменьшается. При

Таблица 4

Расчётные значения спектральной вероятности отказов и интегральной ВБР изделия по модели непрерывного спектрального распределения отказов

Показатели надёжности / время, t, год	1	2	4*	6*	8*	10*
q_1 / q_0 – (7)	1,35	1,42	1,48	1,46	1,4	0,82
ВБР, P_1	0,953	0,925	0,895	0,866	0,838	0,81

*Примечание: * – значения x, при которых параметр $y = x/mT_o \geq 1$. Граничное значение параметра $y^* = x/mT_o \approx \approx 1(x^* \sim 3)$.*

этом интегральная вероятность отказов растёт, а ВБР уменьшается. Уровень значений вероятности отказов, определённый по непрерывному распределению, близок значениям, приведённым выше для дискретного распределения (78).

Расчётно-экспериментальное значение обобщённого показателя реализуемости событий рассматриваемых лётных испытаний изделия в соответствии с выражением (65, 72) определяется дифференциальным показателем – $q_{mn} \approx 0{,}95 \cdot 0{,}05 = 0{,}047$, интегральным – $Q_{mn} \approx 0{,}84 \cdot 0{,}16 = 0{,}134$.

Таким образом, экспериментально расчётным методом по результатам лётных испытаний КА ОГ показано, что изменение энтропии дискретных состояний КА ОГ при их функционировании как возрастает, так и убывает в определённых интервалах времени. При этом энтропия состояний может принимать дискретное максимальное (нулевое) значение ($s_m = 0$) с вероятностью отказов $q_{1m} \to 1$ при переходе в неработоспособное состояние изделия и различных определяемых его параметрах: $\overline{x} \to 0$, $\overline{x} \to a_3$, $m \to 1$, характерных в начале лётных или наземных испытаний ($t \approx 1$). При критичном уровне параметров $\overline{x} \to a_3$, $m \to 1$ КА находится в орбитальном полёте длительное время на высоком уровне кинетической энергии с минимальной внутренней энергией или в режиме восстановления после отказа. В начальном состоянии $\overline{x} \to 0$ ($t \approx 1$) изделие может находиться ограниченное время, при этом возможны следующие ситуации: устранение неисправностей перед стартом (совершенствование изделия с повышением ВБР), снятие с запуска (или доработка) с изменением ВБР или в пределе – утилизация, а в худшем случае аварийная ситуация с разрушением изделия. Отмеченные ситуации происходили при разработке и эксплуатации изделий РКТ.

При $m \to 0$, параметр $a_3 \to m\ln m$, энтропия $s_m \to -1/8m(\ln m)^2$ обладают неопределённостью типа $0 \cdot \infty$. Для нахождения предела функцию приводим к виду $s_m \to -1/8(\ln m)^2/(1/m)$ и находим предел по правилу Лопиталя [10]. Пределом энтропии состояний является $s_m \to -1/8m(\ln m)^2 \to 1/4m \to 0$. Однако, такое состояние в пределе не реализуемо. Действительно, по определению параметр дискретизации $m = T_о[\alpha/(1 - \alpha)]^2$ может достигать нулевого значения, если принять ресурс $T_о$ или параметр α равными нулю. Первый случай практически означает отсутствие изделия, во втором случае его реализация не достижима, поскольку минимальное значение α в пределе ограничено не только, как отмечалось выше, предельным значением реализуемых параметров, но и точностью их измерений. При $\alpha \to 1$(изделие не функционирует) параметр дискретизации $m \to \infty$, энтропия $s_m \to -\infty$.

Таким образом, предельные уровни состояний изделий РКТ, определяющие уровень их совершенствования, практически не достижимы, а следовательно, можно предположить недостижимость предельного нулевого или «бесконечно» большого значения энтропии или предельного значения вероятности отказов, равного единице или нулю при совершенствовании изделия.

Качественное описание ограниченного изменения дискретных состояний изделий РКТ в поле отрицательных значений энтропии, достигающих экстремальных или постоянных значений в пределе ограничены как снизу, так и сверху при функционировании или совершенствовании изделий РКТ. В пределе нулевое значение энтропия достигает при переходе в неработоспособное состояние изделия РКТ с кинетической (внутренней и др.) энергией изделия не равной нулю.

Рассмотрим другой пример использования предложенного подхода к оценке изменения состояния изделия на этапе наземной экспериментальной отработки (НЭО).

Для этого используем экспериментальные данные отработки бортовой аппаратуры (БА) типового КА, состоящей из 45 составных частей, представленные в работе [8]. Для комплексного анализа этих данных расчётно-экспериментальным методом представим их в структурированном виде. Как видно из этих данных, структура динамики дискретных отказов на интервале 3 лет имеет выраженный колебательно-апериодический характер с изменяющимся низкочастотным периодом $T_н \approx (1{,}5 \div 1)$ год и выделенными более высокочастотными изменениями с периодом $T_в \approx 1/6$ года. Представленную структуру аппроксимируем аналитическими зависимостями в виде суммы апериодической функции по уровню максимального количества отказов и в виде линейной зависимости по нижнему уровню отказов с использованием низкочастотной характеристики отказов.

Изменение вероятности отказов по максимальному уровню аппроксимируем функцией

$$q = q_о\exp - к_н[(t - t_н)/T_н]^{1/2}, \qquad (81)$$

где $t_н = 1/2$ года – начальное время, при котором достигается максимальное количество отказов $n_о = 14$, а вероятность отказов $q_о = n_о/45 = 0{,}31$, t – текущее время, единица измерения – 1 год, $Т_н = 1{,}25$ года – средний период низкочастотных колебаний отказов,

$к_н$ = 1/2 – коэффициент пропорциональности. В конце этапа НЭО (t = 3 года) вероятность отказов (81) равна q = 0,15.

По нижнему уровню вероятность отказов аппроксимирующей функции:

$$q_1 = q_{о1}(t - t_{н1}) \approx q_{о1}t\,, \quad (82)$$

где $t_{н1}$ = 1/12 года – начало фиксации отказов, $n_{о1}$ = 1 при t = 2,66 года; $q_{о1} = n_{о1}/45 = 2{,}2 \cdot 10^{-2}$, а при t = 3 года вероятность $q_1 = 2{,}48 \cdot 10^{-2}$.

Пересечение функций (81) и (82) даёт предельное значение общего времени наработки ($t_{оэ}$) БА КА на этапе НЭО. Совместное решение (81, 82) при разложении функции (81) приводит к соотношению $q_о\{1 - к_н\,[(t - t_н)/T_н]^{1/2}\} = q_{о1}$t или, при подстановке числовых значений и учитывая, что $t = T_{оэ} >> t_н$, к уравнению

$$\mathrm{t} + 6{,}35(t)^{1/2} - 14{,}1 = 0. \quad (83)$$

Корнями этого уравнения являются $(t_1)^{1/2} = -1{,}74$ и $(t_2)^{1/2} = 8{,}08$. Реализуемый первый корень определяет время наработки $T_{оэ}$ = 3,03 года, второй корень обеспечивает широкую возможность дискретизации состояний БА на других этапах функционирования. Оценим параметр дискретизации m БА на этапе НЭО. Так, при наработке $T_{оэ} \approx 3$ года, показателе качества α = 0,5, 0,6 параметр дискретизации (33) $m_{оэ} = T_{оэ}[\alpha/(1 - \alpha)]^2$ равен 3, 6,75, что соответствует уровню типового КА (табл. 2).

Учитывая, что рассматриваемые выше спектральные распределения, в том числе распределение (81) инвариантно по отношению смещения времени, начальному его значению и выбору единиц измерения, то прогнозирование вероятности отказов осуществляем по его аналитическому продолжению при смещённых значениях величин $T_{нс} = T_{оэс} = t_{нс}$ = 3 года и $q_{оэ}$ = 0,15. При этом вероятность отказов БА КА в конце интервала времен t = 10 лет достигает значения $q_{2э}$ = 0,07 (ВБР $p_{2э}$ = 0,93), что близко значению вероятности отказов КА [5].

Прогнозируемый ресурс (наработку) изделия оцениваем по уточнённому выражению (3) в виде

$$T_р = T_{оэ} + к_\alpha(t - T_{оэ})^{1/2}, \quad (84)$$

где $к_\alpha = (1 - \alpha)/\alpha$ – коэффициент пропорциональности (3). Ресурс равен 7; 9,1 лет при прогнозируемых показателях α = 0,4; 0,3 (m – 1,3; 0,6) и $T_{оэ}$ = 3 года и текущем интервале времени t = 10 лет. Приведённые выше оценки показывают, что вероятность отказов лежит в широком диапазоне максимального и минимального значений.

Поэтому важным является определение поведения распределения вероятности отказов с учётом колебательной составляющей структуры динамики отказов БА КА[8]. Аппроксимируем эту структуру по низкочастотной составляющей с учётом (81) выражением

$$q = q_о\{\exp - 0{,}5[(t - t_н)/T_н]^{1/2}\}\cos 2[(t - t_н)/T_н]^{3/2}, \quad (85)$$

где аргумент тригонометрической функции ограничен значением $2[(t - t_н)/T_н]^{3/2} \le 2\pi$. По этому соотношению определим значение времени t_n, при котором вероятность достигает максимального значения. Такими значениями t_n являются: 0,5; 2; 3,2, что близко экспериментальному значению с точностью менее 6% на этапе НЭО [8].

Для прогнозирования распределения отказов на другой этап (стадию) функционирования, в том числе лётные испытания, необходимо учитывать взаимозависимость параметров дискретизации, в том числе зависимость наработки от текущего времени вида (84) и параметра $к_\alpha(m)$. Тогда, подстановка в распределение (85) значения $T_н = к_\alpha(t - T_{оэ})^{1/2}$, $t_н = T_{оэ}$= 3 года при длительном интервале времени испытаний, удовлетворяющем условию $к_\alpha(t - T_{оэ})^{1/2} >> T_{оэ}$, распределение (85) преобразуем в формулу

$$q = q_{оэ}\{\exp - [(t - T_{оэ})^{1/4}/2к_\alpha^{1/2}]\}\cos 2[(\mathrm{t} - \mathrm{T}_{оэ})^{3/4}/к_\alpha^{3/2}]. \quad (86)$$

Прогнозируемое количество максимумов n_m вероятности отказов БА на интервале времени t = 10 лет (при лётных испытаниях) оценим при смещённых параметрах из условия периодичности тригонометрической функции, т. е. из соотношения

$$2[(t - T_{оэ})^{3/4}/к_\alpha^{3/2}] \le 2\pi(n_m - 1), \quad (87)$$

где n_m = 1 соответствует началу этапа $t_н = T_{оэ}$. При значениях $к_\alpha$ = 2/3, 1, 3/2 число n_m принимает значения 1,7; 2,4; 3,5 соответственно, что соответствует приближённо интервалу между максимумами $\Delta t \approx 5, 4, 3$ года.

Максимальная вероятность отказов БА КА в конце обсуждаемого этапа испытаний (10 лет), при принятых $к_\alpha$ и $q_{оэ}$ = 0,15 достигает значений 0,044; 0,067; 0,097 соответственно, что близко экспериментальному уровню (0,07 ÷ 0,08) при $к_\alpha$ = 1 для КА [5]. Оценки показателей надёжности БА КА показали, что их значения зависят не только от показателя качества изделия, но и от начального состояния и этапов функционирования, влияющих на структуру распределения вероятности отказов.

С учётом отмеченных особенностей взаимосвязи параметров дискретизации преобразуем спектральное распределение КА (78) с учётом колебательной составляющей распределения (55), удовлетворительно описывающего экспериментальные показатели надёжности КА, временной зависимости наработки (84) в виде $T_н = T_{оэ} + к_α T_{оэ}(t - T_{оэ})/T_{оэ})^{1/2}$.

При подстановке значений $m = T_н/к_α^2 = T_{оэ}[(t - T_{оэ})/T_{оэ}]^{1/2}/к_α$ при $к_α(t - T_{оэ})/T_{оэ})^{1/2} >> 1$, $\bar{x} = (t - T_{оэ})/T_н = [(t - T_{оэ})/T_{оэ}]^{1/2}/к_α$, $a_3 = mp_{оэ}/2 \times (p_{оэ} = [\ln m + 1/2 - m/2(m - 1)]$ см табл. 1), $z_1 = m\bar{x}^2/|q|^{1|2} = T_{оэ}(t - T_{оэ})/T_{оэ}]^{3/2}/к_α^3|q_{оэ}|^{1|2} = T_{оэ}\bar{x}^{3/2}/к_α^3|q_{оэ}|^{1|2}$ распределение (78) с тригонометрической составляющей (55) приводится к виду

$$q_{1m} = к_{1н}\exp - к_{2н}\bar{x}^{3/2}\cos(\pi/4 - z_1), \qquad (88)$$

которое ограничено снизу значением $q_{оэ} \le 4 \cdot 10^{-2}$ [5], где нормировочные коэффициенты равны $к_{1н} = 2^{1/2}$, $к_{2н} = (1 - к_{αо}p_{оэ}T_{оэ}/2)^2[(m - 1)/2m]_{оэ} \approx 6 \cdot 10^{-2}$ при $t = T_{оэ} = 3{,}75$ года ($m_{оэ} = 3{,}75$, $к_α = 1$, $p_{оэ} = 0{,}16$, табл. 2).

Аргумент тригонометрической функции на этапе анализируемых лётных испытаний, как отмечалось выше, не превышает значений $(\pi/4 - z_1) \le 0 \div 2\pi$. Прогнозируемое значение этого параметра удовлетворяет условию $(\pi/4 - z_1) \le 2\pi((n_m - 1)$, аналогичному (84), что определяет прогнозируемое количество максимумов вероятности отказов и интервал дискретизации при различных параметрах КА.

Максимальная вероятность отказов, согласно (88), в конце этапа ($t = 17$ лет – табл. 2) $q_{1m} \approx 8 \cdot 10^{-2}$ близка значению, обсуждаемому выше, при независимых параметрах дискретизации на интервале времени 10 лет [5].

Сравнение структуры распределений (86, 88) показывает, что статистика отказов существенно зависит не только от режимов (условий) функционирования, но и от типа изделия, составных частей, их состояния, в том числе этапа развития, определяемого параметрами дискретизации (техническими характеристиками, динамикой их изменения при функционировании и совершенствовании изделия). Характерной особенностью структуры полученных дискретных распределений вероятности отказов является их комбинированный характер – произведение экспоненциальной и тригонометрических функций с нелинейными (смещаемыми) аргументами, определяемых параметрами дискредитации и их функционалами. Некоторые особенности комбинированной структуры непрерывных распределений рассматривались в работе [8]. Полученные выше оценки показателей надёжности показывают, что дискретные распределения более информативны по сравнению с непрерывными и дают основной спектр показателей надёжности изделий, близкий требованиям нормативной документации.

Важно отметить, что вероятность отказов КА ОГ зависит не только от показателей качества изделия, но и, как отмечалось выше, от стратегии восполнения группировки. Эта особенность ранее не учитывалась, поскольку в случае положительного процесса выведения КА на орбиту принималось, что процесс восполнения группировки далее не зависит от стратегии восполнения. Приведённые оценки вероятности отказов от параметров режима выведения и экспериментальные данные показали, что стратегия восполнения влияет на показатели надёжности (частоту и вероятность отказов). Поэтому при формировании стратегии восполнения ОГ КА необходимо учитывать указанную особенность для обеспечения необходимого уровня ВБР путём поддержания равномерного темпа её восполнения. Этот вывод согласуется с принятым постулатом о совместимости различных событий (изделий), зависимых и независимых, образующих одну систему, и параметров дискретизации, её реализующих при самопрограммировании состояний системы. В рассматриваемом случае такими событиями (процессами) являются отказ и восстановление системы на другом уровне параметров. Системой является Земля, внешняя атмосфера и выводимые на орбиту КА. Указанные управляемые процессы практически переводят систему из одного состояния в другое, описываемое статистическими распределениями вероятности отказов составляющей системы – КА ОГ.

Таким образом, предложенный метод моделирования изменения дискретных состояний изделий с использованием принципа совместимости различных событий, образующих одну систему, позволило получить различные спектральные распределения вероятностей отказов при функционировании изделий. Структура этих распределений определяется уровнем технических характеристик изделия, режимом работы, диапазоном изменения параметров. Предложены параметры дискретизации состояний изделий РКТ, определяющие структуру распределений.

Изложен способ отбора статистик состояния по интегральным показателям и режимам функционирования. Приведены расчётные соотношения модельных непрерывных и дискретных статистик состояний и надёжности изделия. Теоретические результаты удовлетворительно описывают экспериментальные данные показателей надёжности изделий РКТ на этапах лётных и наземных испытаний. Метод позволяет оценивать, нормировать и прогнозировать вероятность работоспособного состояния и надёжность изделий.

Автор выражает благодарность В. С. Беляеву и Ю. П. Сырых за интерес к работе, поддержку исследований и полезные обсуждения.

Литература

1. Структурная схема надёжности и Булевы методы. ГОСТ Р 51901.14-2007.
2. Грибанов В. Ф., Рембеза А. И. Методы отработки ракетно-космических комплексов / В. Ф. Грибанов, А. И. Рембеза [и др.]. – М. : Машиностроение, 1995. – С. 52 – 96.
3. Технические системы ГОСТ 27.202-83.
4. Сафронов И. Н. Способ повышения отказоустойчивости изделий. Патент на изобретение № 2480833. – 2013. – Бюл. № 12.
5. Сафронов И. Н. Физико-математическая модель для определения закономерности отказов изделий ракетно-космической техники при их функционировании // Космонавтика и ракетостроение. – 2014. – Вып. 2 (75). – С. 138 – 146.
6. Сафронов И. Н. Способ повышения надёжности изделий. Патент на изобретение № 2605046. – 2016. – Бюл. № 35.
7. Надёжность в технике. Основные понятия. Термины и определения ГОСТ27.002-89.
8. Сафронов И. Н. Метод определения работоспособного состояния и надёжности изделий ракетно-космической техники как элемент системного проектирования на этапе их создания с использованием статистик состояний составных частей // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. – М. : АО «Корпорация «ВНИИЭМ», 2017. – Т. 157. – № 2. – С. 41 – 49.
9. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей / Б. В. Гнеденко. – М. : Наука, 1988. – 448 с.
10. Корн Г. А. Справочник по математике для научных работников и инженеров : определения, теоремы, формулы : пер. с англ. / Г. А. Корн, Т. М. Корн. – М. : Наука, 1978. – 831 с. : ил.
11. Котельников В. А. О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи // Успехи физических наук. – 2006. – 196. – № 7. – С. 762 – 770. – Режим доступа: https//yandex.ru/images/search.
12. Ландау Л. Д. и Лифшиц Е. М. Статистическая физика. – М. : Наука, 1964.
13. Ерофеев В. С., Наумкин В. П., Сафронов И. Н. Смена режимов в ускорителе с анодным слоем и его оптимизация // Прикладная механика и техническая физика. – Новосибирск : Изд-во Сибирского отделения Российской академии наук, 1981. – № 1. – С. 27 – 34.
14. Пирогова А. М., Сафронов И. Н. Методика оценки влияния воздействия электромагнитных радиолокационных полей на снижение ресурса функционирования бортовых радиоэлектронных средств // Космонавтика и ракетостроение. – 2014. – Вып. 5 (78). – С. 158 – 163.
15. Вукалович М. П., Новиков И. И. Техническая термодинамика. – М. : Энергия, 1968. – 496 с.
16. НТО № У90555. ФГУП ЦНИИмаш, 2013.

Поступила в редакцию 16.07.2018.

Иван Никитович Сафронов, *кандидат технических наук, т. 8 (929) 688-51-35, e-mail: safronov@comp-lex.ru.*

PHYSICAL AND MATHEMATICAL MODELING OF CHANGES IN STATISTICS OF STATE OF THE ROCKET AND SPACE EQUIPMENT ITEMS DURING THEIR OPERATION

I. N. Safronov

The article presents physical and mathematical modeling of changes in statistics of state of the rocket and space equipment items during their operation on the basis of compatibility principle of various dependent and independent events (operation processes of the equipment and its component parts) which constitute one system using the equipment technical characteristics and operating conditions. Data on regularities of changes in equipment items state entropy during their operation is obtained. It is shown that the entropy of such states can both increase and decrease reaching the maximum value in the field of negative values during operation and zero value when the system, including its component parts, changes its state to the state of nonoperability with energy different from zero. The state sampling parameters are defined. The method of selection of discrete and continuous statistics of state based on integrated indices and operating modes is specified. Modeling state statistics and equipment reliability design ratio is presented. The theoretical results adequately describe the experimental data of the rocket and space equipment reliability index at the stages of flight and ground tests. The method allows evaluating, regulating and forecasting the operable state and reliability of equipment.

Key words: *modeling, statistics, spectral distribution, entropy, state, reliability, failure, resource, equipment item.*

References

1. Reliability structure diagram and Boolean methods. GOST R 51901.14-2007.
2. Gribanov V. F., Rembeza A. I. Methods of development of rocket and space systems / Gribanov V. F., Rembeza A. I. [et al.]. – M. : Mashinostroenie, 1995. – Pp. 52 – 96.

3. Technological systems GOST 27.202-83.
4. Safronov I. N. Improvement of the items' fault tolerance. Patent for invention No. 2480833 – Bul. No.12. – 2013.
5. Safronov I. N. Physical and mathematical modeling for determination of regularity in failures of rocket and space equipment items during their operation. – Cosmonautics and Rocket Engineering, 2014. – Issue 2 (75). – Pp. 138 – 146.
6. Safronov I. N. Method for the items' reliability improvement. Patent for invention No. 2605046. – Bul. No. 35. – 2016.
7. Equipment reliability. General principles. Terms and definitions. GOST 27.002-89.
8. Safronov I. N. Method for determination of the rocket and space equipment items' operable state and reliability as an element of system engineering at the stage of their creation using statistics of the component parts' state // Matters of Electromechanics. VNIIEM Proceedings. – M. : VNIIEM Corporation JC, 2017. – Vol. 157. – No. 2. – Pp. 41 – 49.
9. Gnedenko B. V. Theory of probability course / B. V. Gnedenko. – M. : Nauka, 1988. – 448 p.
10. Korn G. A. Mathematical handbook for scientists and engineers: definitions, theorems, formulas: transl. from Eng. / G. A. Korn, T. M. Korn. – M. : Nauka, 1978. – 831 p : ill.
11. Kotelnikov V. A. About the capacity of ether and wire in telecommunications // Advances in Physical Sciences magazine. – Moscow. – 2006. – 196. – No. 7. – Pp. 762 – 770. – Access: https//yandex.ru/images/search.
12. Landau L. D. and Lifshitz E. M. Statistical Physics. – M. : Nauka, 1964.
13. Erofeev V. S., Naumkin V. P., Safronov I. N. Mode change in anode-layer type thruster and its optimization // Applied mechanics and technical physics. – Novosibirsk : publishing house of Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, 1981. – No. 1. – Pp. 27 – 34.
14. Pirogova A. M., Safronov I. N. Method of an electromagnetic fields exposure assessment of radar stations on the reduction of a functioning on-board radio-electronic means resource // Cosmonautics and Rocket Engineering, 2014. – Issue. 5 (78). – Pp. 158 – 163.
15. Vykalovich M. P., Novikov I. I. Engineering thermodynamics. – M. : Energia, 1968. – 496 p.
16. Scientific and Technical Organization No. У90555, FSUE TSNIIMASH, 2013.

Ivan Nikitovich Safronov, *Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), tel. +7 (929) 688-51-35,*
e-mail: safronov@comp-lex.ru.