

УДК 621.36

## ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ МАЛОСЕРИЙНЫХ ИЗДЕЛИЙ С ПОМОЩЬЮ РЕКУРСИВНОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА

А. П. Сарычев, Ю. М. Иньков,  
Ю. Н. Черкасов, А. В. Рогоза

**В** статье доказано существенное различие между результатом измерения параметра прибора, его действительным значением и оценкой параметра. Показано, что результат измерения содержит большое число погрешностей, среди которых наиболее «опасными» являются мультипликативные погрешности при оценивании динамических параметров по результатам измерений. Эти погрешности увеличиваются с изменением параметра. Предложено принимать решение о пригодности прибора по назначению по оценке параметра (а не по результату его измерения), как наиболее вероятном его значении. Предложен способ вычисления оценки динамических параметров методом математической фильтрации по квадратичному критерию с использованием рекурсивного фильтра Калмана. Достоинство такого фильтра в стабильности ошибки оценивания при увеличении интервала между измерениями, а также в том, что оптимальная оценка ортогональна вектору ошибки оценивания. Представлен алгоритм (формулы) вычисления оптимальной оценки параметра с минимальной дисперсией по результатам его измерения.

**Ключевые слова:** результат измерения, оценка параметра, динамический параметр, мультипликативная погрешность, критерий оптимальной оценки, фильтр Калмана, алгоритм обработки результатов измерения.

В настоящее время уже создано явное отставание автоматизации наземных испытаний приборов бортовой аппаратуры (БА) от автоматизации самого космического аппарата (КА). Многие наземные автономные испытания бортовых приборов проводят с помощью аппаратуры и, соответственно, методов, разработанных ещё в середине прошлого века, в то время как автоматизация самого КА находится на достаточно высоком уровне и с каждым новым КА совершенствуется.

Существующая технология оценивания приборов основана на допусковом методе контроля и состоит в следующем. Производится одно измерение параметра. Если результат измерения находится в допуске, то прибор признаётся годным для использования по целевому назначению. Отсюда следует, что один единственный результат измерения принимают за оценку параметра. Погрешности измерений вообще не учитывают. Но любой результат измерения содержит большое число погрешностей, и потому оценка параметра, как наиболее вероятное его значение, и результат измерения параметра совсем не одно и то же. Поэтому принимать решение о пригодности прибора

по назначению по результату измерения, тем более по одному единственному, а не по оценке, опасно, особенно для динамических параметров при мультипликативных погрешностях.

В этом случае оценка параметра, за которую принимают результат измерения, имеют низкую точность, а решение о пригодности прибора – субъективно и может быть ошибочным.

Цель данной работы – предложить метод и алгоритм обработки результатов измерения параметров бортовых приборов КА при их автономных испытаниях, дающие более высокую точность оценок параметров приборов при меньшем субъективизме принятия решения.

Следует различать действительное значение параметра, его оценку и результат измерения.

Действительное значение – физическая величина, количественная характеристика. Измерение – экспериментальное (эмпирическое) получение результата измерения параметра в данный момент времени. Под результатом измерения понимают зарегистрированное измерителем значение параметра после его измерения. Результат измерения – это действительное значение плюс погрешность измерения.

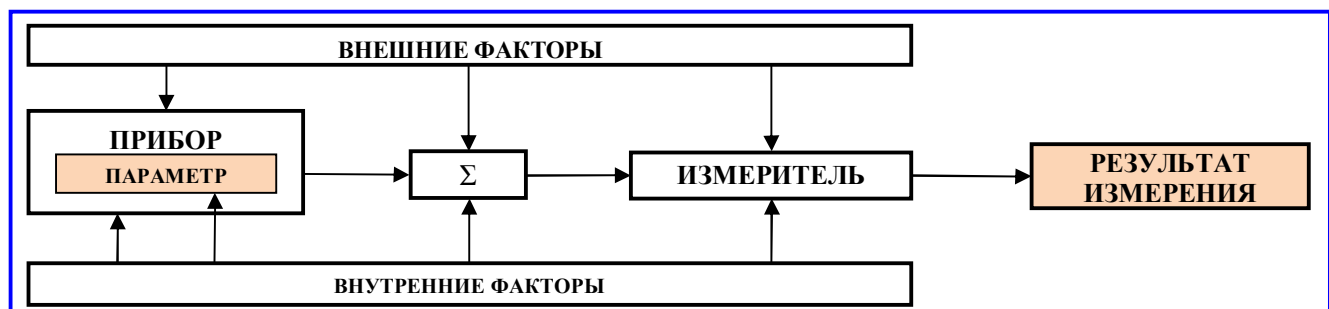


Рис. 1. Модель образования погрешности в результатах измерений (Σ – устройство выдачи значения параметра на измеритель)

Погрешность измерения – отклонение результата измерения от действительного значения измеряемого параметра. Следовательно, единичный результат измерения – всегда есть случайная величина и, потому, не является оценкой случайной величины. Особая опасность погрешностей заключается в том, что их присутствие чрезвычайно трудно обнаружить, поскольку погрешности внешне никак себя не проявляют и могут долгое время оставаться незамеченными. Модель образования погрешности в результатах измерения показана на рис. 1.

В измерительной системе, как и в любой системе, действует принцип Маха: состояние локальной системы в данный момент определяется её взаимодействием со всей окружающей материей. Поэтому число погрешностей очень большое (рис. 2, 3), и присутствуют в результате измерения они все одновременно. Рассмотрим наиболее существенные для нашего случая.

Различают систематические и случайные погрешности. Систематические погрешности остаются постоянными или закономерно изменяются при повторных измерениях одной и той же величины. Случайные погрешности измерения изменяются случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины. Результат измерения всегда содержит как систематическую, так и случайную погрешности. В связи с этим погрешность результата измерения, в общем случае, нужно всегда рассматривать как случайную величину, тогда систематическая погрешность есть математическое ожидание этой величины, а случайная погрешность – центрированная случайная величина.

Различают четыре вида погрешности измерительного прибора:

1. При аддитивной погрешности (рис. 4) абсолютная погрешность ограничена постоянным пределом.

2. При мультипликативной погрешности (рис. 5) абсолютная погрешность возрастает пропорционально значению измеряемой величины. Модель мультипликативной погрешности может быть и нелинейной, а для динамических параметров трудно определяемой.

3. При комбинированной погрешности (одновременно мультипликативная и аддитивная) предельная погрешность прибора линейно возрастает, но по-разному в начале и в конце измерительного диапазона прибора.

4. При неравномерной шкале прибора используют коэффициент пересчёта, равный отношению цены деления прибора в месте значения величины к длине этого деления.

Также при измерении имеют место выбросы (промахи, грубые погрешности). Под выбросом или промахом в статистике понимают результат измерения, выделяющийся из общей выборки. Статистический метод, способный действовать в условиях выбросов, называется *робастным*. Поскольку множество статистических методов «буксуют» на выборках с выбросами, их приходится обнаруживать (желательно автоматически) и исключать из выборки. В математической статистике существуют способы и критерии отбраковки выбросов. Промахи или грубые погрешности могут появляться из-за грубых ошибок в процессе проведения измерения, технической неисправности средства измерения, неожиданного изменения внешних условий.

В существующей практике измерений выбросами не занимаются и их никак не учитывают. Поскольку измерение параметра прибора производят однократно, то любой результат измерения, даже являющийся выбросом, но укладывающийся в допуск, принимают за оценку параметра.

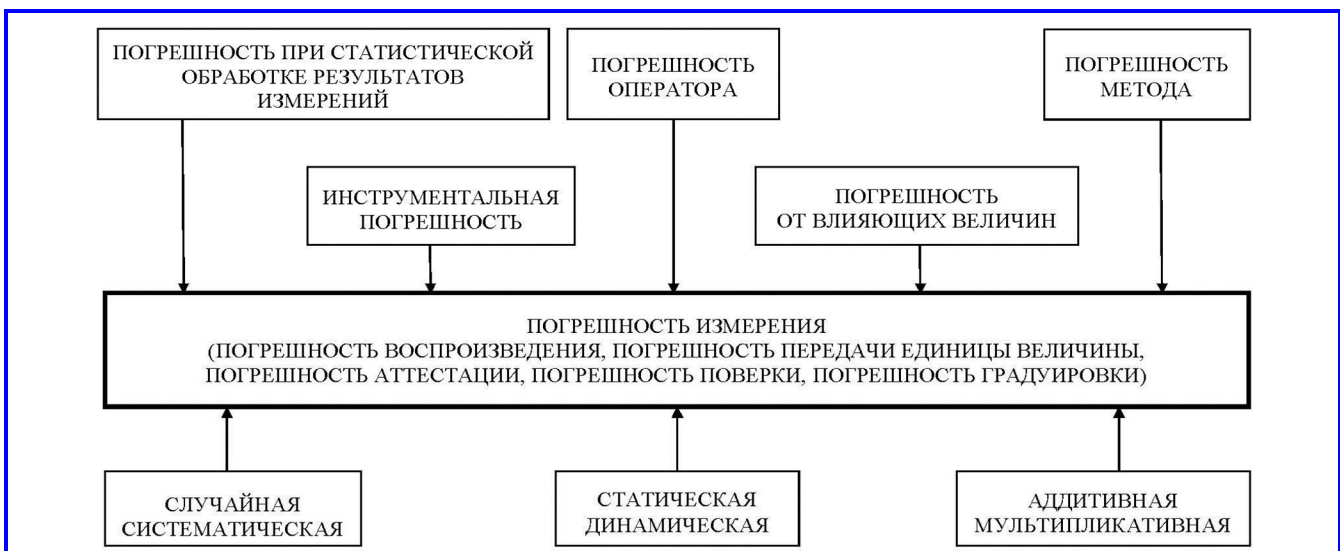


Рис. 2. Погрешности измерения и ее составляющие

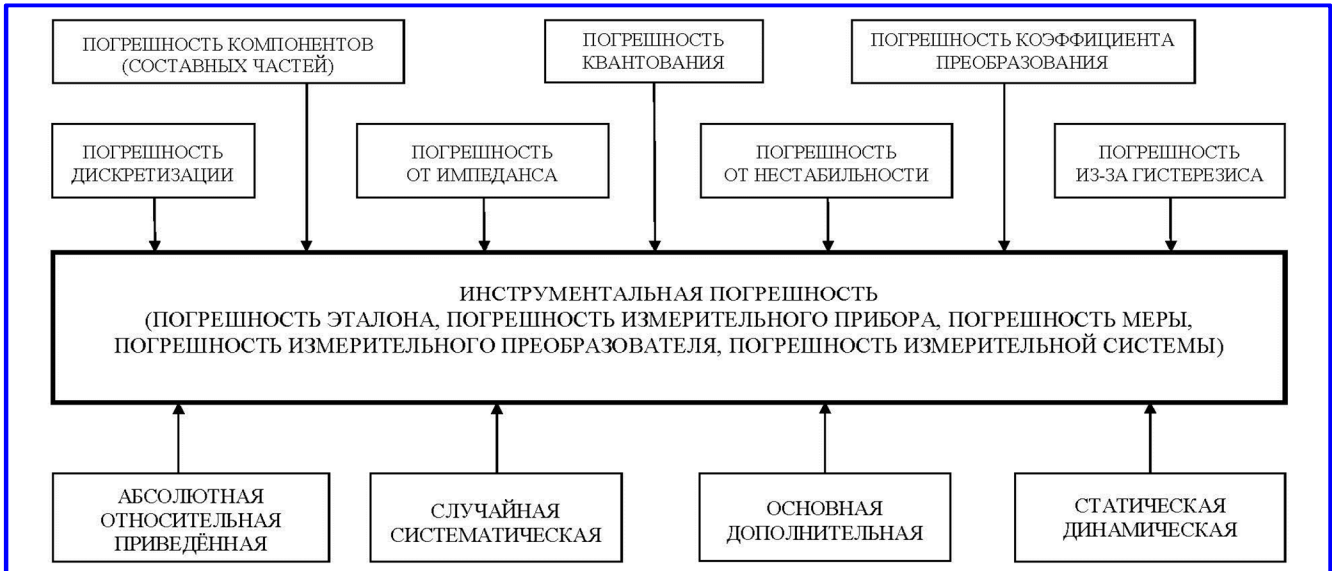


Рис. 3. Инструментальная погрешность и ее составляющие

Введем понятия: связанные и несвязанные выбросы. Эти понятия имеют смысл для динамических параметров.

Под связанными выбросами будем понимать те, значения которых в ту же сторону, что и изменение

(возрастание или уменьшение) совокупности результатов измерений (рис. 6). Под несвязанными выбросами будем понимать те, значения которых в противоположную сторону от изменения совокупности измерений (рис. 7).

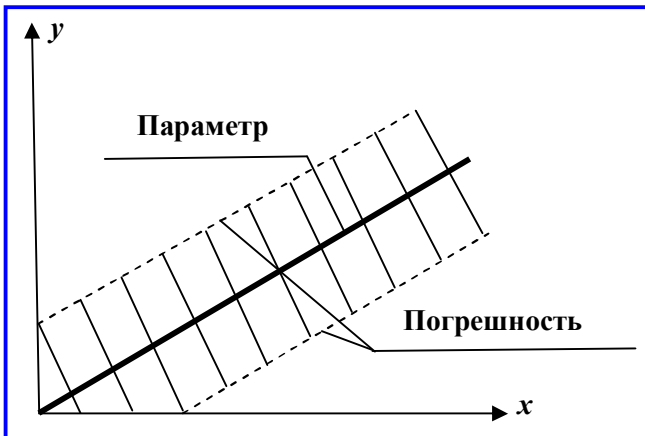


Рис. 4. Аддитивная погрешность

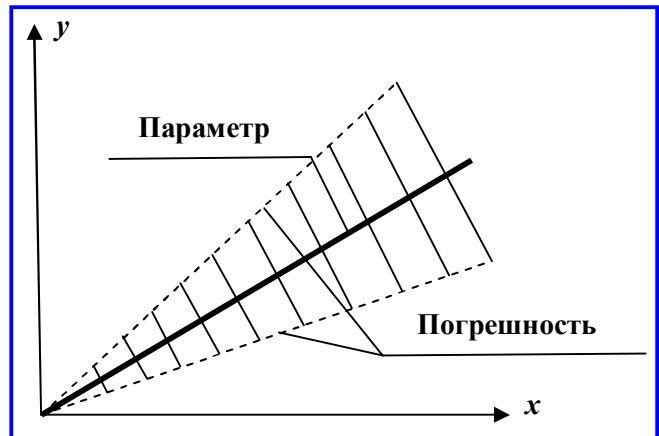


Рис. 5. Мультипликативная погрешность



Рис. 6. Выброс связанный

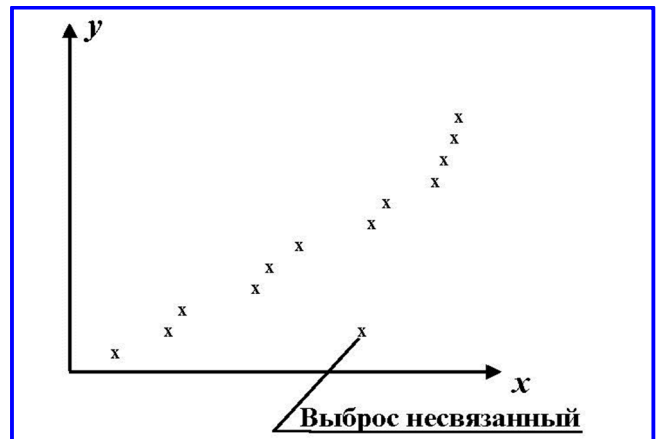


Рис. 7. Выброс несвязанный

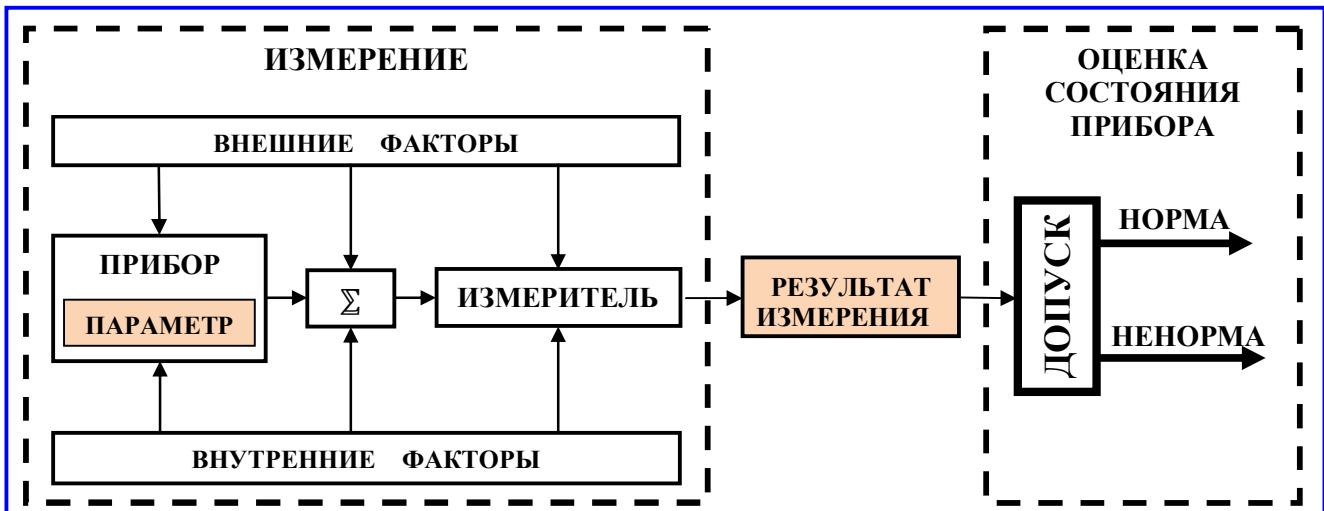


Рис. 8. Модель существующего метода оценки состояния БА КА

В понятие связанный (несвязанный) вложен смысл связности (несвязности) с характером изменения совокупности измерений. Определить, что данное измерение является выбросом (промахом, грубой ошибкой), можно только при достаточном числе измерений. Несвязанные выбросы надо отбрасывать. Связанные выбросы не все надо отбрасывать.

При единичном измерении установить, что результат измерения есть промах, естественно, невозможно. Однако при существующей технологии оценивания параметра традиционно один раз измеряют параметр и этот результат измерения принимают за оценку параметра.

На практике ко всем видам параметров применяют допусковый контроль – контроль, устанавливающий факт нахождения значения параметра относительно его предельно допустимых значений без измерения значения параметра [1]. Применяемый на практике допусковый контроль состоит в сравнении измеренного один раз значения параметра с его допустимыми пределами. Модель оценивания состояния прибора по допусковому контролю приведена на рис. 8.

Выдвигаем гипотезу одной из возможных причин отказа бортовых приборов КА уже после запуска его на орбиту. Суть гипотезы – на орбиту запустили уже неисправный прибор или прибор, находящийся в пограничном состоянии.

Одной из причин этого является оценивание состояния прибора только по результату измерения, тем более одного единственного, допусковым методом. Это опасно особенно для динамических параметров при мультипликативных погрешностях, поскольку результат измерения всегда есть случайная величина.

Предлагается выносить решение о пригодности прибора по назначению не по результату измере-

ния, тем более одного единственного, а по оценке параметра с учетом оценок погрешностей, как наиболее вероятном его значении, которые можно получить только путем обработки результатов измерения специальными методами.

Будем рассматривать результаты измерения параметра как дискретный случайный процесс. Оценка тоже является случайной величиной. Поэтому, для объективного оценивания параметра необходимо знать еще и статистические характеристики погрешностей измерения и обработки. Это исключительно важно для динамических параметров при мультипликативных погрешностях. Оценка, как наиболее вероятное значение случайной величины (функции) с минимальной дисперсией ошибки должна обладать свойствами несмещенности, состоятельности и эффективности.

Статистическая оценка называется несмещенной, если её математическое ожидание равно математическому ожиданию оцениваемой характеристики независимо от числа наблюдений (результатов измерений).

Статистическая оценка называется состоятельной, если она сходится по вероятности к оцениваемой теоретической характеристике при неограниченном увеличении числа наблюдений (результатов измерений).

Статистическая оценка называется эффективной, если дисперсия несмещенной оценки является минимальной по сравнению с другими оценками.

Понятно, что единственный результат измерения параметра, как случайная величина, не может обладать этими свойствами и, поэтому, не может быть оценкой измеряемого параметра. Однако, традиционно установившаяся в АО «Корпорация «ВНИИЭМ» практика оценивания состояния бортовых приборов КА состоит в оценивании состоя-

ния приборов по одному единственному измерению, что противоречит всем возможным законам теорий вероятности, математической статистики и оценивания.

Возможный вариант автоматизированной системы оценивания параметров и состояния приборов показан на рис. 9. Двойные стрелки означают, что система многомерная динамическая.

Разработка и внедрение такой системы – это тема отдельной сложной и достаточно объёмной научно-исследовательской работы. В данной статье сделаны только некоторые наброски этой работы.

Цель построения такой системы:

1. Уменьшить вероятности отказа бортовых приборов КА на орбите.
2. Максимально уменьшить субъективизм при оценивании состояния параметров и, соответственно, приборов.
3. Исключить ошибки первого и второго рода, а также ошибки испытателя.
4. Учитывать историю изготовления данного типа приборов для поддержания и повышения их качества путём воздействия на процесс их производства, в том числе и на входной контроль покупных элементов.
5. Перейти от концепции оценивания параметров по одному результату измерения к концепции оценивания по выборкам (совокупности) измерений путём вычисления оценок параметров.
6. Автоматизированное заключение компьютерного эксперта о пригодности данного прибора для использования по целевому назначению.

Следует отметить, что окончательное решение о пригодности прибора должно остаться за экспертом-человеком. Однако использование компьютерного эксперта позволит исключить человеческий фактор.

Для реального построения системы оценивания параметров на основе компьютерных технологий необходимо:

1. Рассортировать параметры на статические и динамические.
2. Провести анализ всех испытаний и определить, какие испытания нужно и можно автоматизировать.
3. Разработать для этих испытаний алгоритмы и технологии измерения и оценивания параметров, а также алгоритмы, оценивания состояния прибора по полученным оценкам параметров.
4. Разработать соответствующее оборудование (пульты) для измерения параметров и передачи результатов в компьютер.
5. Приобрести компьютер и записать в него разработанные алгоритмы.

Остаётся один важный теоретический вопрос – определение минимального числа измерений параметра, необходимого для вычисления его оценки с заданными свойствами. Можно предполагать, что внедрение компьютеров этот вопрос снимет.

Поскольку у приборов есть разные типы параметров, то, соответственно, и алгоритмы обработки результатов их измерений должны быть разные.

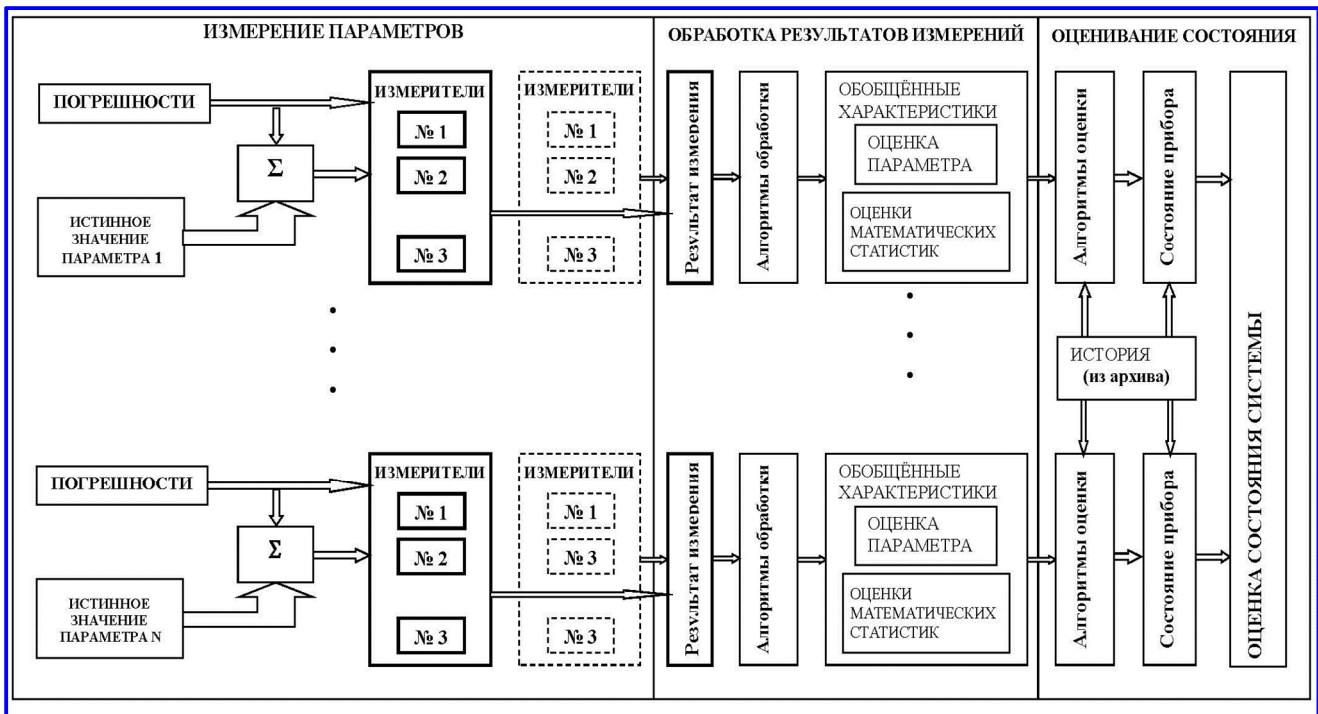


Рис. 9. Модель перспективной системы оценивания параметров и состояния приборов

В статье рассмотрены методы обработки результатов измерений наиболее сложных параметров – динамических параметров, измерения которых нельзя повторить (например, при механических испытаниях), и приходится принимать решение о пригодности прибора по назначению в темпе поступления дискретных измерений.

Существуют разные методы обработки дискретных измерений (дискретных случайных процессов) на фоне случайных помех – Байесовские оценки, оценки максимального правдоподобия, оценки по методу наименьших квадратов и др. [2].

В этих методах все результаты измерений обрабатываются одновременно. В нашем случае надо получать оценку параметра по мере поступления дискретных результатов измерений. Если получать оценку по мере поступления измерений, то может быть получена значительная экономия объема вычислений, и оценка получается точечной, что нам и нужно. Оптимальную оценку (наиболее вероятное значение параметра с минимальной дисперсией ошибки) позволяет получить фильтр Калмана [2]. Для дискретных систем фильтр Калмана – это многомерная система векторно-матричных разностных уравнений. Достоинство фильтра Калмана, прежде всего, в стабильности ошибки оценивания при увеличении интервала между измерениями. Ниже приведён простейший фильтр Калмана. Простейший, потому что полученная с помощью этого алгоритма оптимальная линейная оценка с минимальной дисперсией ортогональна вектору ошибок оценивания, а входной шум (или шум прибора)  $w(k)$  и шум измерения  $v(j)$  белые и некоррелированы, т.е.

$$\text{cov}\{w(k), v(j)\} = 0, \text{ для всех } k \text{ и } j. \quad (1)$$

Указанный фильтр Калмана выглядит следующим образом. Задана модель измеряемого параметра  $x(j+1)$

$$x(j+1) = \Phi(j+1, j)x(j) + \Gamma(j)w(j), \quad (2)$$

Задана модель измерений параметра

$$z(j) = H(j)x(j) + v(j), \quad (3)$$

где  $z(j)$  – результат измерения параметра  $x$  в момент времени  $j$  – векторный случайный параметр;  $v(j)$  – шум измерения.

Алгоритм фильтрации, т.е. получения оценки неизвестного параметра  $x(j)$  в момент получения измерения  $z(j)$ :

$$\hat{x}(j) = \Phi(j, j-1)\hat{x}(j-1) + K(j)[z(j) - H(j) \times \Phi(j, j-1)\hat{x}(j-1)], \quad (4)$$

где  $[z(j) - H(j)\Phi(j, j-1)\hat{x}(j-1)]$  – обновляющий процесс;  $K(j+1, j)$  – коэффициент усиления, который вычисляют по формуле

$$K(j) = V_{\hat{x}}(j, j-1)H^T(j)[H(j)V_{\hat{x}}(j, j-1)H^T(j)V_v(j)]^{-1}. \quad (5)$$

Априорная дисперсия

$$V_{\hat{x}}(j+1, j) = \Phi(j+1, j)V_{\hat{x}}(j)\Phi^T(j+1, j) + \Gamma(j)V_w(j)\Gamma^T(j). \quad (6)$$

Апостериорная дисперсия

$$V_{\hat{x}}(j) = [I - K(j)H(j)]V_{\hat{x}}(j, j-1). \quad (7)$$

Здесь  $\Phi, \Gamma, H, K$  – операторы, каждый из них со своей функцией.  $\Phi(j, j-1)$  – переходная матрица системы. Она переводит известный параметр  $x$  из состояния в момент  $j-1$  в состояние в момент  $j$ .  $\Gamma(j)$  – матрица преобразования входного шума  $w(j)$ .  $H(j)$  – модуляционная матрица, преобразующая вектор состояния объекта  $x(j)$  в момент измерения  $j$  в результат измерения  $z(j)$ .  $K(j)$  – коэффициент усиления обновляющего процесса  $[z(j) - H(j)\Phi(j, j-1)\hat{x}(j-1)]$ . Это весовая функция обновляющего процесса в момент измерения.

$V_{\hat{x}}(j)$  – дисперсия ошибки фильтрации;  $x(j)$  – вектор состояния объекта – векторный случайный параметр, который необходимо оценить;  $w(j)$  – вектор шума объекта в момент измерения – случайный процесс.

Весовая функция обновляющего процесса в момент измерения

$$[z(j) - H(j)\Phi(j, j-1)\hat{x}(j-1)]. \quad (8)$$

### Выводы

1. Выявлено, что существующая практика принятия решения о пригодности прибора по назначению по одному результату измерения параметра, а не по его оценке, с использованием допускового метода, субъективна и может привести к ошибочному решению.

2. Доказано, что результаты измерения параметров содержат большое число погрешностей, и поэтому они не могут быть оценками параметров.

3. Особенно опасно использовать результаты измерения как оценку параметра для динамических параметров при мультипликативных погрешностях.

4. Предложено принимать решение о пригодности прибора по назначению не по результатам измерения параметров, а по их оценкам с минимальной дисперсией, т. е. по оптимальным оценкам.

5. Предложено получать оптимальные оценки параметров путем математической фильтрации результатов их измерения рекуррентным фильтром Калмана.

6. Принятие решения о пригодности прибора по назначению по оценкам его параметров, в конечном итоге, приводит к уменьшению вероятности отказа бортовых приборов КА после его запуска на орбиту за счет уменьшения субъективизма.

### Литература

1. ГОСТ 19919-74. Контроль автоматизированный технического состояния изделий авиационной техники. Термины и определения : утвержден и введен Постановлением Государственного комитета стандартов Совета Министров СССР от 12 июля 1974 г. № 1674 с 01.07.1975 г. до 01.07.1980 г. : дата введения 01.07.1975. – Москва : Издательство стандартов, 1974. – 12 с. [1].
2. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и её применение в связи и управлении / Э. Сейдж, Дж. Мелс; пер. с англ. под ред. проф. Б. Р. Левина. – Москва : Связь, 1976. – 496 с.

Поступила в редакцию 07.10.2019

*Алексей Петрович Сарычев, доктор технических наук, 1-й заместитель генерального директора по атомной энергетике и электромеханике.  
(АО «Корпорация «ВНИИЭМ»).*

*Юрий Моисеевич Иньков, доктор технических наук, профессор МИИТ.  
(Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет транспорта»)*

*Юрий Николаевич Черкасов, кандидат технических наук, испытатель.  
Александр Валерьевич Рогоза, кандидат технических наук, начальник НПК, т. (495) 366-04-79.  
(АО «Корпорация «ВНИИЭМ»).*

## ASSESSMENT OF PARAMETERS OF SMALL-SERIES PRODUCTS WITH THE HELP OF RECURSIVE KALMAN FILTER

**A. P. Sarychev, Yu. M. Inkov,  
Yu. N. Cherkasov, A. V. Rogoza**

*The article proves significant difference between the measurement result of a device parameter, its actual value and the parameter assessment. It is shown that the measurement result contains a large number of errors, the most dangerous of which are multiplicative errors during the assessment of dynamic parameters based on the measurement results. These errors increase with the change of parameter. It is suggested that the decision about the applicability of the instrument shall be taken based on parameter assessment (rather than on the measurement result) as the most probable value. The method of evaluation of dynamic parameters by means of mathematical filtering by quadratic criterion with application of recursive Kalman filter is proposed. The advantage of such filter is the stability of assessment error, when the interval between the measurements is increased, as well as the fact that optimal assessment is orthogonal to the assessment error vector. The algorithm (formulas) of calculation of optimal parameter assessment with minimum dispersion in its measurement results is presented.*

**Key words:** measurement result, parameter assessment, dynamic parameter, multiplicative error, optimal assessment criterion, Kalman filter, test results processing algorithm.

### References

1. GOST 19919-74. Automated control of the technical condition of aviation equipment. Terms and definitions : approved and introduced by the Decision of the State Committee for Standards of the Council of Ministers of the USSR of July 12, 1974 N. 1674 from 01.07.1975 to 01.07.1980: date of introduction: 01.07.1975. – Moscow : Standards Publishing House, 1974. – 12 p. [1].
2. Sage E., Mells J. The theory of assessment and its application in communication and management / E. Sage, J. Mells; translation from English edited by professor B. R. Levin. Moscow : Communications, 1976 – 496 p.

*Aleksei Petrovich Sarychev, Doctor of Technical Sciences (D. Sc.),  
First Deputy Director General for Nuclear Power Engineering and Electromechanics.  
(JC «VNIEM Corporation»).*

*Yuri Moiseevich Inkov, Doctor of Technical Sciences (D. Sc.),  
Professor Moscow Institute of Transport Engineering (MIIT).  
(Federal State Independent Higher Educational Institution «Russian University of Transport»).*

*Yuri Nikolaevich Cherkasov, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Test Engineer.  
Aleksandr Valerevich Rogoza, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.),  
Head of Research and Production Center, tel.: +7 (495) 366-04-79.  
(JC «VNIEM Corporation»).*