

МЕТОДИКА ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ СИНХРОННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДВИГАТЕЛЯ С ДВУМЯ ИНДУКТОРАМИ РОТОРА

К. С. Осикова, А. Б. Захаренко

С использованием метода полного факторного математического эксперимента и ранее апробированной методики поверочного расчета электрической машины с двумя индукторами создана методика оптимального проектирования мотор-колеса. Независимыми переменными являлись: высота ярма ротора, высота постоянного магнита, ширина зубца статора, величина воздушного зазора. Функцией цели был пусковой момент. Применение этой методики позволило увеличить пусковой момент на 18% без увеличения габаритов мотор-колеса за счет оптимального распределения площади паза между сталью сердечника и медью обмотки. Получено, что для исследуемой электромашины с дробной обмоткой из рассмотренных независимых переменных наиболее сильно влияют на увеличение пускового момента уменьшение воздушного зазора и увеличение ширины зубца статора.

Ключевые слова: электрическая машина, мотор-колесо, полный факторный эксперимент.

Электрические машины с возбуждением от постоянных магнитов и двумя индукторами (ЭМДИ) часто применяются в качестве мотор-колес для привода транспортных средств [1]. Наличие двух индукторов ротора позволяет увеличить магнитный поток, сцепленный с обмоткой якоря, и в конечном итоге увеличить вращающий момент по сравнению с машиной с одним (внутренним или внешним) индуктором. Представляет интерес оптимальное проектирование такой машины с целью максимизации пускового момента.

Целью данной работы является создание методики оптимального проектирования ЭМДИ с использованием метода планирования эксперимента и математической модели поверочного расчета, где функцией цели является пусковой момент.

Задачи работы:

- выбор методики оптимального проектирования;
- выбор и описание аргумента методики оптимального проектирования – методики поверочного расчета;
- формирование матрицы факторного эксперимента;
- анализ адекватности полученных результатов;
- получение и анализ полинома для функции цели.

В качестве методики оптимального проектирования выбран метод планирования эксперимента. В работе [2] показано, что полный факторный эксперимент (ПФЭ) позволяет получить полином, описывающий поведение функции цели с достаточной точностью при изменении независимых переменных в диапазоне не более $\pm 20\%$. В диапазоне $\pm 40\%$ эксперимент проводится по ортогональному плану второго порядка, отличающемуся от ПФЭ существенно большим числом испытаний. Независимые переменные ПФЭ, их базовый уровень и шаг варьирования приведены в табл. 1.

Кодированные значения факторов определяют по формуле:

$$X_i = (x_i - x_6) / \Delta_6. \quad (1)$$

Таблица 1

Значения независимых переменных

Независимые переменные	Базовый уровень $x_6(0)$, мм	Шаг варьирования Δ_6	Нижний уровень (-1)	Верхний уровень (+1)
$x_1 = h_a$	4	0,5	3,5	4,5
$x_2 = h_m$	4	0,5	3,5	4,5
$x_3 = b_z$	8	1	7	9
$x_4 = \delta$	1	0,1	0,9	1,1

Математическая модель поверочного расчета

Аргументом методики оптимального проектирования является математическая модель поверочного расчета ЭМДИ, к которой проводится большое число обращений в соответствии с матрицей ПФЭ. Поэтому эта математическая модель должна обеспечивать быстрое получение адекватного результата (пускового момента). С этой целью выбрана математическая модель на основе схемы замещения магнитной цепи, подробно описанная в работе [1]. Остановимся лишь на основных положениях математической модели поверочного расчета ЭМДИ.

По эскизу магнитной системы (рис. 1) построена схема замещения магнитной цепи на два полюса, определяемая наиболее вероятными путями распределения магнитного потока (рис. 2). На рис. 1 обозначены (линейные размеры в метрах, угловой – в градусах): D_i – внутренний диаметр сердечника статора; τ_a, τ – полюсные деления внешнего и внутреннего индукторов; b_{ma}, b_m – ширина магнитов внешнего и внутреннего индукторов; h_a – высота ярма; h_m – высота магнита; h_z – высота зубца статора; σ – величина воздушного зазора; $b_{ш}$ – ширина шлица паза статора; $h_{ш}$ – высота шлица паза статора; b_1 и b_2 – внутренний и внешний размер паза статора; h_2 – высота паза статора; γ – угол наклона зубцового накопечника. На схеме замещения (рис. 2) введены следующие обозначения: F_m, F_{ma} – магнитодвижущие силы (МДС) постоянных магнитов; $R_\delta, R_{\delta a}$ – магнитные сопротивления внутреннего и внешнего рабочих зазоров; R_z – магнитное сопротивление зубца якоря; R_m, R_{mi} – магнитные сопротивления внутреннего и внеш-

него индукторов; R_{sm}, R_{sma} – магнитные сопротивления рассеяния внутреннего и внешнего индукторов; $R_{ся}$ – магнитные сопротивления рассеяния зубцов якоря; Φ_r, Φ_{ra} – магнитные потоки внутреннего и наружного индукторов; $\Phi_{рез}, \Phi_{реза}$ – результирующие магнитные потоки внутреннего и наружного рабочих воздушных зазоров.

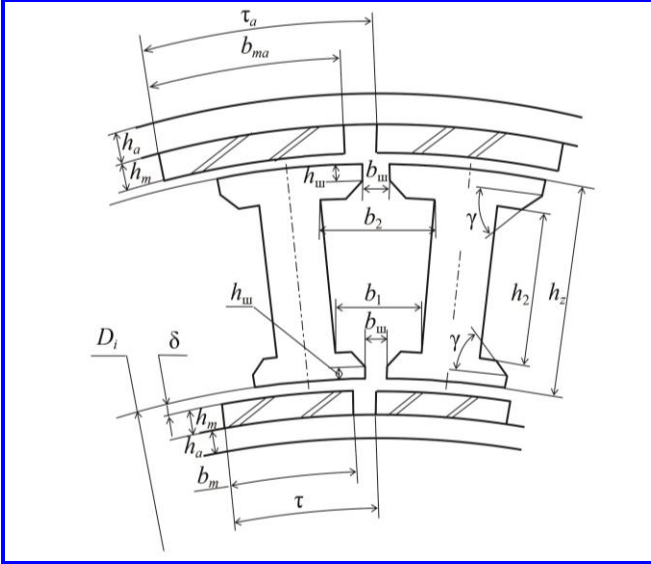


Рис. 1. Эскиз магнитной системы электрической машины с возбуждением от постоянных магнитов и двумя индукторами и ее основные размеры

Исходя из расчета схемы замещения (рис. 2) с использованием законов Кирхгофа найдены результирующие магнитные потоки:

$$\Phi_{рез} = \left[\frac{2F_m R_{ся} \left(1 + \frac{2R_{ma} + R_{aa}}{R_{sma}} \right)}{2R_{\delta a} + R_z + R_{ся} + (R_{sma} + 2R_{\delta a} + R_z + R_{ся}) \frac{2R_{ma} + R_{aa}}{R_{sma}}} \right]; \quad (2)$$

$$\Phi_{рез} = \frac{2R_{\delta} + R_z + R_{ся} + (R_{sm} + 2R_{\delta} + R_z + R_{ся}) \frac{2R_m + R_a}{R_{sm}} - R_{ся}^2 \left(1 + \frac{2R_m + R_a}{R_{sm}} \right) \left(1 + \frac{2R_{ma} + R_{aa}}{R_{sma}} \right)}{2R_{\delta a} + R_z + R_{ся} + (R_{sma} + 2R_{\delta a} + R_z + R_{ся}) \frac{2R_{ma} + R_{aa}}{R_{sma}}}$$

$$\Phi_{реза} = \frac{\Phi_{рез} R_{ся} \left(1 + \frac{2R_{ma} + R_{aa}}{R_{sma}} \right) + 2F_{ma}}{2R_{\delta a} + R_z + R_{ся} + (R_{sma} + 2R_{\delta a} + R_z + R_{ся}) \frac{2R_{ma} + R_{aa}}{R_{sma}}}; \quad (3)$$

$$\Phi_r = \frac{1}{R_{sm}} \left[\Phi_{рез} (R_{sm} + 2R_{\delta} + R_z + R_{ся}) - \Phi_{реза} R_{ся} + F_a \right]; \quad (4)$$

$$\Phi_{ra} = \frac{1}{R_{sma}} \left[\Phi_{реза} (R_{sma} + 2R_{\delta a} + R_z + R_{ся}) - \Phi_{рез} R_{ся} \right]. \quad (5)$$

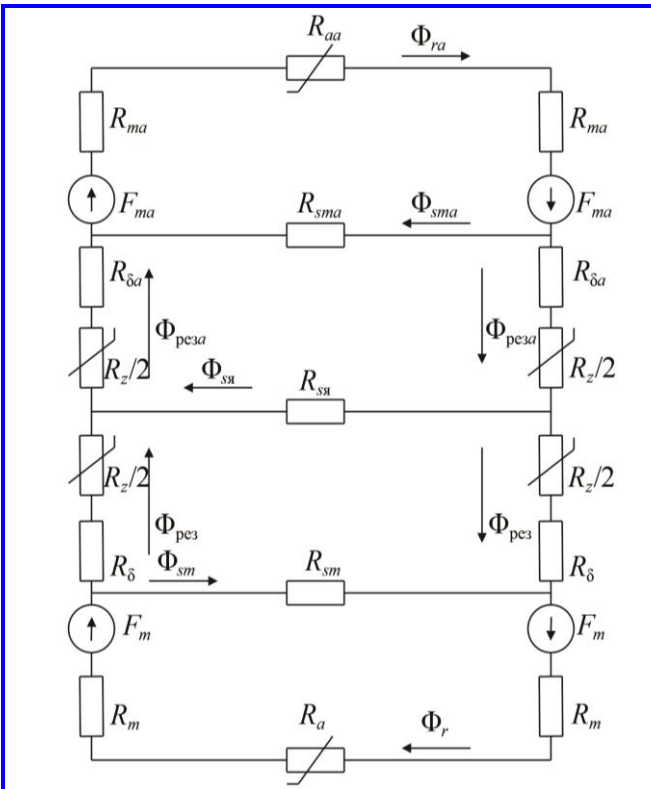


Рис. 2. Схема замещения магнитной цепи в режиме нагрузки на два полюса

Практическое применение формул (2) – (5) затрудняется тем, что в них входят нелинейные элементы: МДС постоянных магнитов ($F_m = \xi_1(\Phi_r)$) и $F_{ma} = \xi_2(\Phi_{ra})$) и магнитные сопротивления стальных участков ($R_z = \xi_3(\Phi_{рез}, \Phi_{реза})$, $R_a = \xi_4(\Phi_r)$, $R_{aa} = \xi_5(\Phi_{ra})$). Однако эта кажущаяся трудность может быть легко преодолена методом последовательных приближений. При этом кривую размагничивания постоянных магнитов удобно аппроксимировать полиномом.

По найденным потокам магнитов внутреннего и наружного индукторов Φ_r, Φ_{ra} (4) – (5) находим индукции в ярмах. По кривой намагничивания для ярма определяем соответствующие напряженности H_a, H_{aa} и находим МДС:

$$F_a = H_a \frac{\pi(D_i - 2\delta - 2h_m - h_a)}{2p}; \quad (6)$$

$$F_{aa} = H_{aa} \frac{\pi(D_i + 2h_z + 2\delta + 2h_m + h_a)}{2p}; \quad (7)$$

$$R_a = F_a / \Phi_r; \quad (8)$$

$$R_{aa} = F_{aa} / \Phi_{ra}. \quad (9)$$

По результирующим потокам $\Phi_{рез}$, $\Phi_{реза}$ находим индукции в зазорах и зубцах:

$$B_{\delta} = \frac{\Phi_{рез}}{\alpha_{\delta} \tau l_{\delta}}; \quad (10)$$

$$B_{\delta a} = \frac{\Phi_{реза}}{\alpha_{\delta a} \tau_a l_{\delta}}; \quad (11)$$

$$B_z = \frac{B_{\delta} t_z}{k_{Fe} b_z}. \quad (12)$$

По кривой намагничивания для зубцов определяем напряженность H_z , находим МДС зубца и его магнитное сопротивление:

$$F_z = H_z h_z; \quad (13)$$

$$R_z = F_z / \Phi_{рез}. \quad (14)$$

ЭДС определяется по традиционной формуле:

$$E = \frac{\pi \sqrt{2} \Phi_{рез,ср} f w_{\Phi} k_w}{k_{\Phi}}, \quad (15)$$

где $\Phi_{рез,ср} = 0,5(\Phi_{рез} + \Phi_{реза})$ – усредненный результирующий поток; k_{Φ} – коэффициент формы поля; k_w – обмоточный коэффициент; w_{Φ} – число последова-

тельно соединенных витков в фазе обмотки; f – частота тока якоря.

Далее по широко известным формулам находим потребляемую из сети электрическую мощность P_1 , мощность на валу P_2 и функцию цели – вращающий момент на валу $M = 30P_2/(\pi n)$, где n – частота вращения ротора ЭМДИ, об/мин.

Описанная методика была использована для проектирования целого ряда электрических машин [1], ее максимальная погрешность не превышает 5 – 7 %.

Полный факторный эксперимент

С использованием вышеописанной математической модели сформирована матрица ПФЭ (табл. 2). Варьирование независимых переменных приводит к изменению результирующего магнитного потока $\Phi_{рез,ср}$, а также пускового момента $M_{п}$ и частоты вращения холостого хода $n_{хх}$, поэтому значения $M_{п}$ и $n_{хх}$ приведены в табл. 2 для каждого эксперимента. Число численных экспериментов ПФЭ составляет $2^4 = 16$, при этом удобно кодировать номер численного опыта (от нуля до пятнадцати) в двоичной системе и в соответствии с этим выбирать сочетания факторов (табл. 2). Например, в восьмом эксперименте $8_{10} = 1000_2$ кодированные значения переменных равны $X_1 = +1$, $X_2 = -1$, $X_3 = -1$, $X_4 = -1$ (единица так и осталась единицей в двоичной системе, -1 уподоблена нулю в двоичной системе).

Таблица 2

Матрица полного факторного эксперимента

№	Кодированные значения факторов				Значения независимых переменных				Зависимая переменная	Функция цели y_i	$n_{хх}$, об/мин
	X_1	X_2	X_3	X_4	h_a , мм	h_m , мм	b_z , мм	δ , мм			
00	-1	-1	-1	-1	3,5	3,5	7	0,9	0,75	57,8	73,4
01	-1	-1	-1	+1	3,5	3,5	7	1,1	0,75	55,6	76,4
02	-1	-1	+1	-1	3,5	3,5	9	0,9	0,67	44,2	72,3
03	-1	-1	+1	+1	3,5	3,5	9	1,1	0,67	42,3	76,4
04	-1	+1	-1	-1	3,5	4,5	7	0,9	0,75	58,6	72,3
05	-1	+1	-1	+1	3,5	4,5	7	1,1	0,75	55,6	74,5
06	-1	+1	+1	-1	3,5	4,5	9	0,9	0,67	44,8	71,3
07	-1	+1	+1	+1	3,5	4,5	9	1,1	0,67	43,0	74,9
08	+1	-1	-1	-1	4,5	3,5	7	0,9	0,75	60,1	70,7
09	+1	-1	-1	+1	4,5	3,5	7	1,1	0,75	57,6	73,8
10	+1	-1	+1	-1	4,5	3,5	9	0,9	0,67	46,1	69,7
11	+1	-1	+1	+1	4,5	3,5	9	1,1	0,67	43,9	73,3
12	+1	+1	-1	-1	4,5	4,5	7	0,9	0,75	61,1	69,8
13	+1	+1	-1	+1	4,5	4,5	7	1,1	0,75	58,6	72,3
14	+1	+1	+1	-1	4,5	4,5	9	0,9	0,67	46,8	68,7
15	+1	+1	+1	+1	4,5	4,5	9	1,1	0,67	44,8	72,3
16	0	0	0	0	4	4	8	1	0,71	51,7	71,3

В качестве базового варианта (№ 16, нулевой уровень кодированных факторов) выбран вариант моментного ЭМДИ, выпускаемый ЗАО «Инкар-М» (г. Королёв, Московская область) для привода электрического скутера и инвалидного кресла-коляски КАР-4 в качестве мотор-колеса.

Во всех рассмотренных вариантах длина воздушного зазора ЭМДИ $l_\delta = 33$ мм, $D_i = 180$ мм, $D_a = 230$ мм, число зубцов $Z = 27$, число полюсов $2p = 24$, обмотка трехфазная $m = 3$, число пазов на полюс и фазу дробное $q = 3/8$, число проводников в пазу $S_{\text{п}} = 288$. Согласно плану ПФЭ производится варьирование независимых переменных. Единственная зависящая переменная – диаметр голого провода обмотки статора – выбирается из сортамента исходя из ограничителя, коэффициента заполнения паза статора $k_{\text{зп}} \leq 0,61$. Следует отметить, что обычно этот коэффициент задается $k_{\text{зп}} \leq 0,72$. Выбранное малое значение $k_{\text{зп}}$ определяется тем, что при нем осуществляется рядная намотка обмоточного провода на зубец статора. Таким образом, исходя из выбранного значения $k_{\text{зп}}$ осуществляется расчет диаметра голого провода обмотки статора d_r .

Анализ адекватности полученных результатов

Проведем анализ функции цели ПФЭ (табл. 2), где наилучший пусковой момент получен в эксперименте № 12 ($y_{\text{imax}} = 61,1$ Н·м). Частота питающего напряжения рассматриваемого ЭМДИ f изменяется в пределах от 0 до 30 Гц, поэтому потери в стали невелики. Определяющую роль играют потери в меди обмотки якоря. В отличие от плавного изменения сечения участков магнитной системы изменение диаметра провода обмотки якоря происходит дискретно, так как диаметр выбирается из сортамента выпускаемых проводов. Исходя из вышперечисленного, по результатам проведенного математического эксперимента получается, что на улучшение пускового момента сильнее влияет увеличение тока обмотки якоря, чем увеличение магнитного потока (см. варианты № 4 и № 12). Увеличение пускового момента по сравнению с базовым вариантом на 18% достигается при увеличении сечения ярма, утолщении магнита, но при снижении сечения зубца (см. вариант № 12). Последнее приводит к увеличению площади паза для размещения провода большего диаметра (d_r увеличен с 0,71 до 0,75 мм). А при увеличении сечения ярма, утолщении магнита и увеличении сечения зубца приходится уменьшать диаметр обмоточного провода до 0,67 мм, это приводит к снижению пускового момента на 10 – 15 %. Сравнение вариантов № 4 и № 13 говорит о том, что увеличение воздушного

зазора с 0,9 до 1,1 мм (на 22%) практически компенсируется увеличением высоты ярма на 7,7% (с 3,5 до 4,5 мм), так как длина силовой линии магнитного потока в ярме эквивалентно длиннее воздушного зазора δ . Проведенный анализ функции цели в матрице ПФЭ говорит об адекватности полученных результатов.

Изменение пускового момента $M_{\text{п}}$ приводит также к изменению частоты вращения холостого хода $n_{\text{хх}}$ примерно на 5% вверх и вниз от базового значения. Это изменение несущественно, так как при холостом ходе двигатель мотор-колеса никогда не работает.

Полином полного факторного эксперимента

Важной задачей ПФЭ является получение полинома для функции цели, имеющего вид:

$$y = B_0 + B_1X_1 + \dots + B_4X_4 + \dots + B_{12}X_1X_2 + \dots + B_{34}X_3X_4 + B_{123}X_1X_2X_3 + \dots + B_{234}X_2X_3X_4 + B_{1234}X_1X_2X_3X_4, \quad (16)$$

где коэффициенты B определяются по формулам вида:

$$B_j = \frac{\sum_{i=1}^{16} y_i X_{ij}}{16}. \quad (17)$$

Расчетные значения коэффициентов полинома (16) приведены в табл. 3. Наиболее значимыми из них являются B_1, B_3, B_4 .

Таблица 3

Коэффициенты полинома полного факторного эксперимента

B_0	B_1	B_2	B_3	B_4	
51,269	1,031	0,319	-6,781	-1,169	
B_{12}	B_{13}	B_{14}	B_{23}	B_{24}	B_{34}
0,056	-0,119	-0,056	0,044	0,019	0,181
B_{123}	B_{234}	B_{1234}			
-0,019	0,106	-0,006			

С учетом наиболее значимых коэффициентов (табл. 3) и (1) получаем упрощенный полином:

$$M_{\text{п}} \approx 108,969 + 2,062h_a + 6,781b_z - 11,69\delta. \quad (18)$$

Из (18) следует, что увеличение высоты ярма h_a и ширины зубца b_z , уменьшение воздушного зазора δ ведут к увеличению пускового момента, что вполне очевидно. Новым является существенно большее (в 3,3 раза) влияние увеличения ширины зубца, чем высоты ярма. Это объясняется малой длиной силовой линии магнитного потока в ярме для машины с дробным числом пазов на полюс и фазу. Высота постоянного магнита h_m меньше других влияет на пусковой момент.

Выводы

1. Создана методика оптимального проектирования ЭМДИ с использованием метода планирования эксперимента и математической модели поверочного расчета, где функцией цели является пусковой момент.

2. Применение этой методики позволило увеличить пусковой момент на 18% без увеличения габаритов ЭМДИ за счет оптимального распределения площади паза между сталью сердечника и медью обмотки.

3. Для ЭМДИ с дробной обмоткой из рассмотренных факторов наиболее сильно влияют на уве-

личение пускового момента уменьшение воздушного зазора и увеличение ширины зубца статора.

Литература

1. Лопухина Е. М. Новый тихоходный вентильный двигатель с постоянными магнитами для мотор-колес / Е. М. Лопухина, Г. А. Семенчуков, А. Ф. Авдонин [и др.] // Электричество. – 2000. – № 6. – С. 54–60.

2. Асатурян В. И. Теория планирования эксперимента : учебное пособие для вузов / В. И. Асатурян. – Москва : Радио и связь, 1983. – 248 с.: ил.

Поступила в редакцию 07.08.2023

*Кристина Сергеевна Осикова, научный сотрудник,
т. 8 (495) 366-54-24, e-mail: otdel18@mcc.vniiem.ru.*

*Андрей Борисович Захаренко, доктор технических наук, доцент,
начальник отдела, т. 8 (495) 366-26-44, e-mail: otdel18@mcc.vniiem.ru.
(АО «Корпорация «ВНИИЭМ»).*

METHOD OF OPTIMAL DESIGN OF SYNCHRONOUS ELECTRIC MOTOR WITH TWO ROTOR INDUCTORS

K. S. Osikova, A. B. Zakharenko

The method of optimal design of motor-wheel was developed using the method of complete factorial mathematical experiment and previously proven procedure of checking calculation of the electric machine with two inductors. Independent variables were: Height of the motor yoke, height of permanent magnet, width of stator tooth, air-gap distance. Objective function was the starting torque. Application of the present method allowed increasing the starting torque by 18% without increasing the motor-wheel dimensions owing to the optimal square allocation of the groove between core steel and winding copper. Therefore, among the considered independent variables the decrease of air gap and increase of stator tooth width have the greatest impact on the increase of starting torque of the considered electric machine with fractional winding.

Key words: electric machine, motor-wheel, complete factorial experiment.

References

1. Lopukhina E. M. New low-speed thyristor motor with fixed magnets for motor-wheels / E. M. Lopukhina, G. A. Semenchukov, A. F. Avdonin [et. all] // Electricity. – 2000. – No. 6. – 54 – 60 p.

2. Asaturyan V. I. Experiment planning theory: textbook for universities / V. I. Asaturyan. – Moscow: Radio i Svyaz, 1983 – 248 p.: il.

*Kristina Sergeevna Osikova, Researcher, t. 8 (495) 366-54-24.
Andrei Borisovich Zakharenko, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor,
Head of Department, t. 8 (495) 366-26-44.
E-mail: otdel18@mcc.vniiem.ru
(JC «VNIEM Corporation»).*