

## КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

В.И. Шабуневич  
(ФГУП «НПП ВНИИЭМ»)

*Рассмотрено конечно-элементное моделирование простейших конструкций из профилей замкнутого и незамкнутого поперечных сечений. Сделано сравнение результатов модальных расчетов этих конструкций с помощью комплекса PATRAN-NASTRAN для их балочных и оболочечных моделей.*

**Ключевые слова:** конечные элементы, балки, оболочки, замкнутое и незамкнутое поперечное сечение, собственная частота.

При создании конечно-элементных моделей рамных конструкций космических аппаратов, шкафов для электростанций и других подобных изделий часто используются балочные элементы, как наиболее простые и позволяющие значительно снижать время создания моделей и последующих расчетов по ним. Всегда ли правомочен такой подход? В данной работе на примере простейших тонкостенных стержневых конструкций проводится сравнение результатов модальных расчетов этих конструкций с помощью комплекса PATRAN-NASTRAN для их балочных и оболочечных моделей [1, 2].

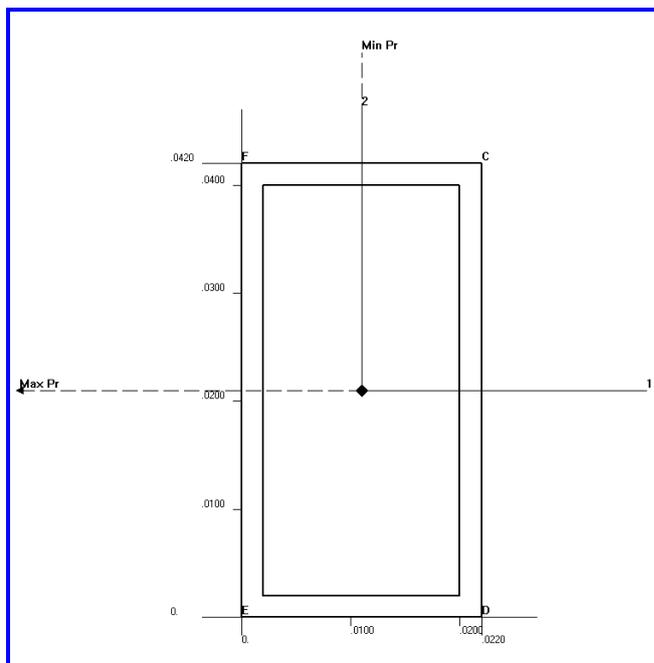
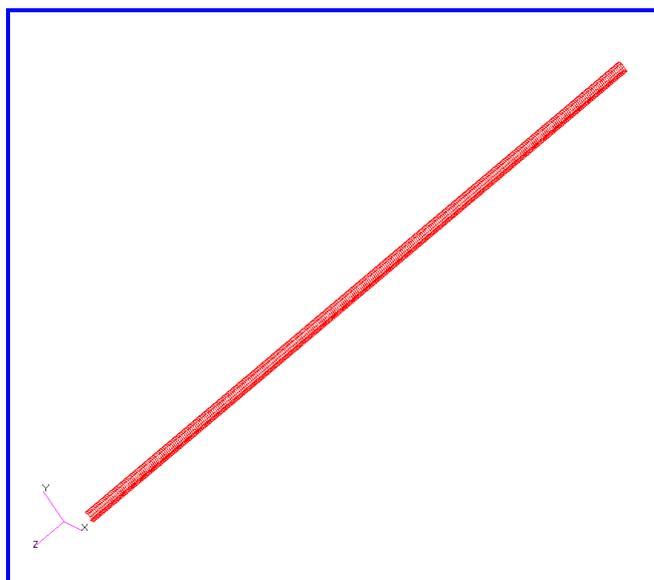
Известно [3], что «свободные колебания тонкостенного стержня с открытым недеформируемым в плоскости поперечного сечения профилем произвольного очертания» определяются системой из четырех дифференциальных уравнений, в которой «первым уравнением независимо от остальных трех уравнений, вместе с граничными и начальными условиями определяются продольные колебания стержня. Остальные три уравнения образуют в общем случае совокупную симметрично построенную систему, определяющую вместе с граничными и начальными условиями поперечные изгибно-крутильные колебания стержня».

Сравнение собственных частот балочной и оболочечной конечно-элементных моделей отдельного профиля замкнутого коробчатого сечения (рис. 1) показывает их практическое совпадение (табл. 1).

Таблица 1

**Собственные частоты (Гц) коробочки  
42×22×2 мм длиной  $L = 2,0$  м**

№	Форма колебаний	Балки	Оболочки
1	Изгиб, 2 узла, XOZ	39,4	39,2
2	Изгиб, 2 узла, YOZ	66,4	66,2
3	Изгиб, 3 узла, XOZ	108,2	107,8
4	Изгиб, 3 узла, YOZ	182,2	181,4
5	Изгиб, 4 узла, XOZ	211,1	210,0
6	Изгиб, 4 узла, YOZ	355,1	352,9
7	Изгиб, 5 узлов, XOZ	346,8	344,3
8	Изгиб, 5 узлов, YOZ	514,1	577,4



**Рис. 1. Коробочка длиной  $L = 2,0$  м с поперечным сечением 42×22×2 мм**

Сравнение собственных частот балочной и оболочечной конечно-элементных моделей отдельного профиля незамкнутого сечения (рис. 2) показывает их значительное отличие (табл. 2). В балочной модели отсутствуют крутильные частоты и, вследствие этого, величины изгибных частот в плоскости несимметрии значительно выше соответствующих частот оболочечной модели.

Далее рассмотрено соединение двух профилей незамкнутого сечения (рис. 3): в балочной модели путем слияния профилей; в оболочечной модели с помощью накладки и связей MPC типа RBE2. Сравнение собственных частот моделей (табл. 3) показывает упомянутые в предыдущем случае различия: в балочной модели отсутствуют крутильные

частоты, и величины изгибных частот в плоскости несимметрии профилей значительно выше соответствующих частот оболочечной модели.

При рассмотрении «лестницы» из профилей замкнутого коробчатого сечения (рис. 4) все частоты балочной и оболочечной модели по величине практически совпадают (табл. 4).

В случае «лестницы» из профилей незамкнутого сечения (рис. 5) все частоты балочной модели по величине больше частот оболочечной модели с накладками (особенно в плоскости несимметрии). Кроме того, в оболочечной модели появляются частоты перегиба «лестницы» в плоскости несимметрии и частоты закручивания стоек (табл. 5).

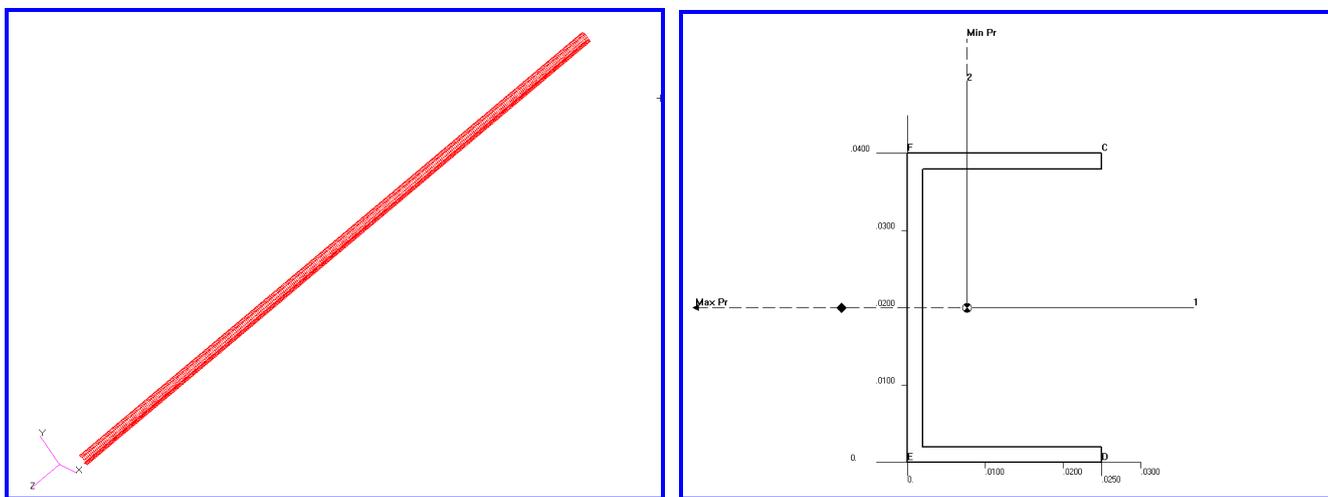


Рис. 2. Швеллер длиной  $L = 2,6$  м и его поперечное сечение

Таблица 2

Собственные частоты (Гц) швеллера длиной  $L = 2,6$  м

№	Форма колебаний	Балки	Оболочки	Тело
			*/**	***
1	Изгиб, 2 узла, $XOZ$	20,8	21,7/21,7	20,2
2	Изгиб, 2 узла, $YOZ$	42,0	40,1/40,1	38,6
3	Кручение, 1 узел	–	44,2/45,1	44,6
4	Изгиб, 3 узла, $XOZ$	57,4	59,6/59,6	55,7
5	Изгиб, 3 узла, $YOZ$	115,4	90,3/90,7	89,0
6	Кручение, 2 узла	–	99,8/101,7	99,1
7	Изгиб, 4 узла, $XOZ$	112,4	116,7/116,7	109,1
8	Изгиб, 4 узла, $YOZ$	224,8	144,5/145,6	143,6
9	Кручение, 4 узла	–	346,7/351,7	333,7
10	Изгиб, 5 узлов, $XOZ$	185,4	192,3/188,1	179,9
11	Изгиб, 5 узлов, $YOZ$	368,5	211,1/214,0	208,5
12	Кручение, 5 узлов	–	546,2/553,2	527,9
13	Изгиб, 6 узлов, $XOZ$	276,4	266,2/266,2	268,0
14	Изгиб, 6 узлов, $YOZ$	544,8	263,7/266,1	261,1
15	Кручение, 6 узлов	–	782,6/791,7	750,4

\* – 2211 узлов и 1600 элементов Quad4

\*\* – 7619 узлов и 6400 элементов Quad4

\*\*\* – 34499 узлов и 16088 элементов Tet10

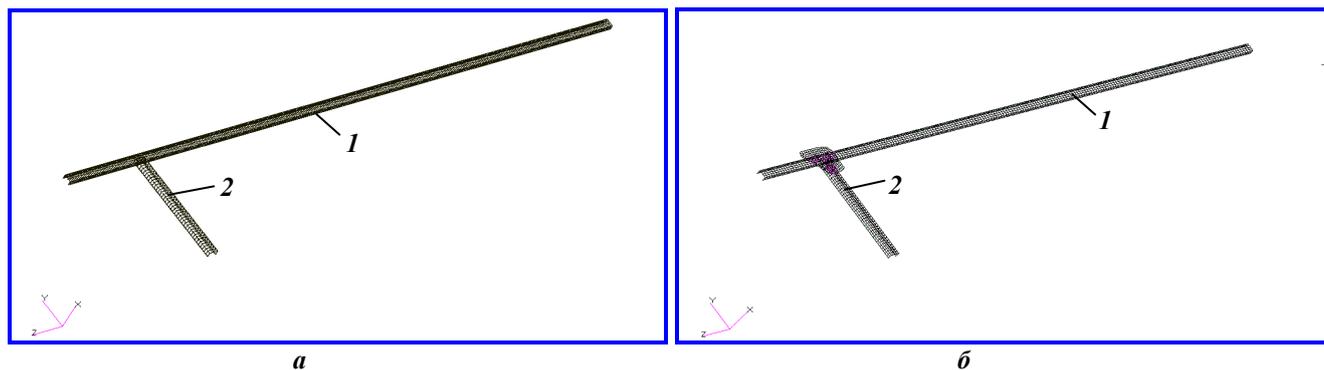


Рис. 3. Соединение двух швеллеров длиной  $L = 2,6$  м (а) и  $L = 0,54$  м (б): а – балочная модель; б – оболочечная модель

Таблица 3

Собственные частоты (Гц) соединения двух швеллеров длиной  $L = 2,6$  м (1) и  $L = 0,54$  м (2)

№	Форма колебаний	Балки	Оболочки	Тела, RBE2
1	Изгиб, (1) 2 узла, XOZ	20,6	20,9	20,0
2	Изгиб, (1) 2 узла, YOZ	37,0	39,7	37,3
3	Кручение, (1) 1 узел	–	25,4	44,3
4	Качание, (2) YOZ	–	21,9	–
5	Изгиб, (1) 3 узла, XOZ	57,4	59,4	55,6
6	Изгиб, (1) 3 узла, YOZ	89,3/161,3	92,4	88,9
7	Кручение, (1) 2 узла	–	79,8	98,8
8	Изгиб, (1) 4 узла, XOZ	111,2	114,6	108,2
9	Изгиб, (1) 4 узла, YOZ	259,2	144,3	142,7
10	Кручение, (1) 3 узла	–	120,0	180,5
11	Изгиб, (1) 5 узлов, XOZ	179,4	175,9/185,1	176,0
12	Изгиб, (1) 5 узлов, YOZ	348,7	209,8	206,7
13	Кручение, (1) 4 узла	–	–	334,1
14	Кручение, (2) 1 узел	–	107,0/315,6	227,5
15	Изгиб, (1) 6 узлов, XOZ	261,3/344,3	262,9	258,8
16	Изгиб, (1) 6 узлов, YOZ	499,4	234,3/295,5	253,7
17	Изгиб, (1) 7 узлов, XOZ	401,5	378,9	353,0
18	Изгиб, (1) 7 узлов, YOZ	702,1	335,8	324,1
19	Изгиб, (2) XOY, кручение (1)	–	351,3	390,6
20	Изгиб, (3), кручение (1)	–	448,8/548,1	414,7
21	Изгиб, (1) 8 узлов, XOZ	510,1	511,6	–
22	Изгиб, (1) 8 узлов, YOZ	955,8	419,2	423,6
23	Изгиб, (2) YOZ	–	473,3	455,5

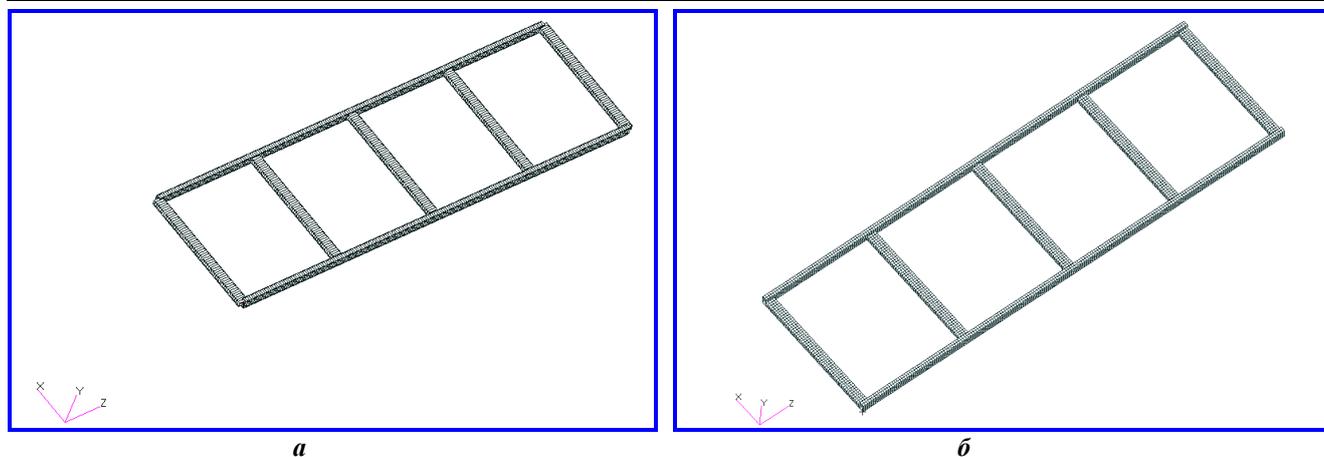
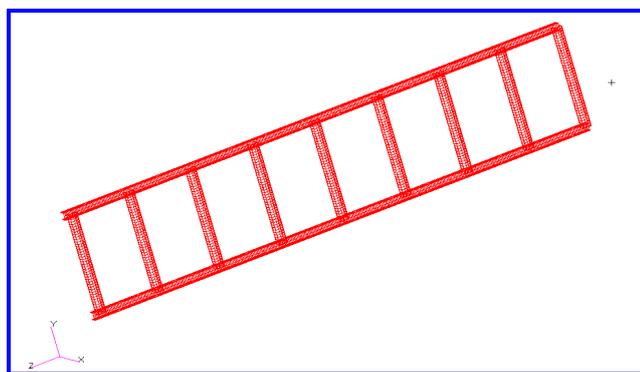


Рис.4 Соединение двух коробочек длиной  $L = 2,0$  м и пяти  $L = 0,58$  м («лестница»): а – балочная модель; б – оболочечная модель

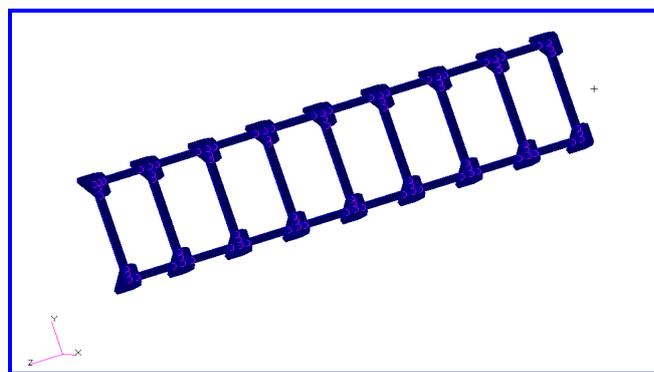
Таблица 4

Собственные частоты (Гц) соединения двух коробочек длиной  $L = 2,0$  м и пяти  $L = 0,58$  м («лестница»)

№	Форма колебаний	Балки	Оболочки
1	Изгиб, 2 узла, $XOZ$	85,9	72,3
2	Изгиб, 2 узла, $YOZ$	43,2	44,5
3	Кручение, 1 узел	40,8	37,7
4	Изгиб, 3 узла, $XOZ$	104,6/143,4	125,9
5	Изгиб, 3 узла, $YOZ$	113,6/368,0	115,9/334,1
6	Кручение, 2 узла	96,3	89,2
7	Перекося, $XOZ$	–	85,9
8	Изгиб, 4 узла, $XOZ$	171,4	168,0
9	Изгиб, 4 узла, $YOZ$	195,9/465,2	187,2/424,0
10	Кручение, 3 узла	183,1	180,1
11	Изгиб, $XOY$	250,2/275,1	235,8/266,2
12	Изгиб, $XOY$ и $YOZ$ , 2 узла	315,7	295,1
13	Изгиб, 5 узлов, $XOZ$	469,3	414,3
14	Изгиб, 5 узлов, $YOZ$	–	–
15	Кручение, 4 узла	301,7	306,5
16	Бочки, $XOZ$	308,1/329,3 379,3/422,9	309,4/333,8 375,4/398,0
17	Кручение, 5 узлов	540,5	549,4



а



б

Рис. 5. Соединение двух швеллеров длиной  $L = 2,6$  м и девяти  $L = 0,54$  м («лестница»): а – балочная модель; б – оболочечная модель

Таблица 5

Собственные частоты (Гц) соединения двух швеллеров длиной  $L = 2,6$  м и девяти  $L = 0,54$  м («лестница»)

№	Форма колебаний	Балки	Оболочки
1	Изгиб, 2 узла, $XOZ$	13,9	12,3
2	Изгиб, 2 узла, $YOZ$	111,2	27,7
3	Кручение, 1 узел	3,3	3,1
4	Перекося, $YOZ$	–	19,3
5	Изгиб, 3 узла, $XOZ$	38,4	33,8
6	Изгиб, 3 узла, $YOZ$	158,2	69,1
7	Кручение, 2 узла	18,8	15,8
8	Изгиб, 4 узла, $XOZ$	73,8	64,0
9	Изгиб, 4 узла, $YOZ$	>200,0	119,8
10	Кручение, 3 узла	49,3	41,1
11	Изгиб, 5 узлов, $XOZ$	115,7	96,2
12	Изгиб, 5 узлов, $YOZ$	>200,0	>145,0
13	Кручение, 4 узла	95,3	78,9
14	Закручивание стоек	–	117,6/125,2 130,8/141,8
15	Изгиб, 6 узлов, $XOZ$	154,4	121,5
16	Изгиб, 7 узлов, $XOZ$	179,3	137,6

При рассмотрении рамы из профилей замкнутого коробчатого сечения (рис. 6) все частоты балочной и оболочечной модели практически совпадают (табл. 6).

В случае коробчатой рамы из профилей незамкнутого сечения (рис. 7) все частоты балочной мо-

дели по величине существенно больше соответствующих частот оболочечной модели с накладками. И здесь также в оболочечной модели присутствуют частоты перекоса рамы в продольной плоскости и частоты закручивания стоек (табл. 7 – 9).

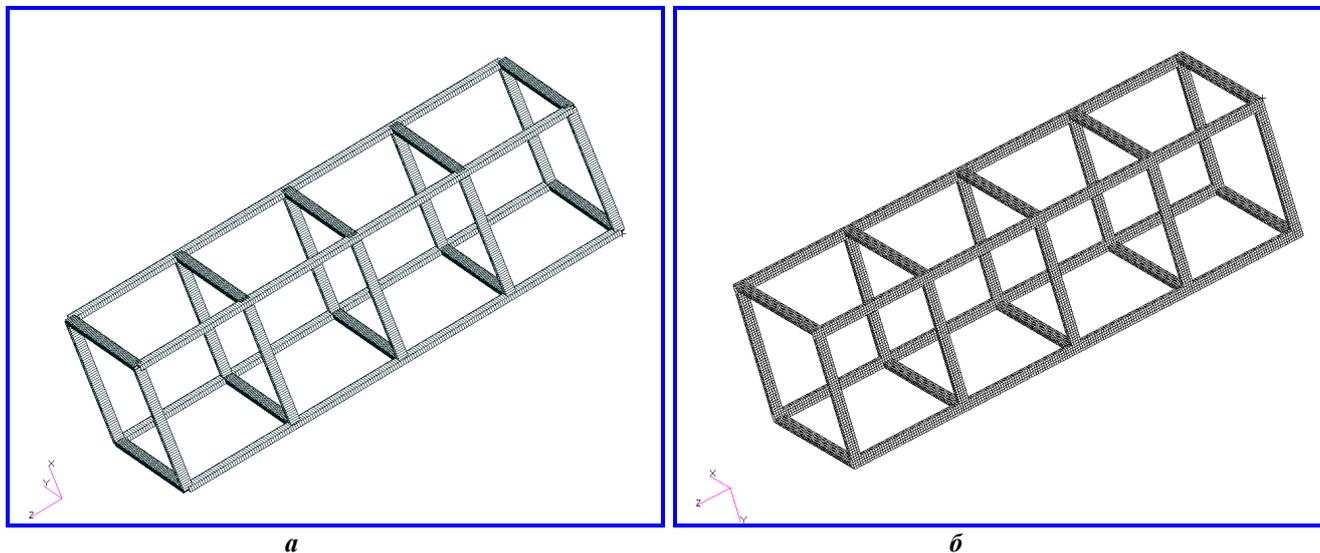


Рис. 6. Рама из четырех коробочек длиной  $L = 2,0$  м и двадцати  $L = 0,58$  м: *a* – балочная модель; *б* – оболочечная модель

Таблица 6

Собственные частоты (Гц) рамы из четырех коробочек длиной  $L = 2,0$  м и двадцати  $L = 0,58$  м

№	Форма колебаний	Балки	Оболочки
1	Изгиб, 2 узла, $XOZ$	69,8	60,0
2	Изгиб, 2 узла, $YOZ$	94,1	95,4
3	Кручение, 1 узел	47,4	-
4	Диагональ, $XOY$	86,0	37,8
5	Кручение, 1 и диагональ $XOY$	92,9	42,6/45,3
6	Изгиб, 3 узла, $XOZ$	114,1	102,8
7	Изгиб, 3 узла, $YOZ$	114,2/160,8	113,0/159,5
8	Кручение, 2 узла	98,3	85,7/118,5
9	Изгиб, 4 узла, $XOZ$	135,5	135,0
10	Изгиб, 4 узла, $YOZ$	207,0	193,5
11	Кручение, 3 узла	136,6/164,4/207,0	128,1/153,1/204,6
13	Кручение, 4 узла	173,4/260,7	170,5/269,8
14	Бочкообразность	211/219/236/254	197/207/226/264

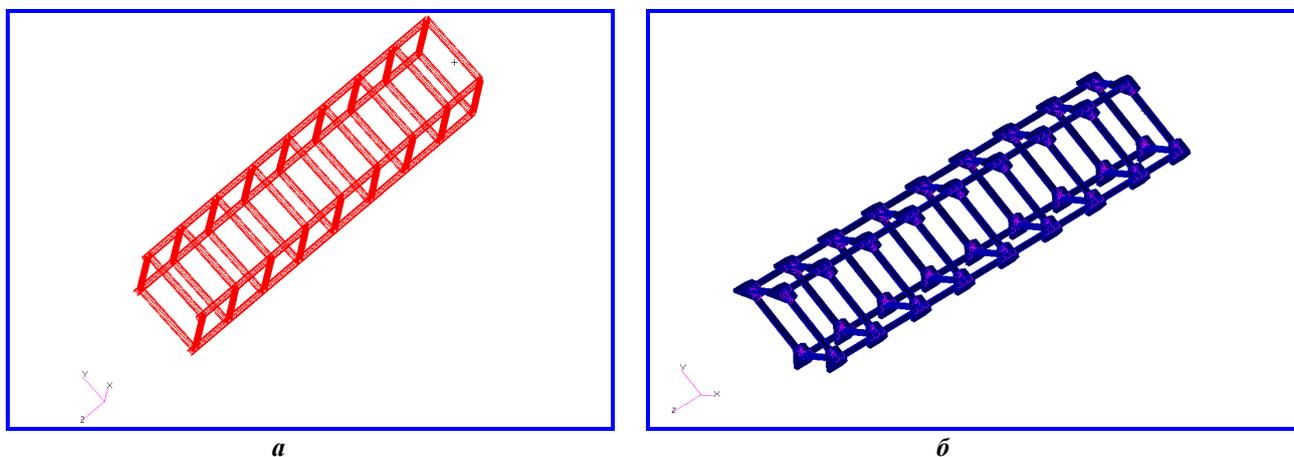


Рис. 7. Рама из четырех швеллеров длиной  $L = 2,6$  м и тридцати шести  $L = 0,54$  м; *a* – балочная модель; *б* – оболочечная модель

Таблица 7

Собственные частоты (Гц) рамы из четырех швеллеров  $L = 2,6$  м и тридцати шести  $L = 0,54$  м

№	Форма колебаний	Балки	Оболочки
1	Изгиб, 2 узла, $XOZ$	67,0/68,1	*/** 10,9/12,4
2	Изгиб, 2 узла, $YOZ$	89,2	22,6/25,3
3	Кручение, 1 узел	42,9	3,0/4,5
4	Перекося, $XOZ$	168,7	6,3/11,3
5	Изгиб, 3 узла, $XOZ$	92,4	28,5/29,3
6	Изгиб, 3 узла, $YOZ$	123,8	55,9/57,9
7	Кручение, 2 узла	118,0	26,5/33,3
8	Изгиб, 4 узла, $XOZ$	139,4	52,8/50,2
9	Изгиб, 4 узла, $YOZ$	>200	87,5/>82
10	Кручение, 3 узла	129,7/164,7	34,3/36,9
11	Закручивание стоек	–	84,8/69,0
12	Изгиб, 5 узлов, $XOZ$	>165	77,4/67,1
13	Изгиб, 5 узлов, $YOZ$	>165	–
14	Кручение, 4 узла	>165	62,9/62,1

\* – 31696 узлов и 26561 элемент Quad4

\*\* – 148504 узлов и 126313 элементов Quad4

Таблица 8

Собственные частоты (Гц) швеллера  $40 \times 20$  мм,  $L = 2,0$  м

№	Форма колебаний	Балки	Оболочки
1	Изгиб, 2 узла, $XOZ$	21,2	28,8
2	Изгиб, 2 узла, $YOZ$	73,0	62,4
3	Кручение, 1 узел	–	49,7
4	Изгиб, 3 узла, $XOZ$	68,5	79,2
5	Изгиб, 3 узла, $YOZ$	200,1	127,7
6	Кручение, 2 узла	–	121,1
7	Изгиб, 4 узла, $XOZ$	142,7	154,8
8	Изгиб, 4 узла, $YOZ$	388,4	–
9	Кручение, 4 узла	–	197,8
10	Изгиб, 5 узлов, $XOZ$	243,4	254,9
11	Изгиб, 5 узлов, $YOZ$	633,6	284,9

Таблица 9

Собственные частоты (Гц) рамы из четырех швеллеров  $L = 2,0$  м и двадцати  $L = 0,58$  м

№	Форма колебаний	Балки	Оболочки
1	Изгиб, 2 узла, $XOZ$	54,2	47,4
2	Изгиб, 2 узла, $YOZ$	95,5	81,7
3	Кручение, 1 узел	36,9	27,8
	Диагональ $XOY$	60,5	17,9
	Кручение, 1 и диагональ $XOY$	64,0	18,1
4	Изгиб, 3 узла, $XOZ$	–	–
5	Изгиб, 3 узла, $YOZ$	–	–
6	Кручение, 2 узла	120,1	54,9
7	Изгиб, 4 узла, $XOZ$	96,5	97,7
8	Изгиб, 4 узла, $YOZ$	–	–
9	Кручение, 3 узла	101,3	85,4
10	Изгиб, 5 узлов, $XOZ$	–	–
11	Изгиб, 5 узлов, $YOZ$	–	–

Приведенные выше результаты модальных расчетов простейших тонкостенных стержневых конструкций по их балочным и оболочечным моделям свидетельствуют о том, что балочные модели конструкций из профилей незамкнутого поперечного сечения не позволяют учесть множество реально существующих особенностей напряженно-деформированного состояния элементов этих конструкций (крутильные частоты профилей, некоторые виды перекося конструкций, закручивание стоек и т. д.). Таким образом, конструкции из про-

филей незамкнутого поперечного сечения предполагают проведение расчетов с помощью оболочечных моделей.

Литература

1. Власов В.З. Тонкостенные упругие стержни / В.З. Власов. – М.: ГИФМЛ, 1959. – 568 с.
2. MSC. Nastran 2005 Quick Reference Guide // MSC. Software Corporation. – 2004. – 2159 p.
3. MSC. Patran 2005 Quick Reference Guide // MSC. Software Corporation. – 2004. – 1560 p.

Поступила в редакцию 23.06.2010

Виктор Иванович Шабуневич, канд. техн. наук, ст. научн. сотрудник, т. 366-33-66, e-mail: vniiem@vniiem.ru.

