

УДК 614.8.084

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНФЛИКТНЫХ СИТУАЦИЙ МЕЖДУ ПЛАНИРУЮЩИМ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ И ЗЕНИТНОЙ УПРАВЛЯЕМОЙ РАКЕТОЙ-ПЕРЕХВАТЧИКОМ

Л.Д. Горченко, И.В. Евсеев, А.А. Мишин
(Военная академия РВСН имени Петра Великого)

Рассмотрен способ формирования противоперехватных манёвров планирующими летательными аппаратами (ПЛА), разработаны математические модели движения ПЛА и зенитных управляемых ракет в конфликтных ситуациях, проведён анализ эффективности манёвренных свойств ПЛА. Результаты работы могут быть использованы для оперативного определения конкретных видов манёвров с целью повышения вероятности непоражения ПЛА в процессе полёта. Математический аппарат, представленный в статье, позволяет рассчитывать различные варианты конфликтных ситуаций.

Ключевые слова: гиперзвуковой летательный аппарат, зенитная управляемая ракета, моделирование конфликтной ситуации, противоперехватный манёвр, маневрирование летательного аппарата, эффективность манёвра, опорные точки траектории, оптимальная конфигурация траектории.

Введение

Рассматривается гиперзвуковой летательный аппарат с аэродинамическими органами управления без двигательной установки (ДУ), который обладает необходимым аэродинамическим качеством (ПЛА).

На участке выведения ракета-носитель обеспечивает ПЛА требуемые начальные условия планирующего движения. Наибольшие дальности ПЛА достигаются при реализации рикошетирующих траекторий. Траектории, не выходящие за пределы верхней атмосферы, не обеспечивают скрытного подхода ПЛА к заданной цели. Соответственно целесообразна реализация маневрирования на конечном участке, которое позволит обеспечить уклонение ПЛА от зенитных управляемых ракет (ЗУР) или существенно затруднить их наведение [1].

Маневрирование ПЛА связано с изменением одного или нескольких параметров его полёта (направления, высоты, скорости) для занятия выгодного положения для приземления, а также для изменения взаимного расположения групп ПЛА. В данной статье рассматривается способ заблаговременного формирования манёвра ПЛА с оценкой его эффективности методом моделирования возможных конфликтных ситуаций между ПЛА и ЗУР. Эффективность манёвров ПЛА оценивается на основе моделирования типовых конфликтных ситуаций между ЗУР и исследуемым ПЛА с использованием показателя – вероятности непоражения при взрыве боевой части ЗУР.

Способ заблаговременного формирования манёвра ПЛА

Манёвр, существенно затрудняющий прогнозирование движения ПЛА, возможен только на ко-

нечном участке траектории, когда скорость ПЛА составляет 3000 – 2500 м/с, а высота траектории – 40 – 35 км. Такие высоты достижимы и для двухступенчатых ЗУР.

От конкретных маршрутов и траекторий на конечном участке полёта целесообразно абстрагироваться и перейти к расчётам траекторий ПЛА и моделированию перехватов ЗУР в некоторой условно-прямоугольной системе координат $OLHZ$ с криволинейной осью отсчёта дальностей OL от конечной точки полёта ПЛА – точки O , осью боковых отклонений OZ и осью отсчёта высот OH . Манёвр ПЛА формируется как последовательное наведение на заданные опорные точки M_1, M_2, \dots, M_N .

Задавая опорные точки траекторий ПЛА M_j с координатами L_j, H_j, Z_j в системе координат $OLHZ$, можно сформировать противоперехватные манёвры различной конфигурации (односторонний, «змейка», «спираль» и др.) при изменениях количества и положения в пространстве опорных точек. На рис. 1 показана одна из возможных противоперехватных траекторий, реализуемых ПЛА.

Для моделирования конфликтных ситуаций между ПЛА и ЗУР удобно поместить систему координат $OLHZ$ на поверхность Земли так, чтобы её начало совпало со средней точкой региона расположения целей для ПЛА, назовём её точкой Ω . Ось OL направим на север, а ось OH по вертикали вверх, получим нордовую систему координат ΩLHZ , в которой зададимся возможными вариантами расположения точки старта ЗУР и вектором начальной скорости ПЛА в точке M_1 . Схематизация исходного состояния конфликтных ситуаций завершается заданием рубежей перехвата.

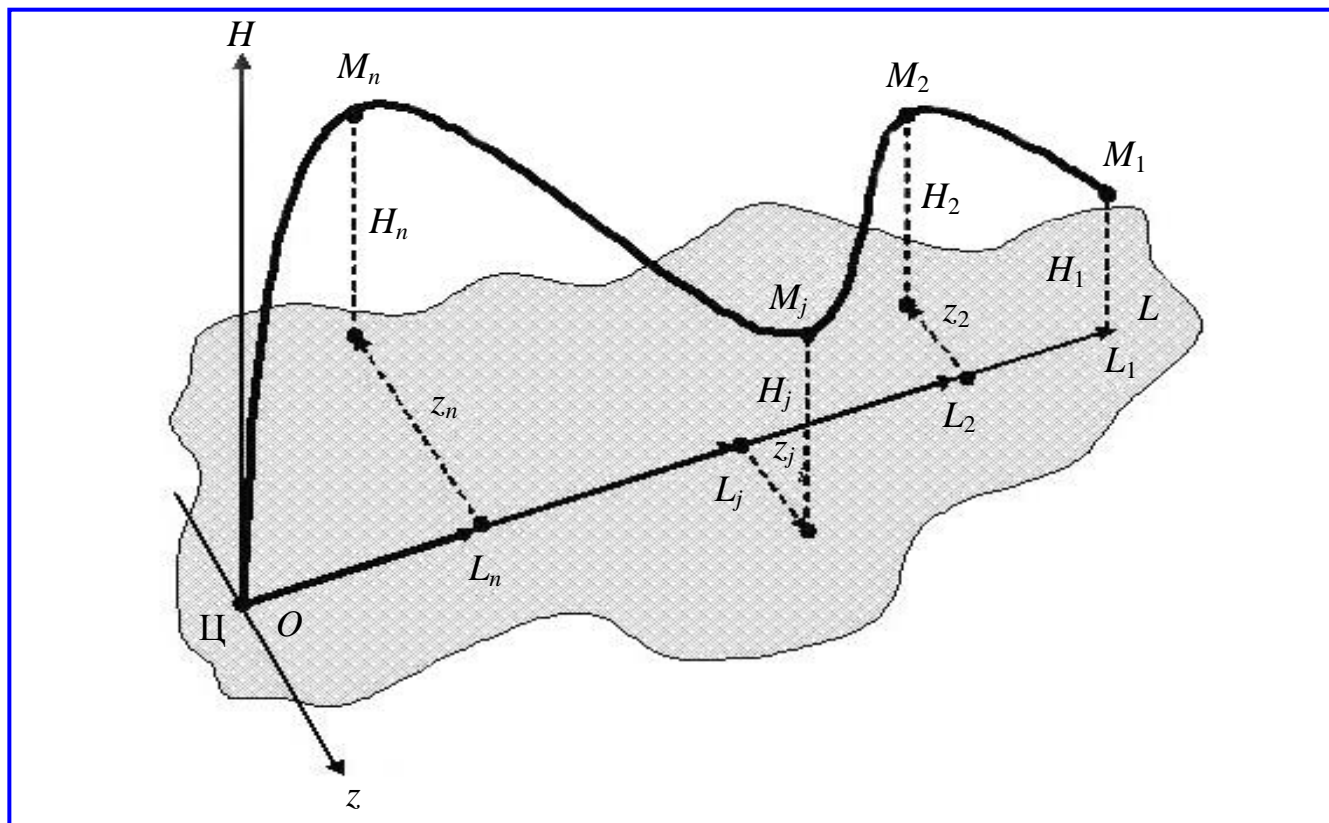


Рис. 1. Схема формирования манёвра ПЛА

Таблица 1

Формирование противоперехватных манёвров

Опорные точки	«Спираль» (1 колеб.)			Горизонтальная «змейка» (3/2 колеб.)			«Спираль» (3/2 колеб.)		
	L(км)	Z(км)	H(км)	L(км)	Z(км)	H(км)	L(км)	Z(км)	H(км)
M_1	250	0	35	250	0	35	250	0	35
M_2	205	-36	45	180	-10	34	180	-10	45
M_3	125	2	33	124	9	33	123	9	33
M_4	75	24	35	82	-10	30	84	-9	35
M_5	26	20	25	30	13	25	30	13	25
M_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Далее на ЭВМ моделируются конкретные варианты конфликтных ситуаций. Получив результаты множества конфликтных ситуаций, необходимо определить лучший (рациональный) вариант манёвра ПЛА. Оптимальную конфигурацию траектории ПЛА с противоперехватным манёвром (координаты опорных точек траектории), найденную в системе координат ЦЛHЗ, необходимо заложить в базу данных (БД) и использовать при планировании боевого применения ПЛА, предварительно привязав систему координат ЦЛHЗ к реальной местности [2].

В табл. 1 приведены примеры формирования противоперехватных манёвров на конечном участ-

ке траектории заданием четырёх промежуточных точек $M_2 - M_5$ между точками Ц и начальной точкой M_1 . В процессе предстартовых расчётов оптимальную комбинацию расстановки точек M_j в системе координат легко преобразовать в систему координат, используемых в бортовых алгоритмах наведения.

Методика формирования противоперехватных манёвров на участке пикирования ПЛА опирается на подключение к бортовому алгоритму наведения дополнительного алгоритма, изменяющего текущую ориентацию (азимут A_j^{TP} и угол наклона к горизонту θ_j^{TP}) местной целевой системы координат M_{jxuz} , точнее, её оси M_{jx} , по законам вида:

$$\begin{aligned}\tilde{A}_j^{\text{TP}}(t) &= A_j^{\text{TP}}(t_{0j}) + \Delta A_{j0} \sin\left(k \frac{2\pi}{T_{jk}} t\right); \\ \tilde{\theta}_j^{\text{TP}}(t) &= \theta_j^{\text{TP}}(t_{0j}) + \Delta \theta_{j0} \sin\left(k \frac{2\pi}{T_{jk}} t\right),\end{aligned}$$

где ΔA_{j0} , $\Delta \theta_{j0}$ – амплитуды; $k \frac{2\pi}{T_{jk}}$ – частота колеба-

ний углов ориентации; k – параметр, регулирующий частоту колебаний углов A_j^{TP} и θ_j^{TP} .

Местная система координат $M_j x y z$ служит для определения в ней проекций требуемых ускорений по текущим краевым условиям и, как следствие, требуемых значений управляющих параметров: углов атаки $\tilde{\alpha}_{\text{ПЛА}}^{\text{TP}}(t) = \alpha(\vec{r}, \vec{V}, \tilde{A}_j^{\text{TP}}, \tilde{\theta}_j^{\text{TP}}, t)$ и аэродинамического крена $\tilde{\varphi}_{\text{ПЛА}}^{\text{TP}}(t) = \varphi(\vec{V}, \vec{r}, \tilde{A}_j^{\text{TP}}, \tilde{\theta}_j^{\text{TP}}, t)$. Изменение ориентации системы координат $M_j x y z$ влечёт за собой изменение требуемых значений управляющих параметров, а значит и изменение конфигурации траектории ПЛА.

Управление движением ПЛА

Управление движением ПЛА осуществляется на основе принципа текущего программирования при наведении на каждую очередную опорную точку, в частности, используется метод наведения «по требуемому ускорению» [3] и в каждом цикле наведения решается краевая баллистическая задача. Алгоритм краевой задачи включает прогнозирование движения ПЛА на участке траектории от текущей точки $S(t)$ до очередной опорной точки M_j , определение требуемого ускорения $\vec{W}^{\text{TP}}(t)$ и преобразование компонент требуемого ускорения в значения параметров управления движением ПЛА, которыми являются пространственный угол атаки $\alpha_n^{\text{TP}}(t)$ и угол аэродинамического крена $\varphi_{\text{TP}}(t)$. Модель движения в векторной форме в краевой задаче имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{\vec{V}} = \vec{W}^{\text{TP}}(\alpha_n^{\text{TP}}, \varphi^{\text{TP}}, t) + \vec{W}^{\text{comp}}(\alpha_n^{\text{TP}}, \varphi^{\text{TP}}, t) + \vec{g}(\vec{r}); \\ \dot{\vec{r}} = \vec{V}. \end{cases} \quad (1)$$

В системе уравнений (3) кажущееся ускорение от суммарной аэродинамической силы разделено на полезную часть: $\vec{W}^{\text{TP}}(\alpha_n^{\text{TP}}, \varphi^{\text{TP}}, t)$ – требуемое ускорение для перевода ПЛА из текущего фазового состояния в требуемое конечное и ускорение силы сопротивления движению ПЛА $-\vec{W}^{\text{comp}}(\alpha_n^{\text{TP}}, \varphi^{\text{TP}}, t)$; $\vec{g}(\vec{r})$ – ускорение от силы притяжения Земли.

Краевые условия задачи наведения в прямоугольной системе координат $M_j x y z$, ось $M_j x$ которой направлена по требуемому направлению движения ПЛА в точке M_j , ось $M_j y$ – в вертикальной плоскости, содержащей ось $M_j x$, а ось $M_j z$ дополняет систему до правой, имеют вид:

$$\begin{cases} \vec{r}(t) = \{x, y, z\}; \vec{V}(t) = \{V_x, V_y, V_z\}; \\ \vec{r}(t_k) = \{0, 0, 0\}; \vec{V}(t_k) = \{V_{xk} - \text{любое}, 0, 0\}. \end{cases}$$

Полагается, что на борту ПЛА непрерывно измеряются текущие параметры движения $\vec{r}(t), \vec{V}(t), \vec{r}_k$ и на момент каждого очередного цикла наведения и начала решения краевой баллистической задачи преобразуются к виду (1).

В сформулированной краевой задаче требуется определить программу изменения кажущегося ускорения $\vec{W}^{\text{TP}}(\alpha_n^{\text{TP}}, \varphi^{\text{TP}}, t, \tau)$ и, как следствие, программы изменения угла атаки $\alpha_n^{\text{TP}}(t, \tau)$ и угла аэродинамического крена $\varphi^{\text{TP}}(t, \tau)$, которые обеспечивают перевод ПЛА из текущего состояния в заданное конечное (τ – текущее прогнозируемое время на интервале $[t, t_k]$).

Решение краевой баллистической задачи [4] существенно упрощается при следующих допущениях:

1. Требуемое ускорение определяется в форме легко интегрируемой функции, например, в форме временного полинома первого порядка:

$$\vec{W}^{\text{TP}}(t, \tau) = \vec{A}(t, \tau) + \vec{B}(t, \tau)\tau. \quad (2)$$

2. Поле притяжения Земли на участке сближения ПЛА с каждой очередной точкой наведения M_j принимается однородным, а ускорение силы притяжения постоянным и равным ускорению в точке M_j : $\vec{g}(\vec{r}) = \vec{g}(\vec{r}_{M_j}) = \text{const}$.

3. Вращение Земли не учитывается.

4. Прогноз момента окончания наведения на очередную опорную точку M_j осуществляется с использованием гипотезы о равномерном прямолинейном движении ПЛА на оставшейся части траектории:

$$t_k - t = \Delta t_k(t) = \frac{\Delta r(t)}{V_{\Delta r}(t)} = \frac{|\vec{r}_k - \vec{r}(t)|}{V_{\Delta r}(t)},$$

где $V_{\Delta r}(t)$ – проекция текущего вектора скорости ПЛА на линию визирования точки M_j .

Принятые допущения не влияют на точность наведения ПЛА, так как, во-первых, они частично компенсируются высокоточной текущей навигационной информацией (в реальном полёте значения текущих координат и составляющих вектора скорости непрерывно обновляются по результатам измерений, а в данной математической модели они получаются из блока интегрирования системы уравнений движения ПЛА); во-вторых, по мере сближения ПЛА с точкой M_j влияние неучтённых (приблизённо учтённых) факторов непрерывно уменьшается по физическим причинам, а при цикле наведения $T_{\text{цн}} = 0,03 \div 0,05$ с их величина практически сводится к нулю. На точность наведения ПЛА по методу «требуемого ускорения» влияют погрешности определения текущих параметров движения и ограниченность ресурсов поперечного управления: конструктивные ограничения на поперечные перегрузки и на величины углов атаки и крена.

Очевидно, что вариантов конфликтных ситуаций бесконечное множество. Целесообразно ограничиться некоторым счётным множеством типовых или наиболее вероятных конфликтных ситуаций, определить методику моделирования этих ситуаций и найти способ оценки результата каждой ситуации [5].

На счётном множестве конфликтных ситуаций в соответствии с теорией игр можно сформулировать постановку матричной игры между ПЛА и ЗУР, т. е. определить типовые варианты конфигураций манёвров ПЛА – стратегии первого игрока, определить варианты расположения позиций ЗУР и рубежи перехвата цели – стратегии второго игрока; по результатам моделирования конфликтных ситуаций построить платёжную матрицу, исследовать её на $\min - \max$ и определить оптимальную стратегию ПЛА, т. е. определить конфигурацию наиболее эффективного противоперехватного манёвра ПЛА при любом варианте действий противника.

Математические модели движения ПЛА и ЗУР

Движения ПЛА и ЗУР с некоторыми упрощениями и допущениями описываются системами дифференциальных уравнений и интегрируются численным способом на ЭВМ [6].

В математической модели конфликтной ситуации принимаются следующие допущения:

1. ПЛА – это материальная точка постоянной массы.
2. ЗУР – это материальная точка переменной массы.
3. Направление движения ПЛА после входа в атмосферу по баллистической траектории с недолётом к цели в зависимости от дальности пуска.

4. Управление движением ЗУР двухэтапное: первый этап – это наведение на прогнозируемую точку встречи с целью; второй этап – наведение ЗУР непосредственно на цель.

5. Управление движением ПЛА и ЗУР принимается идеальным, поэтому для описания их движений достаточно дифференциальных уравнений движения их центров масс.

6. Модель Земли – это сфера радиуса 6371 км, вращающаяся с постоянной угловой скоростью $\vec{\omega}$ относительно своей оси; гравитационное поле Земли – центральное; атмосфера – стандартная.

Уравнения движения ПЛА в относительной системе отсчёта, связанной с Землёй, в векторной форме имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{\vec{V}} = \frac{1}{m} (\vec{R}^{\text{аэп}} + \vec{G} + \vec{F}^{\text{прн}} + \vec{F}^{\text{коп}}); \\ \dot{\vec{r}} = \vec{V}, \end{cases} \quad (3)$$

$$\vec{r}(t_0) = \vec{r}_0, \quad \vec{V}(t_0) = \vec{V}_0,$$

где t_0, t – начальный момент и текущее время движения ПЛА; m – масса ПЛА; \vec{r}, \vec{V} – текущие радиус-вектор, проведённый из центра Земли и вектор скорости ПЛА; $\vec{R}^{\text{аэп}}$ – вектор полной аэродинамической силы, причём $\vec{R}^{\text{аэп}} = \vec{R}^{\text{тр}} + \vec{R}^{\text{сопр}}$; \vec{G} – сила притяжения Земли; $\vec{F}^{\text{прн}} = -m(\vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r})$ – переносная сила инерции; $\vec{F}^{\text{коп}} = -2m(\vec{\omega} \times \vec{V})$ – сила инерции Кориолиса; $\vec{\omega}$ – вектор угловой скорости вращения Земли.

Уравнения движения ЗУР в относительной системе отсчёта, связанной с Землей, в векторной форме имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{\vec{V}}^{\text{ЗУР}} = \frac{1}{m_j(t)} (\vec{P}_j^{\text{ДУ}} + \vec{P}^{\text{МДПУ}} + \vec{R}_j^{\text{аэп}} + \vec{G}_j + \vec{F}_j^{\text{прн}} + \vec{F}_j^{\text{коп}}); \\ \dot{\vec{r}}^{\text{ЗУР}} = \vec{V}^{\text{ЗУР}}, \end{cases} \quad (4)$$

$$\vec{r}_0^{\text{ЗУР}} = \vec{r}^{\text{ЗУР}}(t_0^{\text{ЗУР}}); \quad \vec{V}_0^{\text{ЗУР}} = \vec{V}^{\text{ЗУР}}(t_0^{\text{ЗУР}}),$$

где $\vec{r}^{\text{ЗУР}}, \vec{V}^{\text{ЗУР}}$ – радиус-вектор из центра Земли и вектор скорости ЗУР; $m_j(t) = m_{0j} - \dot{m}_j(t - t_{0j})$, при $(t \leq T_j^{\text{ДУ}})$ – текущая масса ЗУР; \dot{m}_j – секундный расход массы j -й ступени; $T_j^{\text{ДУ}}$ – время работы маршевого двигателя j -й ступени ЗУР; $\vec{P}_j^{\text{ДУ}} = \vec{P}_{\text{уд}}^{\text{ДУ}j} \dot{m}_j g_0$ – вектор тяги

ДУ j -й ступени; $\vec{P}_{уд}^{ДУj}$ – удельный импульс тяги; $\vec{P}^{МДПУ}$ – тяга микродвигателя поперечного управления (при $t_k - t \leq 1$); $\vec{R}_{зур}^{аэп} = \vec{R}_{зур}^{тп}(\alpha_{зур}^{тп}, \varphi_{зур}^{тп}) + \vec{R}_{зур}^{соп}$ – вектор полной аэродинамической силы; $\vec{G}_{зур}$ – сила притяжения Земли, $\vec{G}_{зур} = m_j g_0 \frac{R_3^2}{(r^{зур})^2} \vec{r}^0$; $\vec{F}^{прн} = -m_j(\vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r}^{зур})$ – переносная сила инерции; $\vec{F}^{кор} = -2m_j(\vec{\omega} \times \vec{V}^{зур})$ – сила инерции Кориолиса.

При сделанных допущениях, система уравнений шестого порядка (1) может быть декомпозирована на три независимых подсистемы второго порядка:

$$\begin{cases} \dot{V}_x = \dot{W}_x^{соп}(t, \tau) + g(\vec{r}_{Mi}) \sin(\theta_i); \\ \dot{x} = V_x, \end{cases}$$

с краевыми условиями на момент времени t : $x = x(t)$, $V_x = V_x(t)$; на момент времени t_k : $x_k = 0$; V_{x_k} – любое;

$$\begin{cases} \dot{V}_y = A_y + B_y \tau + g(\vec{r}_{Mi}) \cos(\theta_i), \\ \dot{y} = V_y, \end{cases} \quad (5)$$

с краевыми условиями: на момент времени t : $y = y(t)$, $V_y = V_y(t)$; на момент t_k : $y_k = 0$; $V_{y_k} = 0$;

$$\begin{cases} \dot{V}_z = A_z + B_z \tau, \\ \dot{z} = V_z, \end{cases} \quad (6)$$

с краевыми условиями на момент времени t : $z = z(t)$, $V_z = V_z(t)$; на момент t_k : $z_k = 0$; $V_{z_k} = 0$.

Для определения требуемых ускорений $\vec{W}^{тп}(t, \tau)$ в форме (2) в проекциях на оси целевой системы координат $M_j x y z$ и, как следствие, значений управляющих параметров $\alpha_n^{тп}$ и $\varphi^{тп}$, достаточно использовать только системы уравнений (5) и (6), поскольку движение ПЛА по направлению оси $M_j x$ системы координат $M_j x y z$ – это неуправляемое движение по инерции с замедлением.

Проинтегрировав системы уравнений (5) и (6), имеем окончательные выражения для расчёта тре-

буемых ускорений в проекциях на оси системы координат $M_j x y z$:

$$\begin{aligned} \dot{W}_y^{тп}(t, \tau) = & -\frac{2V_{y'}}{\Delta t_{к}^{ПЛА}} \left(1 - 3 \frac{\tau}{\Delta t_{к}^{ПЛА}}\right) - \\ & - \frac{6y}{(\Delta t_{к}^{ПЛА})^2} \left(1 - 2 \frac{\tau}{\Delta t_{к}^{ПЛА}}\right) + g(\vec{r}_{Mi}) \cos(\theta_i); \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_z^{тп}(t, \tau) = & -\frac{2V_{z'}}{\Delta t_{к}^{ПЛА}} \left(1 - 3 \frac{\tau}{\Delta t_{к}^{ПЛА}}\right) - \\ & - \frac{6z}{(\Delta t_{к}^{ПЛА})^2} \left(1 - 2 \frac{\tau}{\Delta t_{к}^{ПЛА}}\right). \end{aligned} \quad (8)$$

Выражения (7) и (8) необходимо перепроектировать на оси скоростной системы координат $Sx_v y_v z_v$. Тогда преобразование имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{W}_{x_v}^{тп} \\ \dot{W}_{y_v}^{тп} \\ \dot{W}_{z_v}^{тп} \end{bmatrix} = M_{x_v \leftarrow x} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{W}_y^{тп} \\ \dot{W}_z^{тп} \end{bmatrix},$$

где связь целевой системы координат $M_j x y z$ со скоростной $Sx_v y_v z_v$ определяется в виде:

$$M_{x_v \leftarrow x} = M_{x_v \leftarrow x_{nc}} M_{x_{nc} \leftarrow x},$$

где в качестве промежуточного звена фигурирует полускоростная система координат $Sx_{nc} y_{nc} z_{nc}$, отличающаяся от скоростной тем, что её ось Sy_{nc} всегда лежит в вертикальной плоскости, содержащей вектор текущей скорости ПЛА.

Матрица направляющих косинусов $M_{x_{nc} \leftarrow x}$ имеет следующий вид:

$$M_{x_{nc} \leftarrow x} = \begin{bmatrix} \frac{V_x}{V} & \frac{V_y}{V} & \frac{V_z}{V} \\ -\frac{V_x V_y}{V \sqrt{V_x^2 + V_z^2}} & \frac{\sqrt{V_x^2 + V_z^2}}{V} & -\frac{V_z V_y}{V \sqrt{V_x^2 + V_z^2}} \\ -\frac{V_z}{\sqrt{V_x^2 + V_z^2}} & 0 & \frac{V_x}{\sqrt{V_x^2 + V_z^2}} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

В математической модели движения ПЛА при преобразовании текущих фазовых координат в целевую систему координат не требуется знания и использования матриц $M_{\xi a \leftarrow x_{ca}}$ и $M_{\xi \leftarrow \xi a}$, поскольку параметры движения ПЛА определяются численным интегрированием уравнений (3) непосредственно в геоцентрической относительной системе координат $O\xi\eta\zeta$.

Матрица направляющих косинусов между осями скоростной и геоцентрической систем координат $M_{\xi \leftarrow x_v}$ определяется транспонированием матрицы $M_{x_{nc} \leftarrow \xi}$, вычисляемой произведением двух матриц:

$$M_{x_v \leftarrow \xi} = M_{x_v \leftarrow x_{nc}} M_{x_{nc} \leftarrow \xi},$$

где матрица $M_{x_v \leftarrow x_{nc}}$ определена выражением (9), а матрица $M_{x_{nc} \leftarrow \xi}$ определяется с использованием значений текущих параметров движения ПЛА ($\xi, \eta, \zeta, V_\xi, V_\eta, V_\zeta$), получаемых в процессе интегрирования.

Матрица (9) позволяет получить требуемое ускорение в проекциях на оси полускоростной системы координат в виде:

$$\begin{bmatrix} \dot{W}_{x_{nc}}^{TP} \\ \dot{W}_{y_{nc}}^{TP} \\ \dot{W}_{z_{nc}}^{TP} \end{bmatrix} = M_{x_{nc} \leftarrow x} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{W}_y^{TP} \\ \dot{W}_z^{TP} \end{bmatrix},$$

что позволяет определить требуемые значения $\varphi^{TP}(t, \tau)$:

$$\varphi^{TP} = \arctg \frac{\dot{W}_{z_{nc}}^{TP}}{\dot{W}_{y_{nc}}^{TP}}.$$

После определения значений α_n^{TP} и φ^{TP} можно рассчитать траекторию ПЛА на каждом из участков, заключённых между опорными точками M_j и M_{j+1} . Движение ПЛА на участке баллистического полёта описывается той же системой уравнений.

При моделировании конфликтных ситуаций между ПЛА и ЗУР расчёт параметров движения ЗУР и цели в единой системе отсчёта и единой системе координат начинается с момента обнаружения цели $t_{обн}$ с пункта управления ЗУР. Системой

является относительная геоцентрическая система координат $O\xi\eta\zeta$, ось $O\xi$ которой направлена по оси вращения Земли, ось $O\eta$ – в плоскости экватора проходит через меридиан цели ПЛА, ось $O\zeta$ дополняет систему координат до правой. Связь системы $O\xi\eta\zeta$ с системой $O\xi\eta\zeta$, в которой до момента $t_{обн}$ рассчитывались параметры движения ПЛА, определяется матрицей направляющих косинусов.

Таким образом, в математической модели конфликта, начиная с момента $t_{обн}$, на пункте управления ЗУР становятся известными текущие параметры движения ПЛА $\vec{r}(t) = [\xi, \eta, \zeta]^T$ и $\vec{V}(t) = [V_\xi, V_\eta, V_\zeta]^T$, по которым осуществляется прогнозирование его положения в пространстве на отрезок времени $T_{РПj}^{ЗУР}$, соответствующий времени движения ЗУР со своей стартовой позиции до выбранного (j -го) рубежа перехвата цели.

В математической модели конфликтной ситуации, начиная с момента $t_0^{ЗУР}$, интегрируются параллельно уже две системы уравнений (начинается интегрирование системы (4)), которая предварительно проектируется на оси системы координат $O\xi\eta\zeta$. Проекция вектора тяги ДУ ступеней ЗУР $\vec{P}_j^{ДУ}$, так же как и проекция вектора тяги микродвигателя поперечного управления $\vec{P}^{МДПУ}$, первоначально задаются в связанной системе координат, а затем перепроектируются на оси геоцентрической системы координат.

В модели перехвата для ЗУР используется метод наведения «по требуемому ускорению», такой же как и на ПЛА, но с учётом участия в наведении маршевых ДУ ЗУР до их выключения и с учётом подключения микродвигателя поперечного управления.

Методика оценки эффективности манёвров ПЛА

Результатом численного эксперимента по перехвату ПЛА зенитной ракетой будем считать величину промаха и соответствующую ему вероятность поражения ПЛА, вычисляемую по формуле

$$p = \frac{1}{1 - \sigma_{\delta r}^{-2}} \exp\left(-\frac{\Delta \bar{r}_B^{-2}}{2(1 - \sigma_{\delta r}^{-2})}\right),$$

где $\Delta \bar{r}_B = \frac{\Delta r_B}{R_0}$ – нормированное значение систематической составляющей промаха;

$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{R_0}$ – нормированное значение среднеквадратической ошибки наведения; R_0 – параметр, обобщающий влияние условий встречи.

Параметр R_0 определяется экспериментально, а его приближённое значение рассчитывается по формуле $R_0 = k_{ц} \sqrt{m_{б.з}}$, где $m_{б.з}$ – масса боевого заряда (коэффициент $k_{ц}$ для различных целей принимает значения от 1,1 до 3,2 [3]). Для расчёта вероятности поражения ПЛА примем $k_{ц} = k_{ПЛА} = 1$.

Промах ЗУР $\Delta \vec{r}$, представляющий собой векторную сумму систематической $\Delta \vec{r}_c$ и случайной $\Delta \vec{r}_{сл}$ составляющих $\Delta \vec{r} = \Delta \vec{r}_c + \Delta \vec{r}_{сл}$ промаха ЗУР, в основном определяется систематической составляющей (динамической – вынужденной ошибкой наведения). На основе этого, в дальнейшем среднеквадратическую ошибку наведения будем полагать тождественно равной нулю, а величину $\Delta \vec{r}$ будем считать и называть вынужденным промахом $\Delta \vec{r} = \Delta \vec{r}_b$. С учётом сказанного вероятность поражения ПЛА в конфликтной ситуации теперь будем рассчитывать по формуле:

$$p = \exp - \frac{\Delta r_b^2}{2R_0^2}.$$

В качестве показателя эффективности противоперехватного манёвра ПЛА целесообразно принять значение вероятности непоражения ПЛА: $p_{нп} = 1 - p(\Delta r_b)$ зенитной ракетой при всех возможных манёврах ПЛА (положим их количество равным n) и при всех возможных вариантах перехвата ЗУР (их количество равно $m = m_1 \times m_2$, где m – число возможных стартовых позиций (СП) ЗУР, m_2 – число рубежей перехвата). Положение СП ЗУР будем характеризовать удалённостью от охраняемого объекта $\Delta L_{СП}$ в направлении на север и азимутом $\Delta A_{СП}$, определяемым из охраняемого объекта на СП ЗУР.

При сформулированных условиях требуется определить эффективный противоперехватный манёвр M_3 , под которым будем понимать манёвр, который обеспечивает требуемый уровень вероятности непоражения ПЛА $p_{нп}^{треб}$ при любой комбинации положений СП ЗУР и рубежей перехвата [7]. Если варианты манёвра ПЛА обозначить через M_j ($j = 1, 2, \dots, m$), а варианты траекторий ЗУР при перехвате цели – через $ТП_j$ ($j = 1, 2, \dots, n$), то эффективному манёвру соответствует условие:

$$p_{нп}^{(M_3)} = 1 - \max_{i,j} p_{ij} \geq p_{нп}^{треб}, \quad (10)$$

где p_{ij} – вероятность поражения ПЛА при i -м манёвре ПЛА и j -м варианте его перехвата зенитной

ракетой; $p_{нп}^{треб} = 1 - p_{доп}$ – требуемый уровень вероятности непоражения ПЛА.

Сформулированная задача отыскания наилучшего (оптимального) манёвра ПЛА может быть решена методами Теории игр и, в частности, как результат матричной игры с платёжной матрицей $\prod_{(m \times n)}$, элементами которой являются результаты отдельных партий игры, в нашем случае – это результаты отдельных реализаций моделирования перехвата ПЛА зенитной ракетой.

В качестве стратегий ПЛА (стратегий первого игрока) в матричной игре выступают траектории ПЛА с одним из возможных вариантов противоперехватного манёвра. В качестве стратегий ЗУР (стратегий второго игрока) принимаются варианты осуществления перехвата на различных рубежах и с различных стартовых позиций ЗУР [8].

Для корректной постановки матричной игры с нулевой суммой, требуется, чтобы в качестве платы игры фигурировало число, однозначно определяющее результат каждой отдельной партии для обоих игроков. Вероятность поражения или непоражения ПЛА не может фигурировать в качестве платы игры, так как противоположная сторона не может принять эти вероятности в качестве платы без пересчёта (без вычета этой величины из единицы): нет нулевой суммы. В качестве платы примем значение разности между промахом ЗУР в численном эксперименте Δr_{ij} и допустимым для ПЛА промахом $\Delta r_{доп}$:

$$\delta r_{ij} = \Delta r_{ij} - \Delta r_{доп}.$$

При таком определении платы в каждой партии игры любое её положительное значение ($+\delta r_{ij}$) означает положительный «выигрыш» 1-го игрока – ПЛА и «проигрыш» 2-го игрока – ЗУР с общей нулевой суммой, а отрицательное значение ($-\delta r_{ij}$) – «отрицательный выигрыш» 1-го игрока – будет означать, что соответствующая этому промаху – вероятность поражения ПЛА $p_{ij}(\Delta r_{ij})$ больше принятой за допустимую.

В случае, если среди задаваемых манёвров ПЛА не найдётся такого, для которого имеется положительный выигрыш в матричной игре, т. е. нет манёвра с требуемым уровнем безопасности. Тогда лучшим по безопасности манёвром ПЛА будет тот, для которого снижение требуемого уровня безопасности (или требуемого значения вероятности непоражения $p_{нп}^{тр}(\Delta r_{доп}) = 1 - p(\Delta r_{доп})$) будет минимальным:

Таблица 2

Результаты перехвата ПЛА ЗУР на конечном участке

Рубежи перехвата, км $h_{ппЗУР}^{ПЛА}/h_{встр}$		Без манёвра		С манёвром	
		Промаях $\Delta r_1, м$	Вероятность непоражения $P_{пп}$	Промаях $\Delta r_2, м$	Вероятность непоражения $P_{пп}$
20	13,5 – 14,0	3,7	0,097	108,2	0,983
18	11,9 – 12,0	4,8	0,134	77,1	0,944
17	11,2 – 8,4	3,1	0,077	63,0	0,905
16	10,4 – 7,8	2,9	0,069	66,1	0,915
15	9,6 – 7,3	2,7	0,063	64,2	0,909
14	6,9 – 6,8	0,9	0	63,0	0,905
13	8,2 – 6,4	80,7	0,95	61,0	0,899

$$\delta p_{ij} = p_{ij}(\Delta r_{ij}) - p_{доп}(\Delta r_{доп}) = \min_i. \quad (11)$$

Таким образом, в качестве результата матричной игры с нулевой суммой между ПЛА и ЗУР могут оказаться манёвры, для которых выполняются либо условие (10) – эффективные манёвры, либо условие (11), о допустимости использования такого манёвра принимает решение планирующий орган.

В табл. 2 приведены результаты моделирования одного из вариантов перехвата ПЛА ЗУР на конечном участке для момента старта ЗУР при достижении ПЛА высоты 16 км без манёвра ($\Delta r_1 = f(h_{ЗУР})$) и с манёвром ($\Delta r_2 = f(h_{ЗУР})$) [9].

Для проведения численных экспериментов по перехвату ПЛА в полном объёме необходимо максимально полное заполнение платёжной матрицы игры. Приведённые результаты расчётов, демонстрируют работоспособность разработанных моделей конфликтных ситуаций между ПЛА и ЗУР.

Литература

1. Сиротин, Е., Подгорных Ю. Гиперзвуковые аппараты / Е. Сиротин, Ю. Подгорных // Военно-промышленный курьер. – № 6 (13). – 2003.
2. Управление и наведение беспилотных манёвренных

летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / Под ред. М. Н. Красильщикова и Г. Г. Серебрякова. – М. : Физматлит, 2005. – 280 с.

3. Горченко Л. Д. Метод терминального наведения по требуемому ускорению аэродинамических управляемых летательных аппаратов / Л. Д. Горченко // Полет. – 1999. – № 6. – С. 21 – 24.

4. Батенко А. П. Управление конечным состоянием движущихся объектов / А. П. Батенко. – М. : Сов. Радио, 1977. – 256 с.

5. Петухов С. И., Степанов А. Н. Эффективность ракетных средств ПВО / С. И. Петухов, А. Н. Степанов – М. : Воениздат, 1976. – 104 с.

6. Горченко Л. Д., Дудка А. В. Баллистика перехвата / Л. Д. Горченко, А. В. Дудка. – М. : ВА РВСН, 1998. – 44 с.

7. Проектирование зенитных управляемых ракет: учебник / И. И. Архангельский, П. П. Афанасьев, Е. Г. Болотов [и др.]; под ред. И. С. Голубева и В. Г. Светлова. – М. : Изд-во МАИ, 1999. – 728 с.

8. Болотов Е. Г., Мизрохи В. Я. Новое поколение зенитных управляемых ракет средней дальности / Е. Г. Болотов, В. Я. Мизрохи // Полет. Спецвыпуск к 50-летию МКБ «Факел». – 2003.

9. Модель взаимодействия маневрирующего летательного аппарата с зенитной управляемой ракетой-перехватчиком / Л. Д. Горченко, И. В. Евсеев, А. А. Мишин // Наука и технологии. Материалы XXXIII Всероссийской конференции по проблемам науки и технологий. – Миасс : МСНТ, 2013. – С. 88.

Поступила в редакцию 15.12.2013

*Лев Дмитриевич Горченко, канд. техн. наук, научный сотрудник, т. (495) 696-34-12.
Игорь Валентинович Евсеев, д-р техн. наук, профессор, заместитель начальника кафедры, т. (495) 696-34-12.
Александр Александрович Мишин, адъюнкт, т. (495) 696-34-12.
E-mail: Bumper105@mail.ru.*