УДК 623.41

КОНСТРУИРОВАНИЕ НЕЧЁТКИХ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Н.В. Радионов, А.В. Паршин
(***Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского***)

Рассмотрены теоретические вопросы обоснования и практические алгоритмы конструирования нечётких адаптивных систем управления. Предложены новые методики согласования входной информации и ожидаемых уровней согласованности правил логического вывода выходного сигнала с базами данных о входе и выходе системы. Методики основаны на вычислениях нечётких интегралов по нечётким мерам.
Ключевые слова: *система управления, адаптация, нечёткое число, возможность, полезность, нечёткий интеграл, правило нечёткого вывода.*

Введение

В настоящее время в практику разработки и конструирования систем управления всё более широко внедряются алгоритмы с применением нечётких множеств (fuzzy sets) [1]. По аналогии класс таких систем получил название нечётких адаптивных систем управления (fuzzy adapting systems – FAS). Наряду со ставшими уже традиционными стохастическими адаптивными системами и системами с нейроподобными сетями [2], эффективным является применение систем FAS не только там, где объект управления достаточно сложен, но в особенности там, где задача описания поведения объекта и окружающей среды связана с существенным дефицитом априорной информации. Зачастую жёсткие ограничения по времени получения достаточной статистической выборки могут сделать бесполезными стохастические адаптивные системы, использующие длительные или многократные тестовые сигналы для идентификации свойств объекта управления и окружающей среды. С другой стороны, применение систем с нейроподобными сетями во многих практических случаях может привести к существенным затратам ограниченных технико-экономических ресурсов объекта управления и неоправданному внесению дополнительной неопределённости в его работу. В этих условиях применение систем FAS может оказаться рациональной альтернативой достижения цели управления объектом, модель которого характеризуется не вполне определённой (неопределённой в различных смыслах) априорной информацией. Теоретической основой конструирования систем FAS служит аппарат нечёткой логики. Начало разработки этого направления было положено в работах профессора Лофти Заде ещё в 1965 г. [3]. Условно область применения систем FAS можно представить в виде диаграммы на рис. 1.

Предварительное обсуждение

Пусть закон управления, связывающий измеряемую переменную x с управляющей величиной y, имеет линейный вид:

$$y = ax + b,\ \ x \in X \subset R^1;\ y \in Y \subset R^1. \qquad (1)$$

Введём линейную зависимость $\mu_x = cx + d$ с такими параметрами c и d, при которых $\forall x \in X : \mu_x \in [0,1]$. В данном случае это задаётся пересечением двух подмножеств:

$$c_1(d) \cap c_2(d) : c_1(d) : c \geq -\frac{d}{x}, x \in X;$$

$$c_2(d) : c \leq \frac{1-d}{x}, x \in X; \forall d \in R^1.$$

Тогда очевидно, что после выражения $x = (y - b)/a$ можно получить зависимость:

$$\mu_x \equiv \mu_y = c'y + d',\ \ y \in Y \subset R^1,\ \ c' = \frac{c}{a};$$

$$d' = d - \frac{cb}{a}.$$

Очевидно, что в силу последнего тождества можно ввести и общее обозначение:

$$\mu_x = \mu_y = \mu \in [0,1].$$

Теперь первоначальная линейная зависимость (как отображение $X \to Y$) записывается в форме отношения:

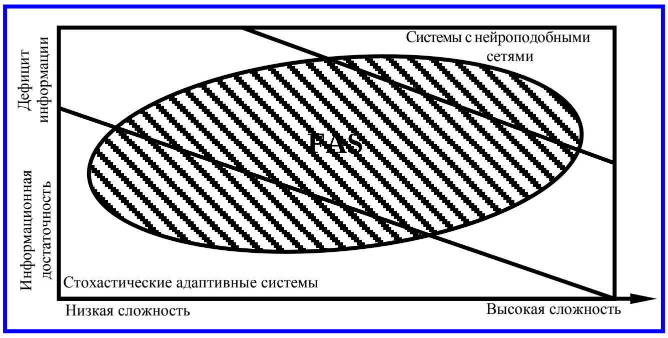

Рис. 1. Область применения систем FAS

$$U=\left\{\left\langle x=\frac{\mu-d}{c},\ y=\frac{\mu-d'}{c'}\right\rangle;\mu\in[0,1]\right\}. \quad (2)$$

После этого алгоритм управления может быть сведён к логическому правилу типа «если – то»: если задана входная переменная $x\in X$, то выбирается такое управление *y*, которое входит хотя бы в одну из пар $\langle x(\mu), y(\mu)\rangle, \mu\in[0,1]$ полученного отношения *U*.

Таким образом, формально закон управления «вычислительного типа» может быть заменён (в общем случае неоднозначно) на закон управления «логического типа». Различия в блок-схемах систем управления СУ, реализующих эти законы, показаны на рис. 2.

Следует отметить, что в случае дискретного закона управления зависимость (1) уже в исходном виде представляется в форме дискретного отношения $F=\langle x_i, y_i, i=1,\ldots,n\rangle$. Если формально заменить индексы на величины $\mu=i/n, i=1,\ldots,n$, то простейшая модель СУ с таким законом будет изначально иметь структурную схему как на рис. 2, *б* (с точностью до счётно-решающего блока и обозначения отношения).

В случае более общего вида закона управления

$$y=F(x),\ x\in X\subset R^1;\ y\in Y\subset R^1, \quad (3)$$

где *F* – произвольная дважды дифференцируемая функция (отображение *F* : *X* → *Y*), по аналогии с линейной можно ввести произвольную функцию $\mu_x=G(x)$. Тогда после обращения $x=F^{-1}(y)$ вначале получается тождество:

$$G(x)=\mu_x\equiv\mu_y=G\left(F^{-1}(y)\right).$$

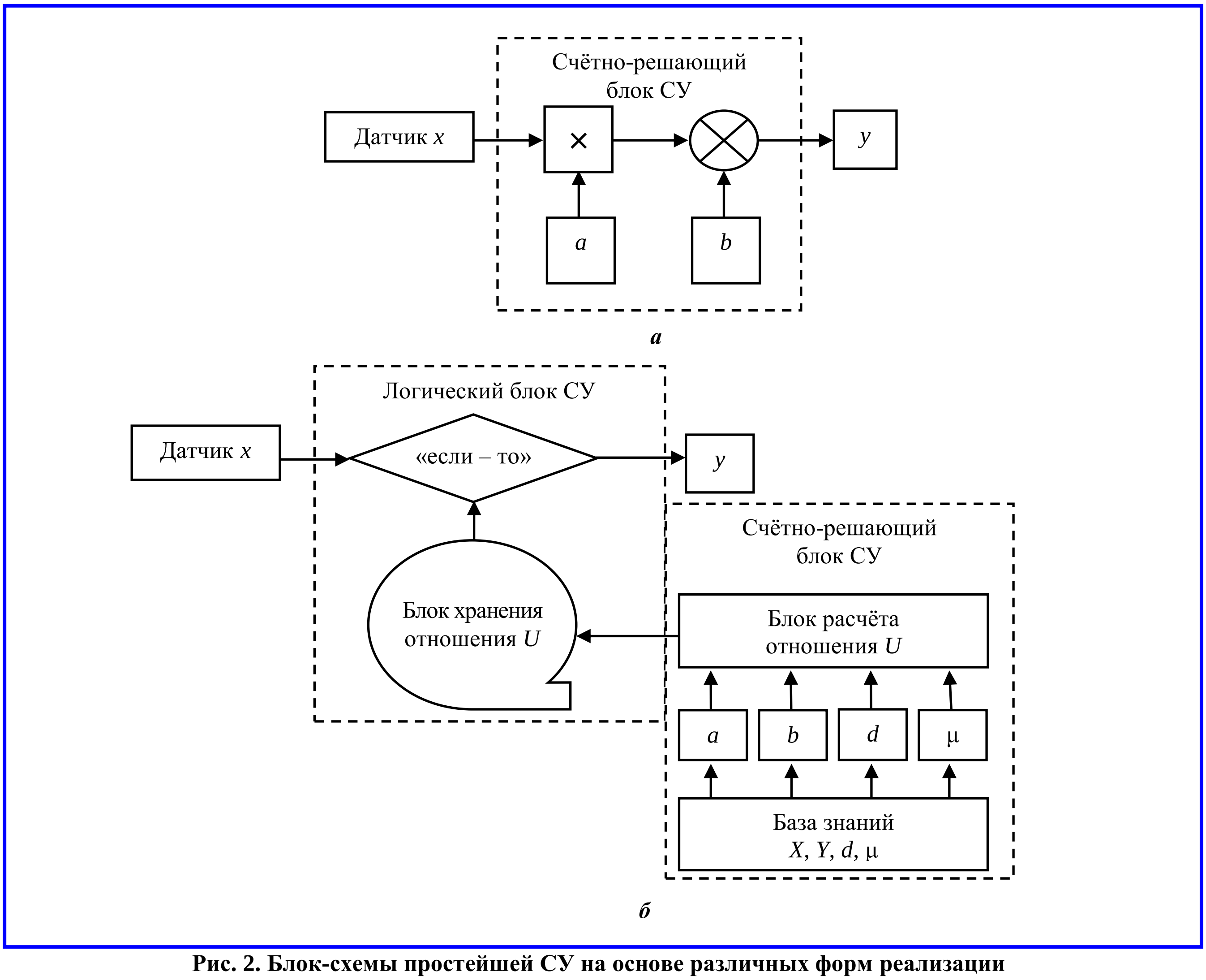

Рис. 2. Блок-схемы простейшей СУ на основе различных форм реализации закона управления: *а* – вычислительного типа; *б* – логического типа

Далее с использованием композиции обращений $G^{-1} \circ F^{-1}$ первоначальное отображение записывается в форме отношения:

$$U = \left\{ \left\langle x = G^{-1}(\mu),\ y = \left(G^{-1} \circ F^{-1}\right)(\mu) \right\rangle; \mu \in [0,1] \right\}. \quad (4)$$

На рис. 3, *а* показана графическая иллюстрация формального примера представления линейного закона (функции) управления (1) $y = -5x$ в форме отношения (2).

Из рис. 3, *а* нетрудно заметить, что на участке [0, 2] изменения величины x показанный по стрелкам логический переход «если – то» позволяет вычислять выходную величину y закона управления. В частности, показан переход $y = -5 = -5 \cdot 1$.

В более сложном случае на рис. 3, *б* изменение величины x происходит на трёх последовательных участках [0, 0,2], [0,2, 1] и [1, 2]. При этом на каждом участке задан свой закон управления: $y_1 = -5x$; $y_2 = -8x$; $y_3 = -10x$. Однако, как и в предыдущем случае, нетрудно заметить, что переходы по стрелкам на участках изменения входной величины x позволяют вычислить выходную величину y по логике «если – то». Так, для 2-го участка показан переход $y_2 = -4 = -8 \cdot 0{,}5$, а для 3-го участка – переход $y_3 = -15 = = -10 \cdot 1{,}5$.

Следует отметить, что в примерах на рис. 3 задавались дополнительные условия:

$$\mu_{\min} = cx_{\max} + d;$$
$$\mu_{\max} = cx_{\min} + d.$$

Эти условия не влияют на общий вид преобразования от (1) к (2). Однако, получаемый при этом

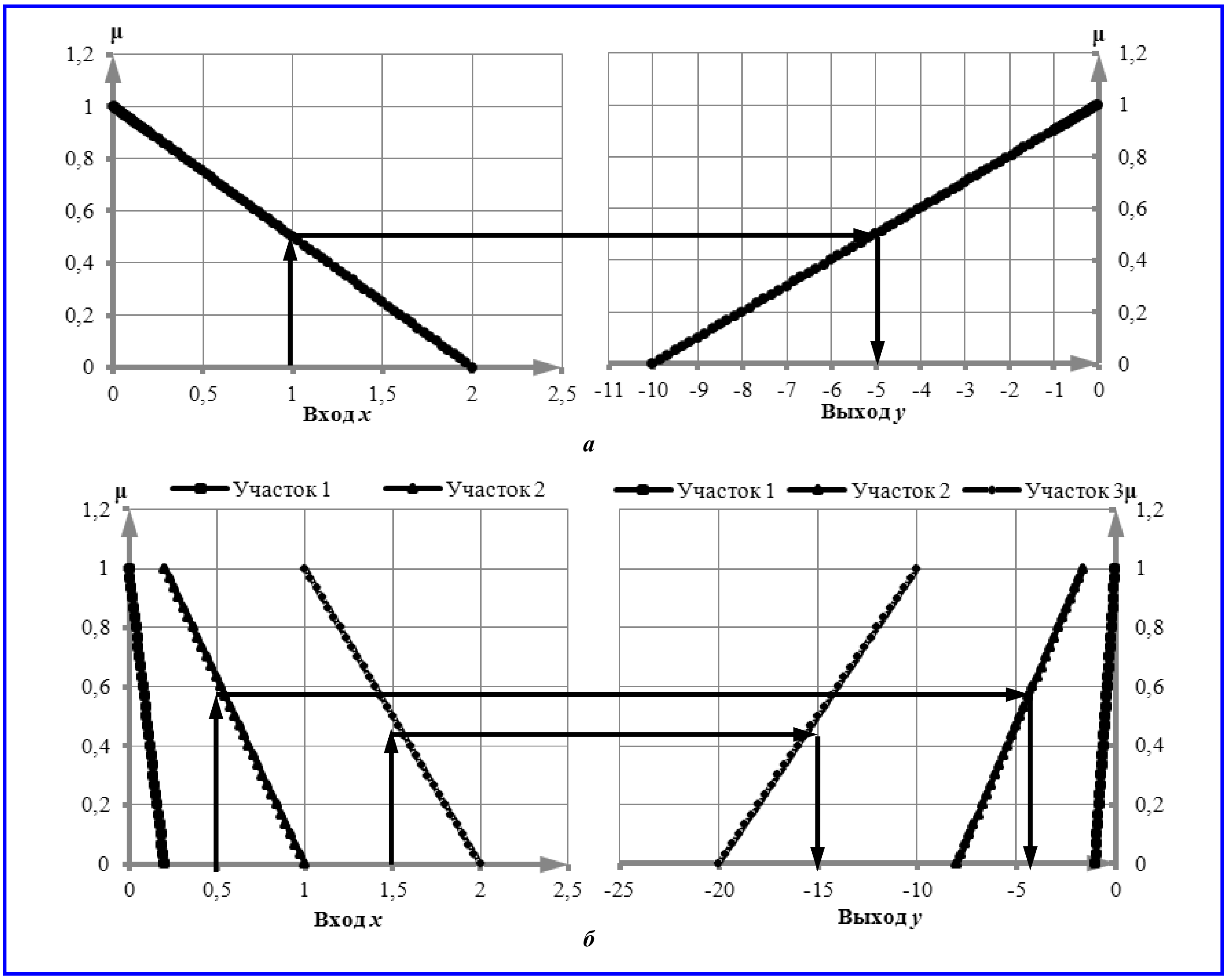

Рис. 3. Пример преобразования функции управления к виду отношения: *а* – с одним участком определения аргумента; *б* – множество участков определения функции

характерный вид графиков на рис. 3, *б* позволяет перейти к интуитивному обоснованию систем FAS.

Допустим, что закон управления (1) рассматривается группой экспертов. Предположим, что целями этого рассмотрения являются:

1. Высказать суждения о разделении всего диапазона возможных значений величин x и y на интервалы, имеющие некоторую качественную характеристику для данной системы управления (задача нечёткого шкалирования).

2. Гарантировать такой процесс получения суждений, который позволит дать количественную оценку суждений о соответствии интервалов разбиения всем качественным значениям.

Фактически достижение данных целей означает попытку экспертной интерпретации отношения (4), в котором, прежде произвольные значения функции декомпозиции $G(x)$ или $G(F^{-1}(y))$ определяются как степень/уровень возможности/соответствия/совместимости. Нетрудно заметить, что одновременное и однозначное определение значения μ для этих двух функций должно гарантировать интуитивное задание пары чисел x и y в отношениях (2) или (4). Например, можно представить достаточную степень компетентности экспертов при ответе на два взаимосвязанных вопроса:

1. «Дать оценку уровня соответствия входного параметра системы некоторому понятию о качественной шкале (терму входной лингвистической переменной); совместимости входного параметра с некоторым явлением, полезности события появления значения входного параметра и проч.».

2. «Дать оценку уровня соответствия параметра управления системы некоторому понятию о качественной шкале (терму выходной лингвистической переменной); совместимости параметра управления с некоторым явлением, полезности события появления значения параметра управления системы и проч.».

Если эксперт при ответе на эти вопросы подразумевает одно и то же значение уровня соответствия/совместимости/полезности, то из заданных пар – величин входного и выходного параметра – вместе с указанным экспертом уровнем можно составить отношения (2) или (4).

Однако при такой методике сбора экспертных заключений практически невозможно оценить точность «угадывания» экспертом истинного закона управления (1) или (3). В связи с этим для получения хотя бы косвенного понятия о точности экспертного оценивания можно применить метод анализа иерархий (МАИ), предложенного Т. Саати [4]. Причём, для применения метода МАИ вначале относительно двух сформулированных выше вопросов придётся принять следующую аксиому: выполнение опроса экспертов может проводиться путём раздельного многократного повторения 1-го вопроса и, затем, раздельного многократного повторения 2-го вопроса. Иными словами, эксперты могут задавать функции $\mu = G(x)$ и $\mu = G(F^{-1}(y))$ по отдельности. После чего отношения (2) или (4) формально образуются исходя из равенства $G(x) = G(F^{-1}(y))$ при варьировании значения $\mu \in [0, 1]$.

Кроме этой аксиомы следует учесть, что метод МАИ определён на дискретных значениях переменных x и y. В связи с этим до его применения следует провести дискретизацию переменных в областях их определения. А после применения метода МАИ полученные отношения могут быть линеаризованы.

В качестве простейшего примера применения предложенной методики рассмотрим управление механическим приводом, движение которого описывается дифференциальным уравнением второй степени:

$$\ddot{x} = Sy + S_0, \tag{5}$$

где y задаётся законом управления типа (3), S, S_0 – параметры объекта управления.

На практике этим уравнением может быть описано, например, угловое движение вращающегося привода, либо, например, поступательное движение инструментов в автоматизированных металлорежущих станках.

Из теории автоматического управления известно [5], что для обеспечения устойчивости закон управления в (5) следует выбирать в виде:

$$y = -k_1 x - k_2 \dot{x}.$$

При этом обычно коэффициенты k_1, k_2 подбираются исходя из точного знания параметров системы S, S_0, начальных условий $x(0)$, $\dot{x}(0)$ и жёстко задаются, исходя из требований по быстродействию и устойчивости.

Если же параметры системы или начальные условия известны лишь приближённо, то решение задачи оптимизаци параметров управления теряет смысл. Например, как показано на рис. 4, оптимальные коэффициенты $k_1 = -8$, $k_2 = -2$, вычисленные при $S = 10$, $S_0 = 1$ (рис. 4, *а*), применённые для $S = 6$, $S_0 = 1$ (рис. 4, *б*), приводят к негативному результату – перерегулированию по координате x (здесь V обозначает скорость $\dot{x}$).

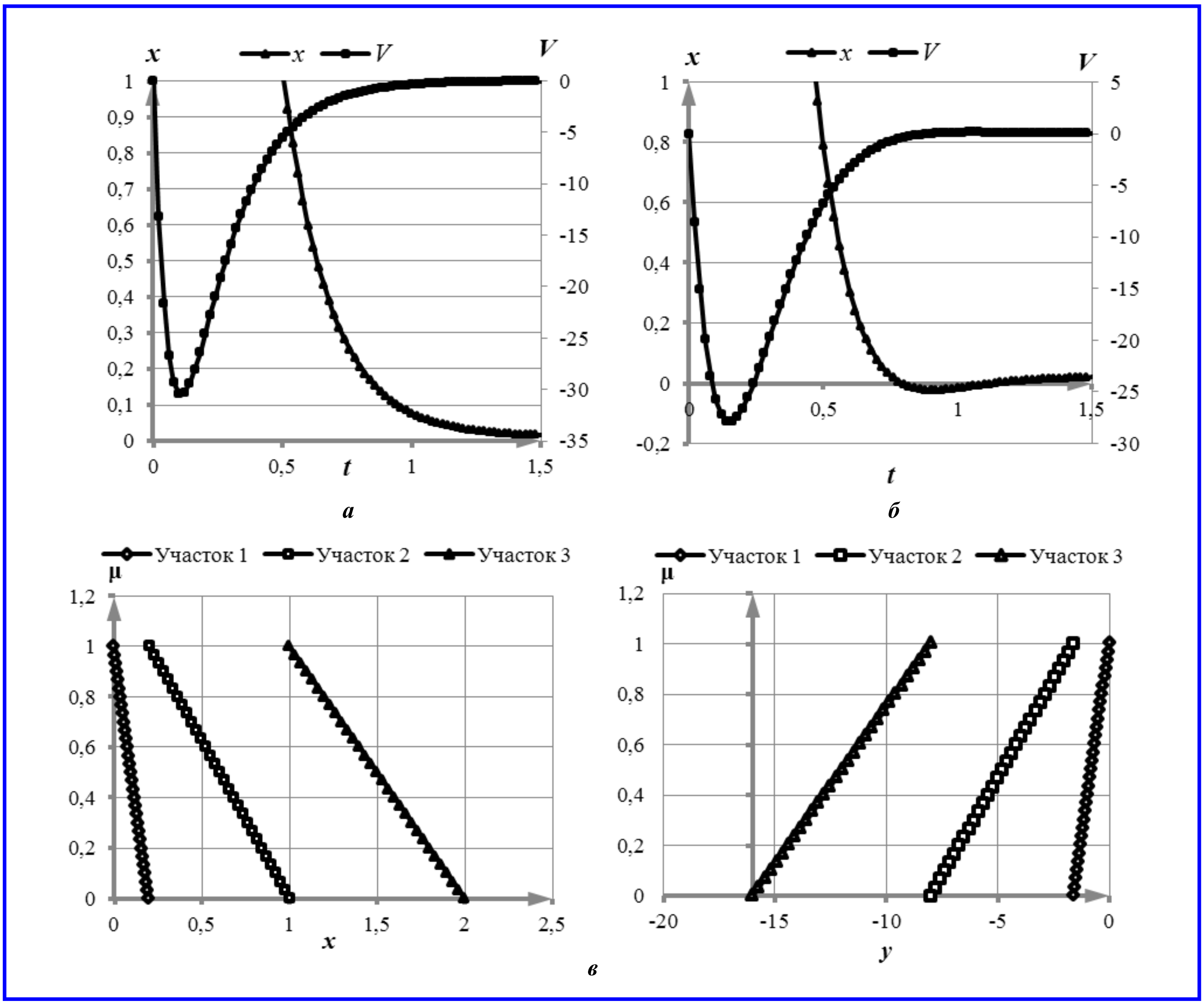

Рис. 4. Пример чёткого управления: *а* – при заданных параметрах системы; *б* – при изменении параметров системы; *в* – жёсткий закон управления, представленный в виде отношения

Если же в качестве закона управления принять экспертно заданное нечёткое решение (2), показанное на рис. 5, *в*, то перерегулирования удаётся избежать.

Принцип действия нечёткой адаптивной системы управления

В наиболее общем виде принцип действия FAS можно представить некоторым решающим функционалом полезности:

$$\text{Выход} = F_{Utl}[Poss_{\text{нечёткое действие}}(\text{Вход};\ \text{Знание о входе}),\ \text{Знание о выходе})],$$

где *Poss* – предикат возможности, ставящий в соответствие нечёткому действию над входом и знанием о нём нечётко-возможностный логический вывод о выходе; F_{Utl} – функционал, ставящий в соответствие конкретный выход и отобранные с некоторым учётом полезности множества пар нечёткого выхода и знания о нём.

Подразумевается, что под переменными «Вход», «Знание о входе» и «Знание о выходе» в общем случае подразумеваются нечёткие множества. Однако для выработки конкретного (реализуемого на практике) решения результатом функционала («Выходом») должна быть «строго» чёткая величина. Кроме того, нечёткость знания о входе обычно имеет возможностное (поссибилическое) происхождение. В то же самое время, нечёткость знания о выходе чаще всего имеет полезностное (аксиологическое) происхождение.

Очевидно, что в случае чётких знаний о входе и выходе вначале можно записать:

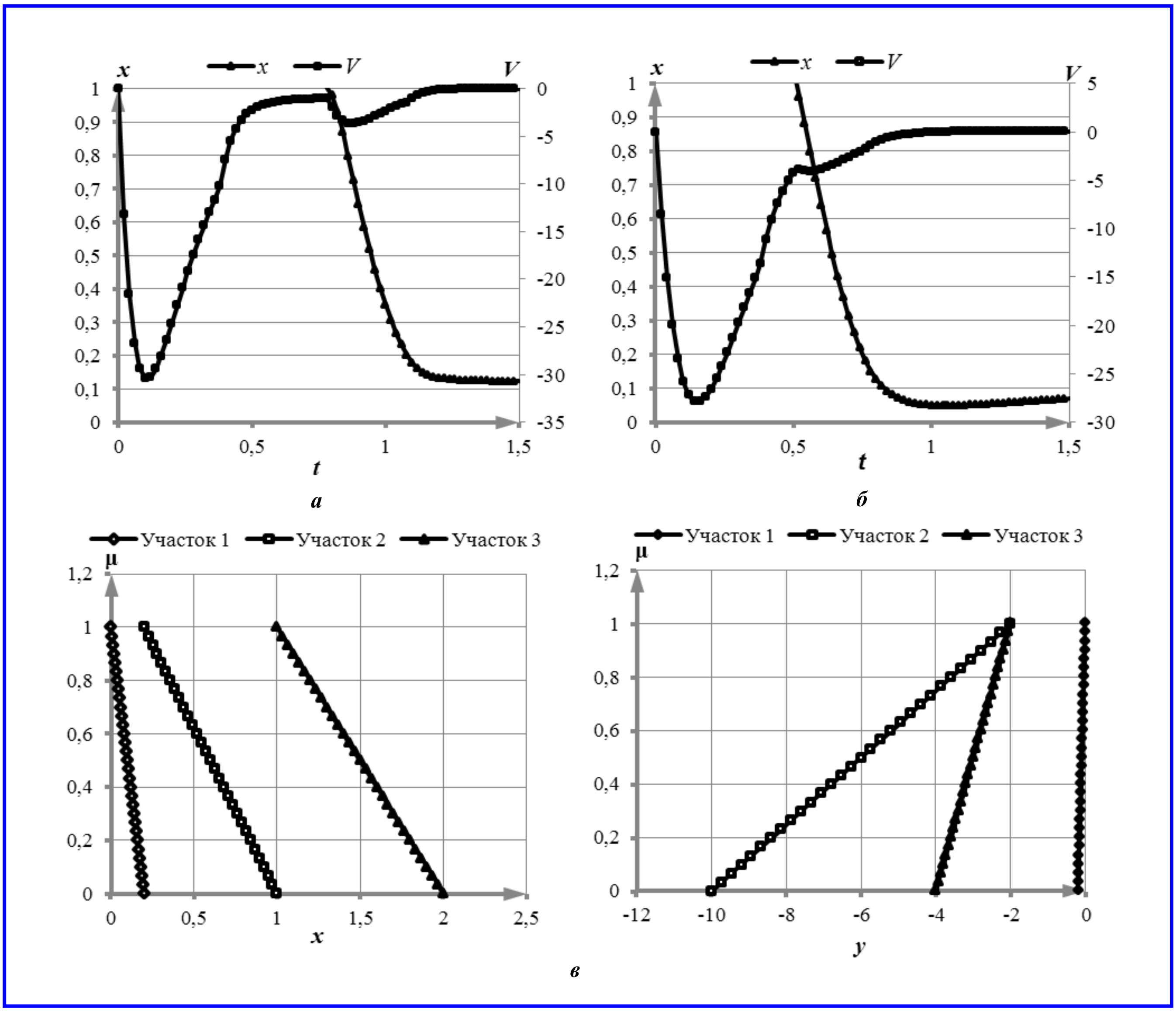

Рис. 5. Пример простейшего нечёткого управления: *а* – при заданных параметрах системы; *б*) при изменении параметров системы

$$Poss_{\text{чёткое действие}}(\text{Вход; Знание о входе}) \equiv$$
$$\equiv \text{Чёткое действие(Вход)},$$

откуда далее следует традиционная для детерминированного случая запись функционала управления:

$$\text{Выход} = F_{Utl}[\text{Чёткое действие(Вход)}].$$

С учётом введённой формализации на рис. 6 представлена структурная схема FAS в самом общем виде.

На рис. 6 блок фазификатора предназначен для представления ограниченной информации об объекте управления в виде нечёткого множества. Блок дефазификатора предназначен для обратного преобразования нечёткого множества в конкретный сигнал управления. В частном случае последний блок может включаться в выходное устройство просто путём задания чёткого выходного функционала полезности F_{Utl}. На основе предложенной схемы рассмотрим несколько примеров конструирования систем управления.

Вначале рассмотрим примеры, в которых базы знаний представлены лингвистическими терм-множествами. Напомним, что под лингвистическим терм-множеством понимается обычное множество пар объектов, один из которых является лингвистическим термином (термом, словом, кодом и пр.), в другой – нечётким множеством.

Например, терм-множество знаний о входной переменной (измеренной величине) может быть представлено в виде:

$$\breve{\mathcal{T}}_{\text{вход}} = \left\{ \left[\mathcal{L}_1, \breve{x}_1\right], \left[\mathcal{L}_2, \breve{x}_2\right], \ldots \right\}, \tag{6}$$

где $\mathcal{L}_i$ – слово, обозначение или код, являющееся лингвистическим смыслом (качественной, лингвистической характеристикой) входного сигнала; $\breve{x}_i = \left[\mu_i(x), x \in X_i\right]$ – нечёткое множество, определяющее нечёткую количественную характеристику входного сигнала; X_i – известные чёткие базовые множества соответствующих нечётких множеств; $\mu_i(x) \in [0,1]$ – известные уровневые функции соответствующих нечётких множеств.

В дальнейшем без потери общности будем полагать, что все базовые множества нечётких множеств одного и того же лингвистического терм-множества совпадают: $X_i \equiv X_{\mathcal{T}_{\text{вход}}}$.

Следует также отметить, что смысл неопределённости, которая задаётся уровневой функцией $\mu_i(x)$, в базе знаний обычно трактуется по-разному. Можно привести следующие варианты таких трактовок:

1. Совместимость значения x для i-го нечёткого множества с понятием (со смыслом, с качеством …) $\mathcal{L}_i$.

2. Возможность того, что значение x для i-го нечёткого множества есть количественная характеристика понятия (смысла, качества …) $\mathcal{L}_i$.

3. Принадлежность значения x для i-го нечёткого множества количественной характеристике понятия (смысла, качества …) $\mathcal{L}_i$.

4. Субъективная вероятность того, что случайная величина $\mathcal{L}_i$ принимает значение x из базового множества i-го нечёткого множества.

Иными словами, введённое терм-множество (6) можно считать качественной шкалой измеряемой величины. Ограниченное знание об этой величине распространяется лишь на чёткую оценку диапазона её изменения (базовое множество $X_{\mathcal{T}_{\text{вход}}}$), а также на нечёткие множества $\breve{x}_i$ оценок количественной градуировки известного диапазона.

Если терм-множество (6) ограничено и счётно, то можно говорить о нём как о некоторой дискретной лингвистической переменной. Тогда $\mathcal{L}_i$ могут задаваться как слова обычного языка, обозначающие некие сравнительные ряды (например, по возрастанию: «очень плохой»; «плохой»; «чуть-чуть хуже»; «не очень плохой»; «не очень хороший»; «чуть-чуть лучше»; «хороший»; «очень хороший»), либо ряды дискретных чисел (выраженные числительными или баллами [2]).

В противном случае можно говорить об идеальном непрерывном терм-множестве (6), которое лингвистически задаётся только традиционной комбинацией языковых числительных. Очевидно, что в этом предельном случае фактически нет места нечёткости (так как между двумя соседними непрерывными значениями нет ни одного промежуточного!). Тогда неопределённость элементов терм-множества может носить только характер случайности. При этом уровневые функции «совместимости», «возможности» или «субъективной вероятности» оцениваются нулевыми значениями, так как вероятность для любого значения непрерывной случайной величины по определению равна нулю.

Структурная схема FAS

Фазификатор на схеме (рис. 7) включает в себя два блока: блок объективной информации (БОИ) или собственно датчик измеряемой величины x и блок ввода прогнозируемой неточности (БВН).

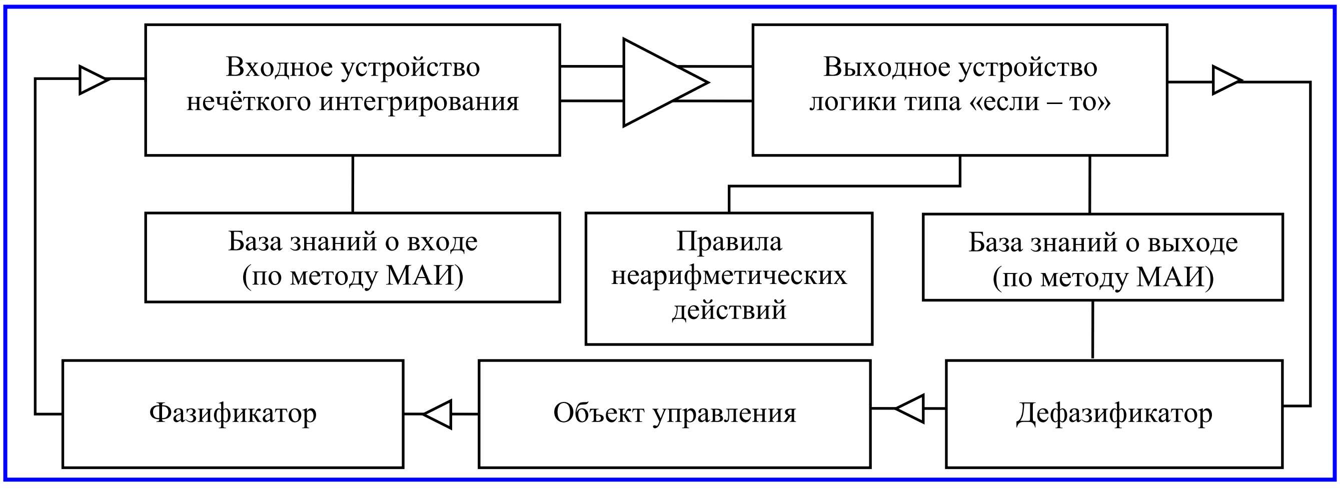

Рис. 6. Структурная схема системы управления FAS

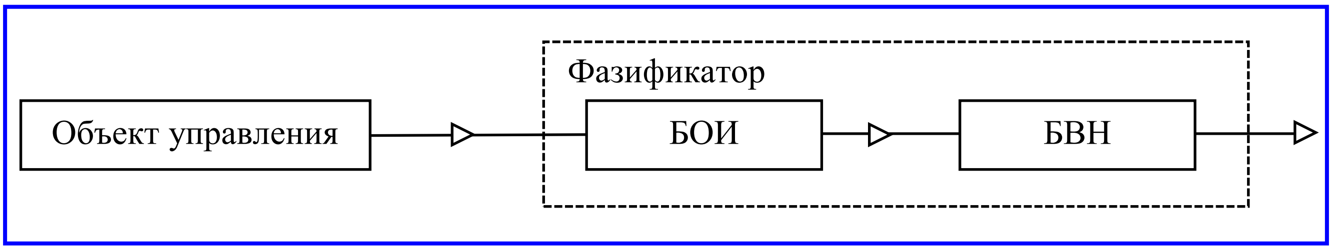

Рис. 7. Простейшая структурная схема фазификатора FAS

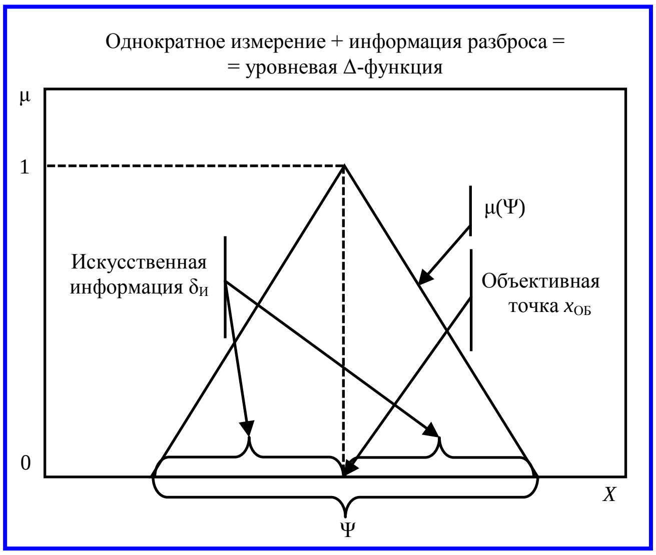

Рис. 8. Композиция входного нечёткого множества (пример 1)

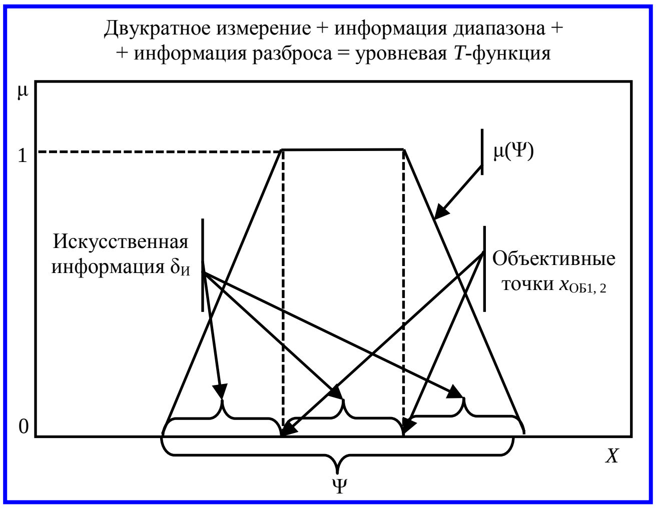

Рис. 9. Композиция входного нечёткого множества (пример 2)

Блок БОИ представляет собой обычный датчик входной величины традиционной системы управления. Принимается гипотеза о том, что в условиях дефицита информации измерения датчика не могут быть статистически обработаны каким-либо известным традиционным методом, за исключением простейшего осреднения по существенно ограниченному количеству n дискретных значений. Тогда следующий блок БВН позволяет в определённом смысле искусственно «восстановить картину» сбора входной информации и представить её в виде нечёткого множества входа:

$$\breve{\chi} = \left\{ \mu_{BX}\left(x\right), x \in \Psi \subseteq X_{\mathcal{T}_{\text{вход}}} \right\},$$

где Ψ – множество «искусственно образованной» информации.

Множество Ψ можно представить композицией множества объективной информации $x_{ОБ}$ и множества искусственной (прогнозируемой, априорной, субъективной и проч.) информации $\delta_И$: $\Psi = x_{ОБ} \circ \delta_И$.

В этой композиции уровневые значения $\mu(x_{ОБ}) = 1$ по определению относятся к объективной информации, а уровневые значения $\mu(\delta_И) \in [0, 1]$ определяются путём какого-либо алгоритма апостериорного обучения. Несколько вариантов простейших случаев композиции Ψ и получения нечеткого множества входа $\breve{\chi}$ представлены на рис. 8 – 10.

Входное устройство предназначено для сопоставления в процессе управления «фазифицированного» входного сигнала с терм-множеством входных сигналов, хранящихся в базе знаний о входных сигналах (см. рис. 6). Иными словами, определяется некоторое логическое совмещение (возможность, принадлежность, субъективная вероятность) полученной от фазификатора композиции входного нечёткого сигнала и знаний о тестовых входных сигналах. Учитывая, что все операнды такого логического совмещения являются нечёткими множествами, результатом такого совмещения должно быть также нечёткое множество. В связи с этим формально можно записать следующее общее правило совмещения:

$$Y = \left\{ \breve{y}_i = Pred_{\Omega}\left(\breve{\chi}, \left[\breve{\chi}_i^{\text{ВЗ}}, \mathcal{L}_i\right]\right), i = 1, 2, \ldots \right\}, \quad (7)$$

где Y – множество результатов попарного совмещения входной информации и элементов базы знаний; $Pred_{\Omega}$ – предикат, определяющий логическое совмещение типа Ω; $\breve{\chi}_i^{\text{ВЗ}} = \{\mu_{i\text{ВЗ}}(x), x \in X_{\text{ВЗ}}\}$ – нечёткое множество «входного знания», элемент терм-множества входной базы знаний, соответствующий лингвистической характеристике $\mathcal{L}_{\text{i}}$.

В самом начале развития теории нечётких множеств Л. Заде определил наиболее простой и субъективно понятный предикат совмещения в формуле (7) в следующем формализованном виде [1, 3]:

$$Pred_Z:\ \begin{cases} \forall x \in (X \cap X_{\text{ВЗ}}) \neq \varnothing \to \mu_i(x) = \min\{\mu_{\text{ВХ}}(x); \mu_{i\text{ВЗ}}(x)\}; \\ \forall x \notin (X \cap X_{\text{ВЗ}}) \to \mu_i(x) = 0. \end{cases} \tag{8}$$

Тип данного предиката – минимум – определяет пессимистическую (наиболее осторожную, «нижнюю») оценку совместимости (возможности, принадлежности, субъективной вероятности) входной «фазифицированной» информации с i-м элементом входной базы знаний. В дальнейшем эту идею развивал М. Мамдани [6], впервые предложивший общую структурную схему FAS по типу рис. 6. Графический пример получения результата совмещения «фазифицированного» входного сигнала с терм-множеством входных сигналов из базы знаний представлен на рис. 11.

Входное устройство («контроллер Мамдани») на схеме (рис. 12) содержит блок вычислений предикатов (БВП) при подаче на него (параллельно или конвейером) из базы знаний всего спектра информации $[\breve{\chi}_{\text{i}}^{\text{ВЗ}}, \mathcal{L}_i]$, $i = 1, 2, \ldots$, а также блок задания типа Ω логического совмещения (БЗТС), управляющие сигналы которого поступают на блок настройки вычислений (БНВ). На выходе блока БВП, согласно М. Мамдани, образуется множество чётких чисел как результат транзитивной операции минимакса

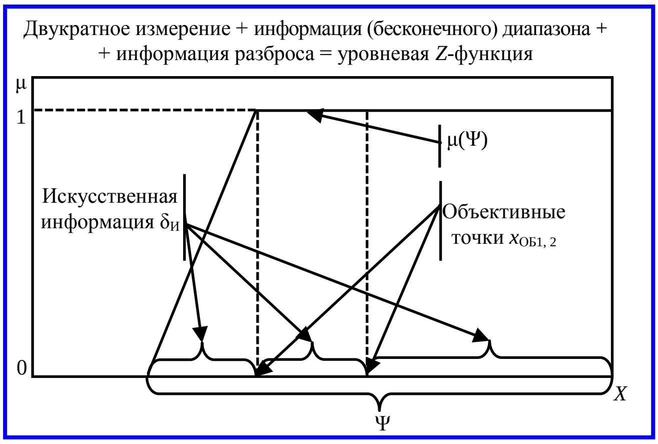

Рис. 10. Композиция входного нечёткого множества (пример 3)

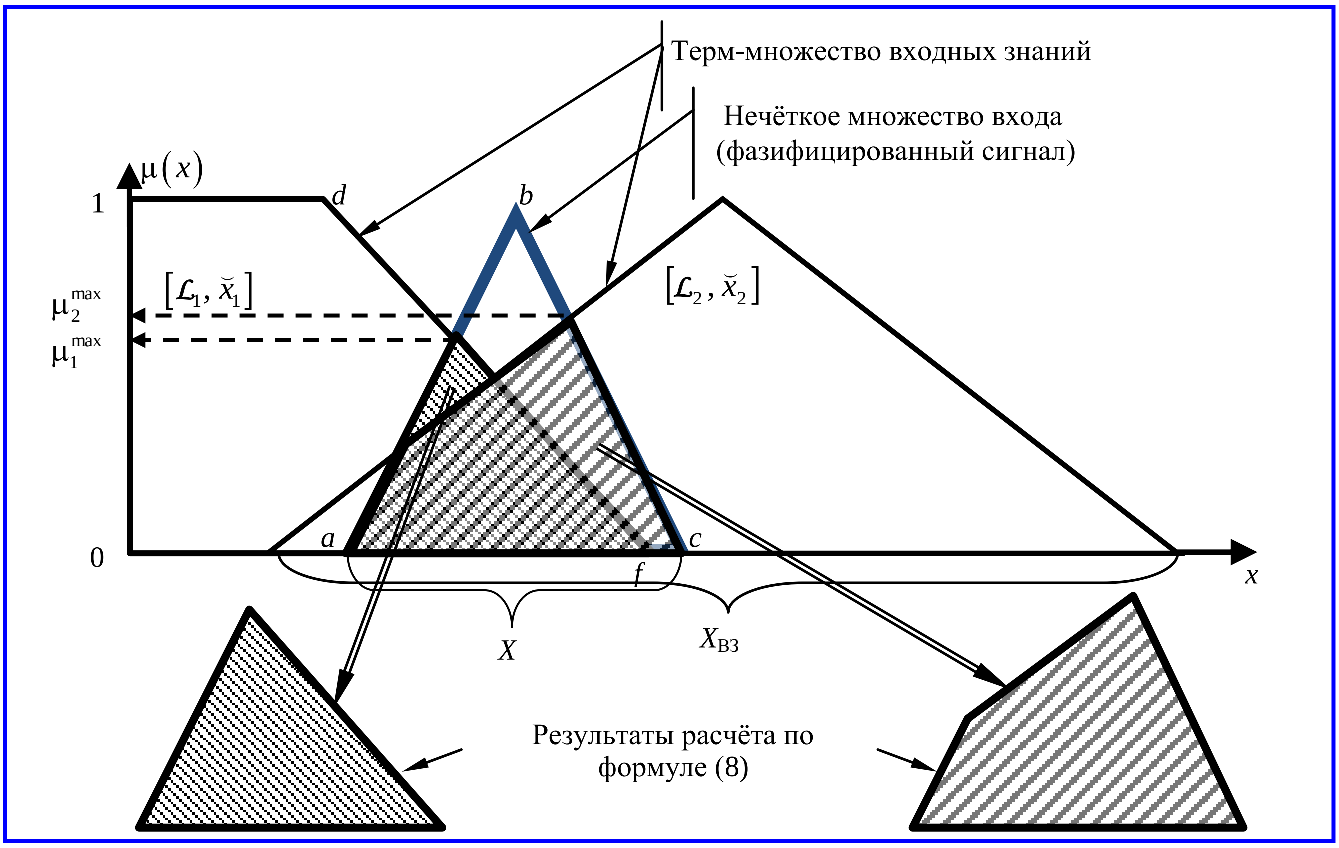

Рис. 11. Совмещение фазифицированного входного сигнала с терм-множеством входных сигналов

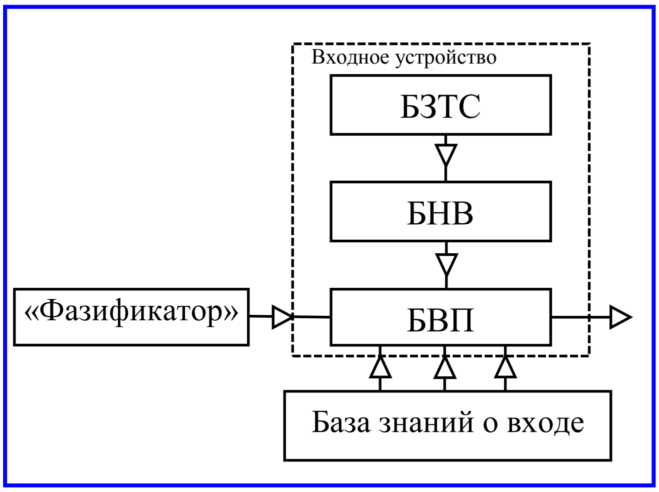

Рис. 12. Структурная схема входного устройства «контроллера Мамдани»

(минимум по формуле (8)):

$$N = \left\{ \eta_i = \sup\left\{ \mu_i(x), x \in X \cap X_{\text{ВЗ}} \right\} \right\}. \qquad (9)$$

При всей своей привлекательной простоте, метод с использованием формулы (8) имеет, на наш взгляд, два существенных недостатка.

Во-первых, в методе априорно предполагается одинаковая «размерность неопределённости» нечётких чисел базы знаний и нечёткого входного фазифицированного измерения. В действительности это не всегда так. Обычно неопределённость лингвистических значений базы знаний имеет по существу аксиологический (полезностный, субъективный) характер. В то же самое время, неопределённость измерительного прибора почти всегда – объективная возможность (хотя бы и дополненная искусственно). В связи с этим прямое сравнение уровневых функций $\mu_{\text{ВХ}}(x)$ и $\mu_{i\text{ВЗ}}(x)$ в (8) можно считать не вполне корректным (как сравнение различных «размерностей неопределённости»).

Во-вторых, в методе Мамдани используется транзитивное соотношение (9), которое не вполне точно описывает характер согласования измеренной информации и «входного знания», явно отдавая предпочтение последнему. Кроме того, соотношение (9) не всегда поддаётся объяснению с точки зрения субъективного вывода, в частности, обусловленного использованием метода МАИ для формирования нечётких множеств и термов лингвистической переменной. Так, в случае МАИ уровневым функциям $\mu_{\text{ВХ}}(x)$ и $\mu_{i\text{ВЗ}}(x)$ придаётся значение весов (мер). В связи с этим их соотношение должно строиться на основе принципа максимального правдоподобия [7], для которого (9) явно не доказывается.

Для устранения указанных недостатков метода Мамдани предлагается соотношение (9) заменить выражением нечёткого интеграла по нечёткой мере (*fuzzy expected value – FEV*):

$$FEV_i = \sup_{\mu \in [0,1]} \left\{ \min\left(\mu; G_{\tilde{x}_{\text{ВХ}}} \left[x = \left(\mu_{\text{ВХ}}\right)^{-1}(\mu) : \mu_{i\text{ВЗ}}(x) \geq \mu \right] \right) \right\}, \quad (10)$$

где $G_{\tilde{x}_{\text{ВХ}}}$ – нечёткая мера [2] входной информации, вычисленная на множестве значений входной величины x.

Из выражения (10) видно, что, в отличие от (9), в нём не происходит никаких совместных арифметико-логических действий с уровневыми величинами $\mu_{\text{ВХ}}(x)$ и $\mu_{i\text{ВЗ}}(x)$. При этом уровень $\mu_{i\text{ВЗ}}(x)$ рассматривается как нечёткая мера аксиологической неопределённости i-го терма лингвистической переменной «входной сигнал системы управления». А уровень $\mu_{\text{ВХ}}(x)$ рассматривается как нечёткая мера возможных значений объективно измеренного входного сигнала. В целом величину нечёткого интеграла FEV_i можно назвать мерой ожидаемой совместимости (ожидаемого соответствия, ожидаемой полезности и проч.) входной информации с понятием i-го терма лингвистической переменной. Интуитивно ясно, что это определение вполне соответствует известной математической терминологии наибольшего правдоподобия (математического ожидания).

Преодоление второго недостатка метода Мамдани хорошо иллюстрирует следующий числовой пример. Пусть обозначенные на рис. 11 точки имеют следующие координаты:

	a	***b***	***c***	***d***	***f***
x	3	5	9	4	6
μ	0	1	0	1	0

Тогда нетрудно проверить, что по формуле (9) получается минимакс $\eta = 0{,}75$. Однако по формуле (10) ожидаемая совместимость входа с первым значением входной лингвистической величины $FEV \approx 0{,}4$. Следует учесть, что на рис. 11 «треугольник» входной величины (*abc*) существенно смещён вправо относительно первого терма (*df*) лингвистической переменной. В связи с этим понятно, что почти двукратное уменьшение уровня результата совмещения нечётких множеств в данном случае более правдоподобно характеризует лингвистически определённую входную величину с учётом возможностей её измерения.

Следует также отметить, что введение вычислений по формуле (10) не повлияет на общий вид схемы входного устройства на рис. 12. При этом в блоке БВП может быть реализован только алгоритм вычисления *min* и *sup* в соответствии с логикой (9) и (10). Блок БЗТС может организовывать переходы между двумя типами совмещения – (9) или (10). Блок БНВ может настраивать вычисления нечёткой меры $G_{\breve{x}_{i\,\text{вх}}}$.

Выходное устройство логики на рис. 7 предназначено для формирования закона управления из серий выходов FEV_i, относящихся к различным измеряемым входам. Иными словами, это устройство обеспечивает реализацию n-арного отношения типа (4), в котором $n-1$ величина характеризует входные переменные. Причём, для реализации этого отношения уже не могут быть напрямую применены обычные арифметические операции, так как теперь элементами отношения служат нечёткие множества – термы лингвистических переменных:

$$Y=\Big\{\Big\langle\Big\{\breve{\chi}_{i1}^{\text{В}31},\ i_1=1,\ldots\Big\},\ \ldots,\Big\{\breve{\chi}_{i(n-1)}^{\text{В}3n-1},\ i_{(n-1)}=1,\ldots\Big\},\\ \Big\{\breve{y}_{in},\ i_n=1,\ldots\Big\}\Big\rangle\Big\};\mu_{in}\in[0,1]\Big\},\tag{11}$$

где $\mu_{in}=RUL_{in}(\{FEV_{i1}\},\ \ldots,\ \{FEV_{i(n-1)}\})$ – вычисляется путём задания набора правил RUL_{in} неарифметических действий с множествами уровневых значений.

Запись (11), вообще говоря, достаточно формальная. Главное место в работе выходного устройства занимает разработка и обработка функций RUL_{in}. В литературе, посвящённой FAS [3], обычно этот момент либо опускается, либо рассматривается как некоторое «искусство составления правил».

Предлагается формализовать процедуру разработки и обработки функций RUL_{in} с использованием теоретико-множественного подхода.

Пусть рассматривается правило оперирования с двумя лингвистическими переменными, заданными в виде набора термов входных $\left\{\breve{\chi}_{i1}^{\text{В}31},\ i_1=1,\ \ldots,\ n_1\right\}$ и $\left\{\breve{\chi}_{i2}^{\text{В}32},\ i_2=1,\ \ldots,\ n_2\right\}$ и выходной $\left\{\breve{y}_{i3},\ i_3=1,\ \ldots,\ n_3\right\}$ переменных. Причём, для каждой входной переменной входным блоком FAS рассчитаны серии нечётких интегралов с результатами $\left\{FEV_{i1}^{1},i_1=1,\ \ldots,n_1\right\}$ и $\left\{FEV_{i2}^{2},i_2=1,\ \ldots,n_2\right\}$. Тогда отношение (11) можно определить, задавая n_2 правил оперирования в виде квадратичных форм транзитивных матричных действий:

$$RUL_{i3}=\left[FEV_1^1,\ldots,FEV_{n1}^1\right]\otimes RUL_{0\langle n1,n2\rangle}^{i3}\otimes\\ \otimes\left[FEV_1^2,\ldots,FEV_{n2}^2\right]^T,\ i_3=1,\ldots,n_3,\tag{12}$$

где $\otimes$ – символ транзитивных действий с числами, означающий, например для матриц $A=\{a_{ij}\}$, $B=\{b_{kl}\}$, вычисления по схеме: $r_{ij}=\sup\{\min\{a_{i1};\ b_{1j}\},$ $\min\{a_{i2};\ b_{2j}\},\ \ldots\}$; $RUL_{0\langle n1,n2\rangle}^{i3}=\left\{\delta_{ij}\right\}_{j=1,\ldots,n2}^{i=1,\ldots,n1}$ – матрица, состоящая из символов Кронеккера $\delta_{ij}=\begin{cases}1\\0\end{cases}$.

Величины δ_{ij} являются носителями неарифметического вычислительного смысла и обозначают возможность одновременных событий появления на выходе входного устройства i-го терма $\breve{\chi}_i^{\text{В}31}$ и j-го терма $\breve{\chi}_j^{\text{В}32}$ в случае необходимости (полезности/совместимости) выдачи i_3-го терма управления $\breve{y}_{i3}$. При этом, как и в случае входных переменных, для выходных значений управления необходимо вычислить величину ожидаемой необходимости выдачи соответствующего управления в виде нечёткого интеграла:

$$FEV_{i3}^{\breve{y}_{i3}}=\sup_{\mu\in[0,1]}\left\{\min\left(\mu;G_{RUL_{i3}}\left[y:\mu_{\breve{y}_{i3}}(y)\geq\mu\right]\right)\right\},\tag{13}$$

где $\mu_{\breve{y}_{i3}}(y)$ – уровневая функция терма выходной переменной; G_{RULi3} – нечёткая мера [2, 7] выходной величины, вычисленная по постоянному уровню RUL_{i3} на множестве значений выходной величины y.

С учётом описанной процедуры структурная схема выходного устройства может быть разделена на две части. Первая часть обеспечивает выполнение n_3 вычислений по формулам (12) при передаче матриц $RUL_{0\langle n1,n2\rangle}^{i3}$ из блока правил неарифметических действий (см. рис. 7). Вторая часть обеспечивает вычисления (13) и поэтому аналогична описанному выше входному устройству (см. рис. 12). Однако в частном случае Δ-функций и T-функций нечётких чисел-термов выходной переменной вычисления в (13) существенно упрощаются, так как при $RUL_{i3} = \mathrm{const}$ несложно показать:

$$FEV_{i3}^{\breve{y}_{i3}} = \min\left\{RUL_{i3};\ \frac{y_{i3}(\max) - y_{i3}(\min)}{y_{i3}(\max)}\right\}, \quad (14)$$

где обозначены соответственно максимальная и минимальная точки базового интервала нечёткого числа $\breve{y}_{i3}$.

Описанная процедура путём последовательного попарного синтеза может быть обобщена на случай сколь угодно большого числа входных переменных. Однако при этом авторы сознают чрезмерную сложность получения матриц $RUL^{i3}_{0\langle n1,\, n2\rangle}$.

Заключение

В задачу дефазификатора должно входить получение однозначного (непротиворечивого) чёткого значения управления. В простейшем случае это может быть либо мажоритарный элемент

$$y_{Sup} = \left\{\left(\mu_{\breve{y}_{i3}}\right)^{-1}\left(\sup_{i_3} FEV_{i3}^{\breve{y}_{i3}}\right),\ i_3 = 1,\ \ldots,\ n_3\right\},$$

либо среднее арифметическое

$$y_{Mid} = \frac{1}{n_3}\sum_{i_3}\left(\mu_{\breve{y}_{i3}}\right)^{-1}\left(FEV_{i3}^{\breve{y}_{i3}}\right).$$

Для более сложного случая может быть снова использован нечёткий интеграл, в котором некоторая заранее заданная функция полезности термов управления интегрируется по мерам ожидаемой возможности реализации управления RUL_{i3}.

Литература

1. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях / Р. Беллман, Л. Заде // Вопросы анализа и процедуры принятия решений. – М. : Мир, 1976. – С. 172 – 215.
2. Нечёткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д. А. Поспелова. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 312 с.
3. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. Заде. – М. : Мир, 1976. – 165с.
4. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий: монография / Т. Саати. – М. : Радио и связь, 1993. – 278 с.
5. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. – М. : Наука, 1987. – 712 с.
6. Зиновьев И. П. Контроллер Мамдани-Сугено с нечёткой правой частью как универсальный аппроксиматор // Исследования по информатике. – № 12. – Казань : Отечество, 2007. – С. 117 – 123.
7. Методология общей теории систем / А. М. Иванов [и др.]. – СПб. : Научная мысль, 2005. – 480 с.

Поступила в редакцию 23.12.2013

***Николай Васильевич Радионов**, д-р эконом. наук, e-mail: radionov_nv@mail.ru.*
***Александр Владимирович Паршин**.*
Т. (812) 347-95-22.