

# КОСМИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА. КОСМИЧЕСКИЕ АППАРАТЫ

УДК 629.7

## ТЕСТОВОЕ ДИАГНОСТИРОВАНИЕ ИЗБЫТОЧНЫХ МАХОВИЧНЫХ СИСТЕМ

А.Д. Беленький, В.Н. Васильев,  
М.Е. Семенов  
(ОАО «Корпорация «ВНИИЭМ»)

Алгоритмы управления избыточных маховичных систем предлагается использовать для тестового диагностирования двигателей-маховиков. Разработаны варианты тестирования отдельных двигателей-маховиков, групп двигателей-маховиков и системы в целом. Алгоритмы тестирования обеспечивают минимизацию возмущающих моментов, действующих на космический аппарат.

**Ключевые слова:** космический аппарат, двигатель-маховик, управляющий момент, матрица направляющих косинусов, диагностирование, тестовый сигнал.

### Введение

Для проверки исправности двигателя-маховика в полёте на его вход подаётся тестовый сигнал. Измеряется приращение скорости за время тестирования. Если приращение скорости находится в заданном диапазоне, двигатель-маховик считается исправным. Уровень тестового сигнала и время тестирования должны обеспечивать надёжное измерение приращения скорости с учётом шумовых помех измерителя и разброса параметров двигателя-маховика. Во время тестирования двигатель-маховик отключается от контура управления, а создаваемый им момент является возмущающим для космического аппарата (КА). В традиционных маховичных системах оставшиеся для управления два двигателя-маховика не могут компенсировать действие возмущающего момента. Возникает неизбежная ошибка ориентации. Эта ошибка обрабатывается после включения проверенного двигателя-маховика в контур управления.

С учётом свойств избыточных маховичных систем [1, – 3] и разработанных алгоритмов управления [2 – 7] ставится задача тестирования двигателей-маховиков в процессе штатной работы маховичной системы без нарушения режима ориентации.

### Алгоритмы управления избыточной маховичной системой

Рассмотрим избыточную маховичную систему, в состав которой входят  $n > 3$  одинаковых двигателей-маховиков [2]. Пусть  $Oxyz$  – связанная система координат, относительно которой определяется схема установки двигателей-маховиков. Обозначим через  $\mathbf{h}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) – единичный вектор,

параллельный оси вращения  $i$ -го маховика. За начало всех векторов  $\mathbf{h}_i$  выберем точку  $O$ . Совокупность векторов  $\mathbf{h}_i$  определяет схему установки двигателей-маховиков на КА. Положение установочного вектора  $\mathbf{h}_i$  в системе координат  $Oxyz$  может быть задано тремя направляющими косинусами  $h_{i1}, h_{i2}, h_{i3}$ .

Пусть  $m_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) – управляющие моменты двигателей-маховиков,  $\mathbf{H}_i$  – вектор кинетического момента  $i$ -го двигателя-маховика,

$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^n \mathbf{H}_i$  – вектор кинетического момента маховичной системы. Вектор управляющего момента маховичной системы

$$\mathbf{M}_0 = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{h}_i - \omega \times \mathbf{H}$$

складывается из двух составляющих. Первое слагаемое определяет вектор управляющего момента, создаваемый за счёт изменения скоростей вращения двигателей-маховиков. Второе слагаемое учитывает гироскопический момент, возникающий при вращении маховичной системы с угловой скоростью  $\omega$  вместе с КА.

Первое слагаемое можно представить в матричном виде

$$\mathbf{M} = \mathbf{A} \mathbf{m}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{M} = (M_x, M_y, M_z)$  – управляющие моменты маховичной системы по осям стабилизации,

$$A = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} & \dots & h_{n1} \\ h_{12} & h_{22} & \dots & h_{n2} \\ h_{13} & h_{23} & \dots & h_{n3} \end{bmatrix},$$

$A$  –  $3 \times n$ -матрица направляющих косинусов единичных векторов  $\mathbf{h}_i = (h_{i1}, h_{i2}, h_{i3})$ , определяющая схему установки электродвигателей-маховиков,  $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_n)$  –  $n$ -мерный вектор, компонентами которого являются управляющие моменты электродвигателей-маховиков.

Управляющие моменты двигателей-маховиков  $m_i$  должны обеспечивать равенство вектора  $\mathbf{M} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}$  требуемому вектору управляющего момента КА. Чтобы не вводить дополнительные переменные, будем полагать, что  $\mathbf{M}$  – требуемый вектор управляющего момента КА, определенный как функция угловых отклонений и угловых скоростей КА и учитывающий гироскопическую составляющую вектора управляющего момента.

Из равенства (1) получим систему трёх алгебраических уравнений связи для управляющих моментов двигателей-маховиков

$$A\mathbf{m} = \mathbf{M}. \quad (2)$$

Избыточные маховичные системы создают требуемый управляющий момент КА, удовлетворяющий уравнениям связи (2), с одновременным достижением заданных показателей качества управления. Критерием оптимальности маховичной системы в общем случае служит минимум суммы взвешенных квадратов управляющих моментов маховиков [4]

$$J = \sum_{i=1}^n V_i m_i^2, \quad (3)$$

где  $V_i$  – весовая функция  $i$ -го маховика.

Весовая функция в (3) является обобщённой характеристикой динамического состояния двигателя-маховика. Функция веса минимальна, когда двигатель-маховик способен работать в режиме рекуперации энергии. Если допустить, что весовые функции слабо зависят от требуемых моментов, то полученное решение [4]

$$m_i = (\mathbf{h}_i \cdot H^{-1} \mathbf{M}) / V_i, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (4)$$

сводится к вычислению и обращению матрицы

$$H = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{h_{i1}^2}{V_i} & \sum_{i=1}^n \frac{h_{i1} h_{i2}}{V_i} & \sum_{i=1}^n \frac{h_{i1} h_{i3}}{V_i} \\ \sum_{i=1}^n \frac{h_{i2} h_{i1}}{V_i} & \sum_{i=1}^n \frac{h_{i2}^2}{V_i} & \sum_{i=1}^n \frac{h_{i2} h_{i3}}{V_i} \\ \sum_{i=1}^n \frac{h_{i3} h_{i1}}{V_i} & \sum_{i=1}^n \frac{h_{i3} h_{i2}}{V_i} & \sum_{i=1}^n \frac{h_{i3}^2}{V_i} \end{bmatrix}.$$

Если расчётные моменты (4) превышают максимальный управляющий момент маховика, целесообразно нормировать решение. В результате нормирования сохраняется требуемое направление вектора управляющего момента маховичной системы, хотя и реализуется меньший по модулю вектор. Отказ от нормировки ведёт к появлению паразитных моментов по осям стабилизации.

В частном случае, когда все весовые функции  $V_i$  равны единице,

$$H = AA^T.$$

Управляющие моменты двигателей-маховиков реализуют критерий оптимальности

$$J = \sum_{i=1}^n m_i^2$$

и вычисляются по формуле [4, 5]

$$\mathbf{m} = A^T (A A^T)^{-1} \mathbf{M}. \quad (5)$$

Используя компактную формулу (5), рассмотрим возможные варианты тестового диагностирования.

#### Алгоритмы тестового диагностирования

Важной характеристикой избыточных маховичных систем является коэффициент использования кинетического момента  $\chi(\mathbf{r})$  в произвольном направлении  $\mathbf{r}$  [8]. Полагаем, что схема установки обеспечивает условие управляемости системы  $0 < \chi(\mathbf{r}) < 1$  в исходном состоянии и при отказах двигателей-маховиков.

При отключении  $i$ -го двигателя-маховика процедура вычислений управляющих моментов маховиков по формулам (4) и (5) можно сохранить, если в матрице  $A$  обнулить столбец направляющих косинусов отключённого двигателя-маховика, при этом  $m_i = 0$ . В сигнале требуемого управляющего момента следует учитывать гироскопическую составляющую  $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}_i$ , если скорость двигателя-маховика отлична от нуля.

Это свойство позволяет проводить тестовое диагностирование двигателей-маховиков в процессе штатной работы маховичной системы.

Для проверки исправности двигателя-маховика на его вход в течение времени  $\tau$  подаётся постоянный тестирующий сигнал  $m^*$ . Расчётное приращение скорости за время тестирования составит  $\Delta\Omega_i = m^* \tau / I$ , где  $I$  – момент инерции маховика. Если измеренное приращение скорости отличается от расчётного на допустимую величину, двигатель-маховик считается исправным. Чтобы в процессе тестирования двигатель-маховик не попадал в зону насыщения по кинетическому моменту, знак сигнала тестирования должен быть противоположен знаку накопленного кинетического момента. Можно вернуть двигатель-маховик в исходное состояние, повторив процедуру тестирования входным сигналом противоположного знака.

Во время тестирования на КА действует возмущающий момент  $m^* \mathbf{h}_i - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}_i$ , возникает ошибка ориентации, которая через систему обратных связей контура управления обрабатывается маховичной системой. Появление ошибки можно исключить, если во время тестирования в сигнал требуемого управляющего момента добавить компенсирующий сигнал  $-m^* \mathbf{h}_i + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}_i$ . Добавление компенсирующего сигнала эквивалентно организации контура управления по возмущению, с тем отличием, что возмущающий момент  $m^* \mathbf{h}_i$  не измеряется, а считается априорно известным. Во время тестирования управляющие моменты электродвигателей-маховиков вычисляются по формуле

$$\mathbf{m} = A_i^T (A_i A_i^T)^{-1} (\mathbf{M} - m^* \mathbf{h}_i + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}_i),$$

где  $A_i$  – матрица  $A$ , в которой обнулён  $i$ -й столбец направляющих косинусов тестируемого двигателя-маховика.

Управляющий момент каждого двигателя-маховика складывается из двух составляющих: одна участвует в реализации вектора требуемого управляющего момента  $\mathbf{M}$

$$\mathbf{m}_1 = A_i^T (A_i A_i^T)^{-1} \mathbf{M},$$

другая необходима для компенсации возмущающего момента тестируемого двигателя-маховика  $m^* \mathbf{h}_i - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}_i$

$$\mathbf{m}_2 = -A_i^T (A_i A_i^T)^{-1} (m^* \mathbf{h}_i - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}_i).$$

Расчётные компоненты вектора  $\mathbf{m} = \mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2$  могут превысить максимальный управляющий момент двигателя-маховика  $m_{\max}$ . Умножение рас-

чётных значений на масштабный множитель  $k = \min(m_{\max} / |m_i|)$  позволяет реализовать управляющий момент  $k(\mathbf{M} - m^* \mathbf{h}_i)$ , совпадающий по направлению с требуемым.

Обычно тестирование двигателей-маховиков проводится в режиме стабилизации КА, когда  $\mathbf{M} \cong 0$ . Система ( $n-1$ ) двигателей-маховиков легко парирует возмущающий момент одного двигателя-маховика и необходимость масштабирования не возникает.

Поддержание точности ориентации во время тестирования при помощи компенсирующего сигнала предполагает исправную работу проверяемого двигателя-маховика и положительный результат тестирования. Если двигатель-маховик неисправен, возмущающий момент, создаваемый им при тестировании, отличается от расчётного момента. Реакция маховичной системы на расчётный компенсирующий сигнал становится в этих условиях возмущающим фактором. Возникшая ошибка ориентации отрабатывается после завершения тестирования и отключения неисправного двигателя-маховика из контура управления.

В симметричных схемах установки, для которых выполняется условие управляемости  $0 < \chi(\mathbf{r}) < 1$ , возможно одновременное тестирование всех двигателей-маховиков без создания возмущающего момента, действующего на корпус КА. Если пренебречь влиянием гироскопических моментов, во время тестирования должно выполняться условие равенства нулю суммы возмущающих моментов двигателей-маховиков  $\sum m_i^* \mathbf{h}_i = 0$ . Взаимная компенсация возмущающих моментов возможна за счёт выбора уровня и знаков тестирующих сигналов  $m_i^*$ . Такой подход сокращает общее время, необходимое для проверки всех двигателей-маховиков, образующих избыточную систему. Если среди тестируемых двигателей-маховиков есть неисправные, точное соблюдение равенства нулю суммы возмущающих моментов окажется невозможным. Появление угловых скоростей и отклонений КА в процессе тестирования свидетельствует о наличии неисправных двигателей-маховиков.

При одновременном тестировании всех двигателей-маховиков КА остаётся без управления на время тестирования. Этого недостатка можно избежать, если одновременно тестируются  $n-3$  маховиков, а управление ориентацией осуществляется традиционной системой с тремя маховиками. Управляющие моменты трёх электродвигателей-маховиков вычисляются по формуле

$$\mathbf{m} = A_{jkl}^T (A_{jkl} A_{jkl}^T)^{-1} (\mathbf{M} - \sum m_i^* \mathbf{h}_i),$$

где  $A_{jkl}$  – матрица  $A$ , в которой обнулены столбцы направляющих косинусов ( $n-3$ ) тестируемых двигателей-маховиков,  $j, k, l$  – столбцы направляющих косинусов двигателей-маховиков, используемых для управления, а знак суммирования распространяется на все тестируемые двигатели-маховики. Если они образуют избыточную систему (при  $n > 6$ ), выбором уровня и знаков тестирующих сигналов возможно выполнить условие  $\sum m_i \mathbf{h}_i = 0$ .

Когда число одновременно тестируемых двигателей-маховиков не превышает трёх, взаимная компенсация возмущающих моментов невозможна, появляется результирующий возмущающий момент, который парируется тремя двигателями-маховиками.

Избыточная система сохраняет работоспособность при выходе из строя от одного до  $n-3$  двигателей-маховиков. По мере деградации системы алгоритм тестирования может изменяться. После отказов  $n-3$  двигателей-маховиков система перестаёт быть избыточной. Предположим, что после таких отказов остались исправными устройства с номерами 1, 2, 3. В общем случае установочные векторы  $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \mathbf{h}_3$  образуют неортогональный базис. Это обстоятельство позволяет частично компенсировать возмущающие моменты, возникающие при тестировании. Возмущающий момент  $m \cdot \mathbf{h}_1$ , действующий при тестировании первого двигателя-маховика, спроектируем на плоскость, образованную векторами  $\mathbf{h}_2, \mathbf{h}_3$  (направление  $\mathbf{r}_1$ ) и нормаль к плоскости  $\mathbf{r}_2 = \mathbf{h}_3 \times \mathbf{h}_2$ . Расположение векторов  $\mathbf{h}_2$  и  $\mathbf{h}_3$  не позволяет компенсировать составляющую  $(\mathbf{h}_1 \cdot \mathbf{r}_2) m$ . В направлении  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2 \times (\mathbf{h}_1 \times \mathbf{r}_2)$  действует возмущающий момент  $(\mathbf{h}_1 \cdot \mathbf{r}_1) m$ , который может быть компенсирован двумя двигателями-маховиками. Для этого используются компенсирующие сигналы  $m_2 = -(\mathbf{h}_2 \cdot \mathbf{r}_1)(\mathbf{h}_1 \cdot \mathbf{r}_1) m$  и  $m_3 = -(\mathbf{h}_3 \cdot \mathbf{r}_1)(\mathbf{h}_1 \cdot \mathbf{r}_1) m$ . Компенсация невозможна, если вектор  $\mathbf{h}_1$  перпендикулярен векторам  $\mathbf{h}_2$  и  $\mathbf{h}_3$ . Аналогично вычисляются компенсирующие сигналы при тестировании второго и третьего двигателей-маховиков.

### Заключение

В избыточных маховичных системах тестовое диагностирование двигателей-маховиков может

осуществляться в процессе штатной работы маховичной системы. Добавление в алгоритм управления двигателями-маховиками контура управления по возмущению минимизирует ошибку ориентации КА во время тестирования. Симметричные схемы расположения установочных векторов позволяют проводить одновременное тестирование всех двигателей-маховиков, при котором суммарный возмущающий момент, действующий на КА равен нулю.

### Литература

1. Исследование свойств избыточных систем электродвигателей-маховиков / А. Д. Беленький, В. Н. Васильев, М. Ю. Лебедева [и др.] // Труды НПП ВНИИЭМ. – М.: ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2005. – Т. 102. – С. 93 – 106.
2. Васильев В. Н. Системы ориентации космических аппаратов / В. Н. Васильев. – М.: ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2009. – 310 с.
3. Анализ динамических возможностей систем управления малым космическим аппаратом, построенных на базе двигателей-маховиков / А. И. Игнатов, А. А. Давыдов, В. В. Сазонов // Препринт Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН. – 2005. – № 47.
4. Управление избыточной системой электродвигателей-маховиков / А. Д. Беленький, В. Н. Васильев, М. Е. Семёнов // Труды НПП ВНИИЭМ. – М.: ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2005. – Т. 102. – С. 107 – 115.
5. Управление минимально избыточной системой электродвигателей-маховиков / А. Д. Беленький, В. Н. Васильев. – М.: Известия РАН. МТТ, 1996. – № 2. – С. 75 – 81.
6. Алгоритм управления системой четырёх двигателей-маховиков космических аппаратов серии «Метеор-М» № 2 / А. Д. Беленький, В. Н. Васильев, А. С. Семёнов [и др.] // Труды ВНИИЭМ. – М.: ОАО «Корпорация «ВНИИЭМ», 2013. – Т. 134. – № 3. – С. 9 – 16.
7. Управление ориентацией космических аппаратов с произвольно-избыточной структурой одноосных электродвигателей / Ю. А. Карпачев, М. А. Павловский // Космические исследования. – 1987. – Т. 25. – Вып. 4.
8. Коэффициент использования кинетического момента в избыточных системах электродвигателей-маховиков / А. Д. Беленький, В. Н. Васильев, М. Е. Семенов // Труды НПП ВНИИЭМ. – М.: ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2009. – Т. 108. – № 3. – С. 29 – 34.

Поступила в редакцию 22.12.2014

*Арон Давыдович Беленький*, канд. техн. наук, начальник лаборатории, т. (495)366-21-22.  
*Владимир Николаевич Васильев*, канд. техн. наук, ст. научный сотрудник, т. (495)366-21-22.  
*Максим Евгеньевич Семенов*, ведущий инженер, т. (495)366-21-22.  
 E-mail: vniiem@vniiem.ru.