УДК 629.783

ВЕКТОРНАЯ МОДЕЛЬ ОБЗОРА ЗЕМЛИ И НАПРАВЛЕНИЯ ЕЁ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

А. В. Горбунов, В. К. Саульский

Для полноценного анализа эффективности космических систем наблюдения Земли требуется находить и использовать все перерывы времени, возникающие в процессе обзора заданного пояса широт земного шара. В общем случае задача определения всего множества подобных перерывов является сложной. Для её решения обычно применяются различные методы компьютерного моделирования. Данный способ носит трудоёмкий характер. Вследствие этого исследователи часто ограничиваются поиском только наибольшего из перерывов. В работе предлагается универсальный аналитический алгоритм расчёта совокупности всех перерывов вместе с частотами их возникновения, пригодный для любого количества спутников при произвольной структуре спутниковой группировки. Алгоритм основан на специальной векторной модели покрытия широт Земли полосами обзора всех спутников анализируемой системы.

Ключевые слова: *векторная модель, спутниковый след, шаг-вектор, бета-вектор, подмодель, спутниковая структура, восходящий узел орбиты, нисходящий узел орбиты, восходящая модель, нисходящая модель, полоса обзора.*

Введение

Для полноценного анализа эффективности спутниковых систем наблюдения Земли нужно сначала найти все перерывы времени, появляющиеся при обзоре заданной области земного шара. Это достаточно сложная задача. Для её решения, в принципе, возможно применение метода компьютерного моделирования многоспутниковой съёмки Земли, который в данном случае отличается высокой трудоёмкостью. Поэтому обычно ведут поиск лишь наибольшего перерыва, что не достаточно для адекватной оценки работы системы спутников. Ограничением служит и невозможность наглядного отображения картины перерывов. Не удаётся также достигнуть универсальности рассматриваемого подхода, т. е. использования одного из разработанных методов в любых вариантах построения систем спутников. К тому же методы компьютерного моделирования, нацеленные на расчёт перерывов обзора, неудобны для синтеза орбитальных группировок.

В настоящей работе предлагается аналитический метод, лишённый указанных ограничений. Он базируется на векторной модели покрытия произвольной широты Земли полосами обзора всех спутников системы.

Используя эту модель, разработан и подробно изложен универсальный алгоритм расчёта всех перерывов обзора и их частот. Алгоритм пригоден для любого числа спутников и любых вариантов спутниковой структуры. Приведены примеры его использования для исследования различных вариантов систем спутников «Метеор-М» [1].

Векторная модель удобна и для построения рациональных спутниковых структур. В связи с этим рассмотрен пример синтеза системы из 6 космических аппаратов (КА) типа «Канопус-В» [2] для решения задачи обнаружения очагов лесных пожаров.

Ранее основные положения векторной модели опубликованы в [3, 4].

1. Векторная модель односпутникового одностороннего обзора широты Земли

Простейшим примером векторной модели является её построение для одностороннего обзора Земли. Односторонний обзор производится на какой-либо одной стороне орбиты: восходящей либо нисходящей. Ниже описывается построение модели в этом случае, далее оно обобщается на многоспутниковый односторонний обзор, а затем на самый общий многоспутниковый двусторонний обзор.

На рис. 1 приведён реальный пример односпутниковой односторонней модели для спутника «Метеор-М», параметры орбиты которого даны в [1].

Основу модели составляет картина «спутниковых узлов», изображаемых на плоскости в системе координат «географическая долгота – время». На рис. 1 эти «узлы» изображены в виде маленьких кружков. Координатами каждого узла служат долгота и время пересечения спутником фиксированной широты земного шара.

Положение узла на модели задаётся радиус-вектором $\mathbf{r} = (x;\ Y)$, проекциями которого служат долгота x точки пересечения трассой спутника широты φ и время пересечения Y. Долгота выражается в радианах, а время – в виде целого числа витков орбиты (драконических периодов обращения спутника), поэтому его удобно обозначать заглавной буквой.

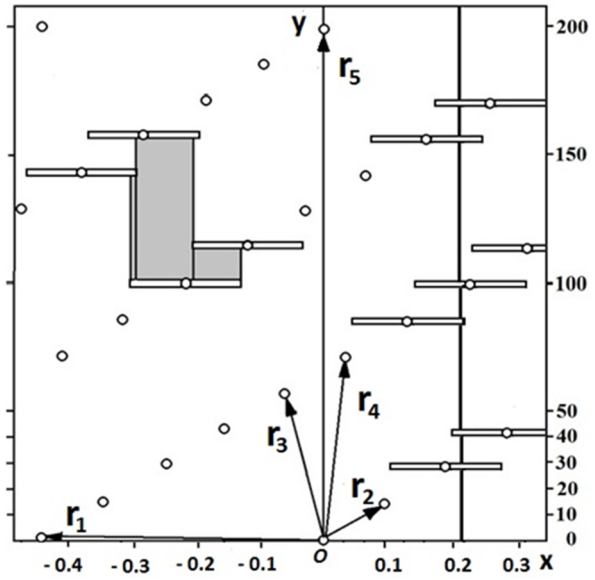


Рис. 1. Векторная модель одностороннего обзора широты φ=55° с помощью одного спутника «Метеор-М» (используя прибор БРЛК с полосой обзора 600 км)

Любой вектор можно представить в виде $\mathbf{r} = W\mathbf{r}_0 + Y\mathbf{r}_1$, где W и Y целочисленные множители, а $\mathbf{r}_0$ и $\mathbf{r}_1$ – базисные векторы, определяемые следующим образом:

$$\mathbf{r}_0 = \left(x_0; Y_0\right) = (2\pi;\ 0), \tag{1}$$

$$\mathbf{r}_1 = \left(x_1; Y_1\right) = (-l\ ;\ 1), \tag{2}$$

где l – межвитковое расстояние (в радианах).

Важную роль в векторной модели играет перечень «шаг-векторов» $\mathbf{r}_j = (x_j; Y_j)$, вычисляемых из следующей рекурсивной процедуры:

$$\mathbf{r}_{j+1} = \mathbf{r}_{j-1} + \mathrm{E}(x_{j-1} / x_j)\mathbf{r}_j, \tag{3}$$

в которой функция $E(z)$ возвращает целую часть своего аргумента z, а в качестве начальной пары шаг-векторов фигурируют базисные векторы, заданные в (1) и (2).

Шаг-векторы с ростом их номеров приближаются к вертикальной оси.

Главное достоинство векторной модели состоит в том, что на ней можно увидеть все перерывы обзора для любой точки фиксированной широты φ земного шара. Для этого достаточно, как показано на рис. 1, провести через каждый спутниковый узел горизонтальный отрезок, называемый «следом» спутника на этой широте. «След» соответствует реальному участку широты, пересечённому полосой обзора B (км) спутника. Его длину $d(\varphi)$ при известных значениях B, l и наклонения i орбиты можно определять по простейшей приближённой формуле [3, 4]:

$$d\left(\varphi\right) = \frac{B\left(2\pi - l\cos i\right)}{2\pi R_E\sqrt{\cos^2\varphi - \cos^2 i}}, \tag{4}$$

где R_E =6371 км, $d(\varphi)$ вычисляется в радианах.

Все перерывы для некоторой точки широты φ, находятся на вертикали, соответствующей долготе этой точки. Перерывы равны расстояниям между соседними следами. Полный состав перерывов изображается в виде набора прямоугольных столбиков над любым следом, как показано на рис. 1. Такой набор назовём «подмоделью». Отношение ширины столбика подмодели к длине следа равно частоте появления перерыва, равного высоте столбика.

Более подробное описание свойств векторной модели приведено в [3 – 5].

2. Векторная модель многоспутникового одностороннего обзора широты Земли

Векторная модель K-спутникового одностороннего обзора появляется путём объединения K одинаковых односпутниковых моделей, рассмотренных выше. По отношению к односпутниковой модели k-го ИСЗ, все узлы аналогичной модели t-го ИСЗ сдвинуты на «вектор сдвига» $\boldsymbol{\rho}(k,t) = (x(k,t); y(k,t))$, имеющий следующие координаты, т. е. проекции:

$$x\left(k,t\right) = \lambda_{k,t} - l + l\frac{\tau_{k,t}}{2\pi}, \tag{5}$$

$$y\left(k,t\right) = 1 - \frac{\tau_{k,t}}{2\pi}, \tag{6}$$

где $\lambda_{k,t}$ и $\tau_{k,t}$ отражают спутниковую структуру, т. е. взаимное положение k-го и t-го спутников в космической системе. Здесь $\lambda_{k,t}$ – это разность долгот восходящих узлов их орбит, а $\tau_{k,t}$ – разность фаз. Эти разности измеряются от k-го до t-го спутника. В интересах единообразия обе выражаются в радианах.

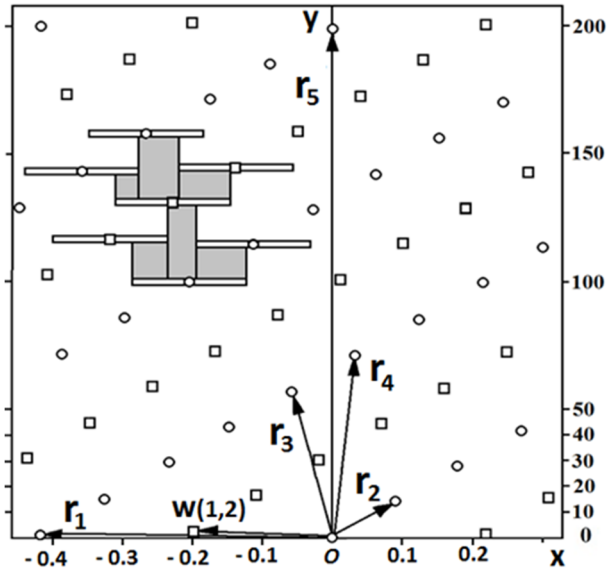


Рис. 2. Векторная модель одностороннего обзора широты φ=55° с помощью двух спутников «Метеор-М» (прибор БРЛК). Структура: $\lambda_{1,2}=\pi/4$, $\tau_{1,2}=3\pi/2$

Для *K*-спутниковой векторной модели, как и для односпутниковой, перерывы обзора – это вертикальные расстояния между следами спутников. Все перерывы имеются в *K*-подмоделях над следами разных ИСЗ. На рис. 2 дан пример модели (с двумя подмоделями) для двух спутников «Метеор-М». Квадратиками изображены узлы второго спутника. Помимо вектора сдвига, для перемещения односпутниковых векторных моделей можно использовать множество векторов вида

$$\mathbf{w}(k,t)=\boldsymbol{\rho}(k,t)+M\mathbf{r}_j, \qquad (7)$$

где координаты $\boldsymbol{\rho}(k,t)$ заданы формулами (5), (6); *M* – произвольное целое число.

На рис. 2 $\mathbf{w}(1,2)=\boldsymbol{\rho}(1,2)+2\mathbf{r}_1$.

Между структурой системы спутников и её векторной моделью имеется взаимно однозначное соответствие. В одну сторону, т. е. от структуры к модели, эта связь задана формулами (5) и (6). Обратные соотношения:

$$\lambda_{k,t}=x(k,t)+l\,y(k,t),$$
$$\tau_{k,t}=2\pi\left(1-y(k,t)\right).$$

Сюда разрешается подставлять разности абсцисс $x(k,t)$ и ординат $y(k,t)$ от любого узла *k*-го спутника до любого узла *t*-го спутника. Взаимное положение этих спутников сохраняется, хотя значения $\lambda_{k,t}$ и $\tau_{k,t}$ могут изменяться на несколько периодов по 2π каждый. Для удобной фиксации $\lambda_{k,t}$ и $\tau_{k,t}$ в сегменте [0, 2π) нужно заменить (6) и (7) на следующие формулы:

$$\lambda_{k,t}=\mathrm{mod}\left(2\pi;\ x(k,t)+l\,y(k,t)\right), \qquad (8)$$
$$\tau_{k,t}=2\pi\,\mathrm{mod}(1;\ 1-y(k,t),. \qquad (9)$$

где новая функция mod (*a; b*) = *a*frac (1 + + frac (b/a)), где функция frac (c) равна дробной части своего аргумента c. Например, mod (5,2; 9) = = 3,8; mod (5,2; –9) = 1,4; mod (–5,2; 9) = –1,4; mod (–5,2; –9) = –3,8;

Пары формул (5), (6) и (8), (9) фиксируют взаимно однозначную связь структуры системы спутников и векторной модели одностороннего обзора.

3. Векторная модель многоспутникового двустороннего обзора широты Земли

Приступаем к описанию модели в самом общем случае *K*-спутникового двустороннего обзора. Она строится из двух одинаковых *K*-спутниковых односторонних моделей. Одна из них состоит из восходящих узлов, а другая из нисходящих. Первую назовём «восходящей», вторую – «нисходящей».

Сдвиг «нисходящей» модели относительно «восходящей» задаётся «вектором перехода» $\boldsymbol{\rho}(\varphi)=(x(\varphi);\ y(\varphi))$ со следующими координатами [5]:

$$x(\varphi)=\ \pi-l/2-v(\varphi), \qquad (10)$$
$$y(\varphi)=0{,}5-\tau(\varphi), \qquad (11)$$

где $\tau(\varphi)=\sin^{-1}(\sin\varphi/\sin i)/\pi$, (12)

$$v(\varphi)=2\sin^{-1}(\tan\varphi/\tan i)-l\,\tau(\varphi). \qquad (13)$$

Аналогично (7), наряду с вектором перехода $\boldsymbol{\rho}(\varphi)$ можно использовать любые векторы вида

$$\mathbf{w}(\varphi)=\boldsymbol{\rho}(\varphi)+M\mathbf{r}_j, \qquad (14)$$

где *M* – произвольное целое число.

На рис. 3 $\mathbf{w}(\varphi)=\boldsymbol{\rho}(\varphi)+8\mathbf{r}_1$.

Сдвиг «восходящей» модели относительно «нисходящей» фиксируется «обратным вектором перехода» $-\boldsymbol{\rho}(\varphi)=(-x(\varphi);\ -y(\varphi))$.

Сдвиг узлов *t*-го ИСЗ относительно *k*-го задаётся «вектором смещения»

$$\boldsymbol{\rho}(k,t,\varphi,V)=(x(k,t,\varphi,V);\ y(k,t,\varphi,V)),$$

который определяется следующим образом:

$$\boldsymbol{\rho}\,(k, t, \varphi, V) = \boldsymbol{\rho}\,(k, t) + V\,\boldsymbol{\rho}\,(\varphi), \qquad (15)$$

где $\boldsymbol{\rho}\,(k, t)$ вычисляется из (4) и (5), $\boldsymbol{\rho}(\varphi)$ – из (10) – (13), а параметр V равен: 0 при сдвиге от восходящих узлов k-го ИСЗ к восходящим узлам t-го ИСЗ или от нисходящих узлов k-го ИСЗ к нисходящим узлам t-го ИСЗ; +1 при сдвиге от восходящих узлов k-го ИСЗ к нисходящим узлам t-го ИСЗ; –1 при сдвиге от нисходящих узлов k-го ИСЗ к восходящим узлам t-го ИСЗ.

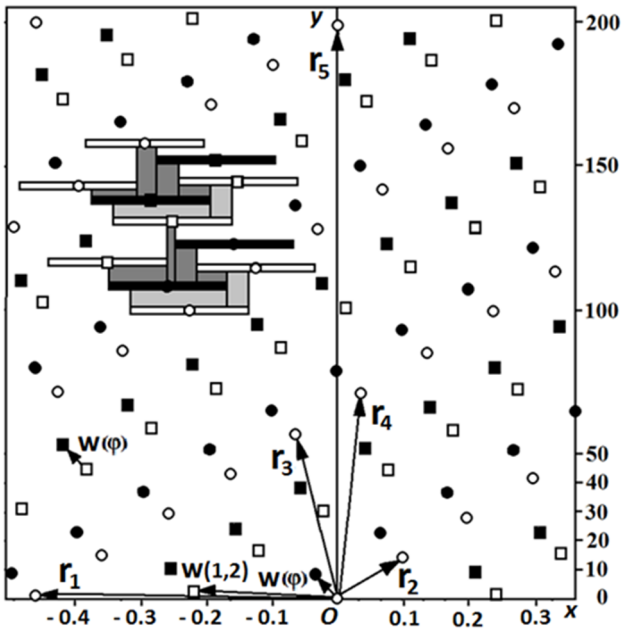


Рис. 3. Векторная модель двустороннего обзора широты φ=55° с помощью двух спутников «Метеор-М» (прибор БРЛК). Структура: $\lambda_{1,2}=\pi/4$, $\tau_{1,2}=3\pi/2$

В K-спутниковой модели двустороннего обзора имеется $2K$-подмоделей (над K-восходящими и K-нисходящими узлами всех спутников). На рис. 3 дан пример такой модели для двух спутников «Метеор-М». Тёмными кружками и квадратиками показаны нисходящие узлы. Изображены 4 подмодели.

4. Подмодели и бета-векторы

Все перерывы обзора и их частоты на некоторой широте φ можно найти по изображению векторной модели, т. е. геометрически. Однако удобнее применять аналитический алгоритм, основанный на расчёте и использовании подмоделей. В этом разделе излагается процесс аналитического построения очередной подмодели в общем случае K-спутникового двустороннего обзора. С очевидными упрощениями он применим и для одностороннего обзора.

Нужно найти те, и только те узлы, следы в которых образуют столбики перерывов над «базовым» следом в восходящем (нисходящем) «базовом» узле k-го спутника. «Базовый» узел становится началом координат подмодели. Состав узлов подмодели вычленяется из восходящих и нисходящих узлов любых ИСЗ, включая k-й.

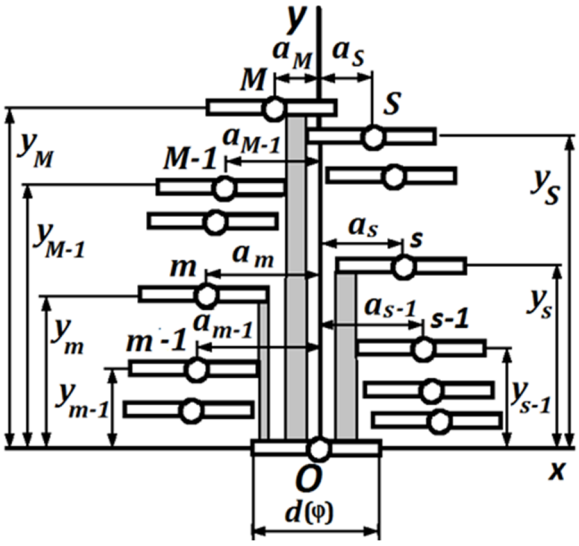


Рис. 4. Принципиальный вид подмодели, включая «спутниковые следы» и «столбики перерывов»

В подмодели, типичный вид которой изображён на рис. 4, различаем два набора узлов: левый, состоящий из узлов слева от её оси ординат, и правый, в котором узлы находятся правее этой оси. Узлы левого набора фиксируем номерами 1, 2, … , m, … , M, а правого 1, 2, … , s, …, S. Абсолютные величины абсцисс узлов левого набора обозначим как a_m, а правого a_s. Ординатами этих узлов станут соответственно y_m и y_s.

Для наборов узлов подмодели должны выполняться следующие условия:

$$1)\ a_m \le d(\varphi), \quad a_s \le d(\varphi), \qquad (16)$$

т. е. все абсциссы не больше длины следа;

$$2)\ a_m > a_{m+1} \text{ и } y_m < y_{m+1},\ a_s > a_{s+1} \text{ и } y_s < y_{s+1}, \qquad (17)$$

т. е. с ростом номеров узлы становятся строго выше и ближе к оси ординат;

$$3)\ a_M + a_S \le d(\varphi), \qquad (18)$$

где M и S – номера наивысших узлов левого и правого наборов;

4) В случае $y_M > y_S$ для узлов с номерами $m \le M-1$ и $s \le S$ выполняется

$$a_m + a_s > d(\varphi), \qquad (19)$$

а если $y_M < y_S$, то же условие реализуется для $m \le M$ и $s \le S-1$. При $y_M = y_S$ условие (19) справедливо для $m \le M$ и $s \le S-1$.

Для построения подмодели над базовым узлом k-го ИСЗ нужно поочерёдно перебирать восходящие (нисходящие) узлы всех ИСЗ с номерами $t = 1, 2, \ldots, K$. Из них формируются левые и правые наборы узлов подмодели, удовлетворяющие условиям (16) – (19).

Рассмотрим процесс выделения (для данной подмодели k-го ИСЗ) потенциального состава восходящих (нисходящих) узлов t-го ИСЗ. Эти узлы задаются «бета-векторами» $\boldsymbol{\beta}_{j,p} = (x_{j,p}; y_{j,p})$ вычисляемыми в рекуррентной процедуре, описываемой ниже. Она напоминает расчёт шаг-векторов $\mathbf{r}_j$ в (2). Шаг-векторы можно именовать также и «альфа-векторами». В обозначении бета-вектора индекс j – это номер этапа процедуры, а p – номер подэтапа внутри этого этапа.

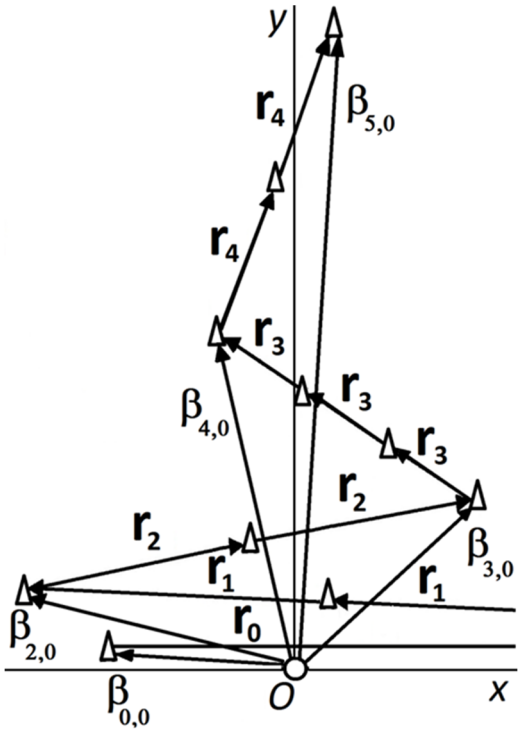


Рис. 5. Иллюстрация построения «бета-векторов»

Процесс построения бета-векторов иллюстрируется на рис. 5. На старте очередного этапа расчёта перечня бета-векторов, в котором фиксируются восходящие (нисходящие) узлы t-го спутника относительно восходящего (нисходящего) узла k-го спутника, определяем бета-вектор $\boldsymbol{\beta}_{0,0}$, задающий узел, ближайший слева и сверху к началу координат подмодели.

Для этого сначала находим вспомогательный вектор $\boldsymbol{\gamma} = (x_\gamma; y_\gamma)$:

$$\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\rho}\,(k, t, \varphi, V) - \mathrm{U}\,(y\,(k, t, \varphi, V) - 1)\,\mathbf{r}_1, \qquad (20)$$

где $\boldsymbol{\rho}\,(k, t, \varphi, V)$ вычисляем из (14), $\mathbf{r}_1$ задан в (2), а функция $U\,(z)$ равна целому числу, ближайшему сверху к z, например, $U(8{,}4)=9$; $U\,(-8{,}4)=-8$.

Используя $\boldsymbol{\gamma}$ и шаг-вектор $\mathbf{r}_0$, заданный в (1), находим

$$\boldsymbol{\beta}_{0,0} = \boldsymbol{\gamma} - U\,(x_\gamma/(2\pi))\mathbf{r}_0. \qquad (21)$$

Определяем «нулевой» бета-вектор 1-го этапа $\boldsymbol{\beta}_{1,0}$, фиксирующий узел, ближайший к началу координат подмодели справа и сверху:

$$\mathbf{B}_{1,0} = \boldsymbol{\beta}_{0,0} + \mathbf{r}_0. \qquad (22)$$

Все дальнейшие бета-векторы определяются рекуррентно по шагам, используя шаг-векторы $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \ldots$, ранее полученные в процедуре (3):

$$\begin{gathered}
\boldsymbol{\beta}_{1,p} = \boldsymbol{\beta}_{1,0} + p\,\mathbf{r}_1, \quad p = 1, 2, \ldots, E(|x_{1,0}/x_1|); \\
\boldsymbol{\beta}_{2,0} = \boldsymbol{\beta}_{1,0} + \left(\mathrm{E}\left(|x_{1,0}/x_1|\right) + 1\right)\mathbf{r}_1; \\
\boldsymbol{\beta}_{2,p} = \boldsymbol{\beta}_{2,0} + p\,\mathbf{r}_1; \quad p = 1, 2, \ldots, E(|x_{2,0}/x_2|); \qquad (23) \\
\boldsymbol{\beta}_{3,0} = \boldsymbol{\beta}_{2,0} + \left(\mathrm{E}\left(|x_{2,0}/x_2|\right) + 1\right)\mathbf{r}_2; \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\boldsymbol{\beta}_{j,p} = \boldsymbol{\beta}_{j,0} + p\,\mathbf{r}_j, \quad p = 1, 2, \ldots, E(|x_{j,0}/x_j|), \\
\boldsymbol{\beta}_{j+1,0} = \boldsymbol{\beta}_{j,0} + \left(\mathrm{E}\left(|x_{j,0}/x_j|\right) + 1\right)\mathbf{r}_j.
\end{gathered}$$

Напомним, что $E\,(z)$ – целая часть аргумента z. Учитывая условие (18), последним становится «нулевой» вектор (j+1) -го этапа, вычисляемый после наступления следующего условия для абсцисс шаг-векторов $\mathbf{r}_{j-1}$ и $\mathbf{r}_j$:

$$|x_j| \le d(\varphi) < |x_{j-1}|, \qquad (24)$$

где $d\,(\varphi)$ – длина следа, определённая по формуле (3).

Как только найден очередной бета-вектор, тут же надо попытаться, исходя из удовлетворения условий (16) – (19), встроить задаваемый данным вектором узел в левый или правый наборы узлов подмодели, уже сформированные к этому моменту. При этом могут быть удалены некоторые из ранее встроенных узлов.

Применительно к одностороннему обзору в описанной процедуре будут фигурировать либо восходящие, либо нисходящие узлы, что сильно облегчает расчёты.

5. Расчёт перерывов обзора и их частот на подмодели

Пусть произошло событие пересечения широты φ полосой обзора k-го ИСЗ на восходящей (нисходящей) стороне его орбиты. Тогда очередные перерывы обзора и их частоты определяются, используя его восходящую (нисходящую) подмодель для широты φ. Перерывы совпадают с ординатами её узлов, а частоты вычисляются по формулам, приведённым ниже.

Пусть для определённости самым высшим в подмодели оказался узел M левого набора. Ввиду условий (16) – (19) частота f_M его перерыва y_M равна

$$f_M = (a_{M-1} + a_S - d(\varphi)) / d(\varphi). \quad (25)$$

Частоты f_M (f_S) остальных перерывов y_m (y_s) вычисляются по формулам

$$f_m = (a_{m-1} - a_m) / d(\varphi) \text{ для } m = 1, 2, ..., M-1; \quad (26)$$

$$f_s = (a_{s-1} - a_s) / d(\varphi) \text{ для } s = 1, 2, ..., S-1. \quad (27)$$

Если высшим узлом стал S, в (25) – (27) произойдут очевидные перемены, учитывая полную формулировку условия (19).

В случае $y_M = y_S$ частота наибольшего перерыва равна

$$f_M = f_S = (a_{M-1} + a_{s-1} - d(\varphi)) / d(\varphi). \quad (28)$$

В случаях, когда $M = 1$, $m = 1$, $s = 1$ или $S = 1$, для обеспечения применимости формул (25) – (28) достаточно вставить d (φ) на места a_{M-1}, a_{m-1}, a_{S-1}, a_{s-1} в этих формулах.

6. Расчёт перерывов обзора и их частот для отдельных широт и заданного пояса в целом

Перерывы обзора, найденные по всем подмоделям и широтам, можно упорядочить по возрастанию и обозначить t_n, n=1, 2,…, $n_{\max}$. Наибольший перерыв $t_{\max}$ соответствует номеру $n_{\max}$.

При двустороннем обзоре широты φ частота f_n (φ) перерыва t_n для K спутников вычисляется как средневзвешенная от частот $f_{n,k}(\varphi, k, A)$ и $f_{n,k}(\varphi, k, D)$, найденных по восходящим (A) и нисходящим (D) подмоделям:

$$f_n(\varphi) = \sum_{k=1}^{K} (f_{n,k}(\varphi, k, A) + f_{n,k}(\varphi, k, D)) / (2K). \quad (29)$$

Для K-спутникового одностороннего обзора эта формула упрощается:

$$f_n(\varphi) = \sum_{k=1}^{K} (f_{n,k}(\varphi, k) / K, \quad (30)$$

так как используются либо восходящие, либо нисходящие подмодели.

Для вычисления итоговых частот f_n по всему заданному поясу широт [$\varphi_{\min}$, $\varphi_{\max}$] служит следующая формула, учитывающая длины широт:

$$f_n = \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} f_n(\varphi) \cos\varphi \, d\varphi \Big/ \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} \cos\varphi \, d\varphi. \quad (31)$$

Эту формулу можно применять приближённо. Для этого сначала разобьём заданный пояс на G малых поясов $[\varphi_{\min} + (g-1)\,\Delta\varphi,\ \varphi_{\min} + g\,\Delta\varphi]$, где g= 1, 2,…, G; шаг $\Delta\varphi = (\varphi_{\max} - \varphi_{\min}) / G$, а средние широты равны

$$\varphi_g = \varphi_{\min} + (g - 0{,}5)\,\Delta\varphi. \quad (32)$$

Определив частоты f_n (φ_g) по формулам (28) или (29), находим итоговые частоты f_n по следующей приближённой формуле, соответствующей (30):

$$f_n = \sum_{g=1}^{G} f_n(\varphi_g) \cos\varphi_g \Big/ \sum_{g=1}^{G} \cos\varphi_g. \quad (33)$$

7. Комплексный критерий эффективности обзора

Набор перерывов t_n, n=1, 2,…, $n_{\max}$ и их частот f_n полностью характеризует работу системы спутников ДЗЗ. Для удобства его применения нужно предложить и обосновать комплексный критерий эффективности в виде некоторой функции от этого

набора. Ниже излагается подход, позволяющий вывести и рекомендовать такую функцию.

Пусть «потери» из-за перерыва обзора растут по закону $a t_n^b$, где a и $b > 1$ – некоторые константы. Удельные потери (в единицу времени) составят

$$\sigma_1 = a \sum_{n=1}^{n_{\max}} t_n^{\,b} f_n / t_{\text{mid}},$$

где $t_{\text{mid}} = \sum_{n=1}^{n_{\max}} t_n f_n$ – средний перерыв обзора. (34)

При постоянном перерыве t_{ef} удельные потери равны $\sigma_2 = a t_{ef}^{\,b-1}$. Приравнивая σ_1 и σ_2, находим «эффективный» период (перерыв обзора)

$$t_{ef} = \sqrt[b-1]{\sum_{n=1}^{n_{\max}} t_n^{\,b} f_n / t_{\text{mid}}},$$

который может служить критерием эффективности при законе потерь $a t_n^b$.

При $b = 2$, т. е. «квадратичном» законе потерь, получаем

$$t_{ef} = \sum_{n=1}^{n_{\max}} t_n^{\,2} f_n / t_{\text{mid}}. \qquad (35)$$

Учитывая, что квадратичный закон потерь часто возникает для задач ДЗЗ, удобный критерий (34) хорошо оценивает работу спутниковой системы.

8. Примеры расчёта систем из четырёх спутников «Метеор-М»

Ниже излагается ряд примеров применения векторной модели для расчёта и анализа различных вариантов структуры возможной системы из четырёх спутников типа «Метеор-М», запущенного 17 сентября 2009 г.[1].

Орбита этого спутника солнечно-синхронная со средней высотой h = 832 км и наклонением i = 98,786°, драконический период обращения T_{dr} = 101,307 мин. Межвитковое расстояние l = 0,44203 рад. Координаты шаг-векторов $\mathbf{r}_j$ = = $(x_j; Y_j)$, вычисленные по формуле (3), приведены в табл. 1.

Таблица 1

Координаты шаг-векторов для орбиты спутника «Метеор-М»

j	0	1	2	3	4	5
x_j	2π	–0,442	0,095	–0,063	0,032	0
Y_j	0	1	14	57	71	199

На данном ИСЗ имеются следующие съёмочные приборы, способные производить двусторонний обзор Земли: бортовой радиолокатор (БРЛК) с полосой обзора B = 600 км, модуль температурного и влажностного зондирования (МТВЗА) с B = 1500 км, многозональное сканирующее устройство малого разрешения (МСУ-МР) с B = 2800 км.

Рассматривая разные структуры из четырёх спутников «Метеор-М», было проведено их сравнение по значениям наибольшего и эффективного перерывов $t_{\max}$ и t_{ef} при двустороннем обзоре пояса широт от –80° до +80°. При расчётах данная область разбивалась на G = 320 малых поясов.

Очередной вариант структуры задавался путём выбора вектора сдвига

$$\boldsymbol{\rho}(k, k+1) = \mathbf{g} = (x_g; y_g),\ k = 1, 2, K-1, \qquad (36)$$

который по формулам (5) и (6) фиксировал вид векторной модели для K спутников. Используя формулы (20) – (33), вычислялись все перерывы, включая $t_{\max}$, вместе с их частотами. По формуле (34) рассчитывался эффективный перерыв t_{ef}. В заключение, по формулам (8) и (9) определялась спутниковая структура.

Среди многих рассмотренных вариантов были отобраны следующие, оказавшиеся наилучшими, хотя бы для одного из приборов БРЛК, МТВЗА и МСУ-МР по значениям $t_{\max}$ или t_{ef} :

1) $\mathbf{g} = \mathbf{r}_0 / 4$, структура $\lambda_{1,2} = \lambda_{2,3} = \lambda_{3,4} = \dfrac{\pi}{2}$,

$\tau_{1,2} = \tau_{2,3} = \tau_{3,4} = 0$

задаёт равномерное распределение четырёх спутников по экватору в начальный момент;

2) $\mathbf{g} = \mathbf{r}_1 / 4$, структура $\lambda_{1,2} = \lambda_{2,3} = \lambda_{3,4} = 0$,

$\tau_{1,2} = \tau_{2,3} = \tau_{3,4} = \dfrac{\pi}{2}$

здесь все спутники равномерно распределены в одной плоскости орбиты;

3) $\mathbf{g} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/4$, структура $\lambda_{1,2} = \lambda_{2,3} = \lambda_{3,4} = \dfrac{\pi}{2}$,

$\tau_{1,2} = \tau_{2,3} = \tau_{3,4} = \dfrac{\pi}{2}$;

4) $\mathbf{g} = \mathbf{r}_0 / 8$, структура $\lambda_{1,2} = \lambda_{2,3} = \lambda_{3,4} = \dfrac{\pi}{4}$,

$\tau_{1,2} = \tau_{2,3} = \tau_{3,4} = 0$,

т. е. все спутники равномерно размещены на половине экватора в начальный момент;

5) $\mathbf{g} = \mathbf{r}_2 / 4$, структура $\lambda_{1,2} = \lambda_{2,3} = \lambda_{3,4} = \dfrac{\pi}{4}$,

$\tau_{1,2} = \tau_{2,3} = \tau_{3,4} = \dfrac{\pi}{2}$.

Три первые структуры являются «регулярными» в том смысле, что в качестве первого спутника, от которого ведётся отсчёт векторов сдвигов (36), можно использовать любой из них. Такие системы за рубежом называются «Walker-systems» [5]. Они совпадают с «кинематически правильными системами» (КПС) Г. В. Можаева [6] с первой группой симметрии. Однако класс КПС существенно шире, так как в него входят и структуры со второй группой симметрии.

Две заключительные структуры не являются регулярными. Они входят в ещё более широкий класс «систем с линейной структурой» (СЛС) [7] и обладают определённой симметрией, что отметил Г. В. Можаев в [8].

В табл. 2 представлены значения наибольшего $t_{\max}$ и эффективного t_{ef} перерывов для 5 вариантов структуры и трёх съёмочных приборов. Лучшие значения $t_{\max}$ и t_{ef} выделены полужирным шрифтом и подчёркнуты. Видно, что ни один из вариантов структуры не может быть выделен, как абсолютно лучший, сразу во всех колонках таблицы. Наиболее предпочтителен вариант 4 из класса СЛС, поскольку только он один входит в тройку лидеров по значениям $t_{\max}$ и t_{ef} во всех колонках, а в двух из них стал наилучшим.

По табл. 2 можно отметить следующий факт: для каждой полосы обзора нет единого варианта с лучшими $t_{\max}$ и t_{ef}. Наиболее отчётливо это проявилось для вариантов 2 и 3, ставших парой лучших для полосы 600 км. Первый из них выделяется по наименьшему t_{ef}, однако он хуже второго по $t_{\max}$ и наоборот. Возникает вопрос: какой из этих двух вариантов лучший?

Таблица 2

Значения $t_{\max}$ и t_{ef} в зависимости от полосы обзора *B* для 5 вариантов структуры системы из четырёх спутников «Метеор-М»

Вариант структуры №	Полоса обзора *B*, км					
	600		1500		2800	
	$t_{\max}$	t_{ef}	$t_{\max}$	t_{ef}	$t_{\max}$	t_{ef}
1	28,49	10,83	**7,49**	3,98	3,71	2,40
2	21,40	**7,93**	7,84	6,33	6,83	5,31
3	**17,75**	10,27	14,00	4..31	3,75	2,54
4	26,50	8,75	10,52	**3,50**	**2,57**	1,65
5	59,08	26,43	31,10	7,31	3,03	**1,59**

Для прояснения этой ситуации и получения ответа на поставленный вопрос в табл. 3 сравниваются частоты всех перерывов для обоих вариантов. Величины перерывов округлены до целых значений. Это сделано потому, что их число при разбиении заданной области широт на G =320 малых поясов (как реально использовалось в расчётах) в обоих вариантах превосходило 3000. Заметим, что количество перерывов при одностороннем обзоре не может превышать $6KG$, а при двустороннем – $3KG$. Вследствие округления количество перерывов в обоих вариантах не превысило 20, а новые значения $t_{\max}$ и t_{ef} немного отклонились от тех, что даны в табл. 2, и равны:

$t_{\max}$=21 и t_{ef}=7,85 для варианта 2,
$t_{\max}$=18 и t_{ef}=11,2 для варианта 3.

Таблица 3

Частоты, %, перерывов обзора для прибора БРЛК (*B* = 600 км) во втором и третьем вариантах структуры системы из четырёх спутников «Метеор-М»

Вариант	Перерывы, округлённые до целых чисел витков орбиты						
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
2	1,9	0,1	0,2	0,6	2,4	14,7	50,7
3	8,3	5,2	9,0	28,5	0,2	0,8	11,8
Вариант	Перерывы, округлённые до целых чисел витков орбиты						
	8	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
2	22,2	2,6	0,4	–	–	–	3,7
3	0,7	0,2	7,6	5,2	0,1	1,6	9,4
Вариант	Перерывы, округлённые до целых чисел витков орбиты						
	15	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**
2	–	–	–	–	–	–	0,5
3	1,4	–	0,5	9,5	–	–	–

Видно, что во втором варианте три перерыва 6, 7 и 8 витков реализуются с суммарной частотой 87,6 %, а максимальный перерыв $t_{\max}$ = 21 имеет

частоту всего 0,5 %. Это и объясняет очень хорошее, т. е. низкое значение t_{ef} = 7,85.

В третьм варианте разброс больших частот гораздо шире. Возник ряд локальных максимумов частот для перерывов в 1, 4, 7, 10, 14 и 18 витков.

Очевидно, что вариант 2 превосходит вариант 3, благодаря ничтожно малой частое своего наибольшего перерыва и полному отсутствию больших перерывов от 11 до 13 витков и от 15 до 20 витков.

Напомним, что вариант 2 имеет лучшее значение t_{ef}, которое, как показало проведённое сравнение, объективно отражает преимущество данного варианта по совокупности частот всех перерывов.

Следовательно, подтверждается вывод о предпочтительности использования t_{ef}, а не $t_{\max}$ в качестве критерия выбора лучших структур.

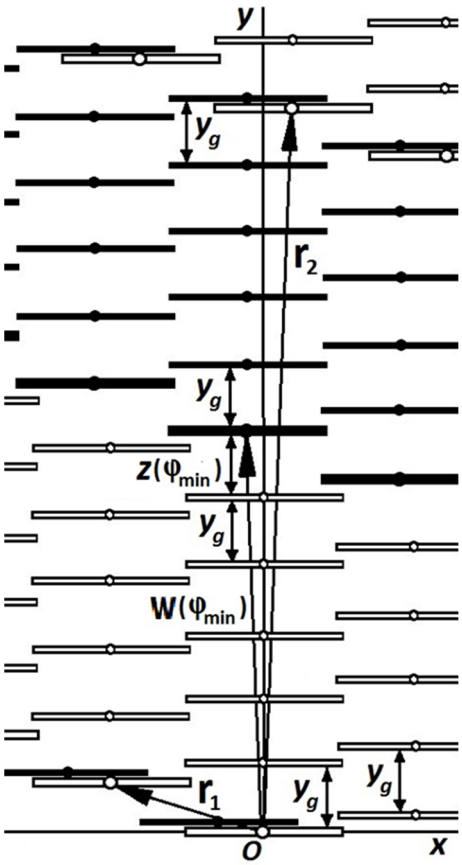
9. Пример синтеза системы из шести спутников типа «Канопус-В» для обнаружения очагов лесных пожаров

Первый спутник «Канопус-В» был выведен на солнечно-синхронную орбиту с высотой 510 км и наклонением 97,4° 22 июля 2012 г. [2]. Его драконический период обращения T_{dr} = 5688 с, а межвитковое расстояние l=0,41364 рад.

Одним из потенциально возможных направлений развития экономичных спутников данного типа может считаться их перспективное применение для формирования из них достаточно больших орбитальных группировок для раннего обнаружения очагов лесных пожаров. Для этого на борту каждого спутника должен использоваться инфракрасный радиометр с широкой полосой обзора: порядка B = 2000 км. Время выявления нового очага не должно превышать 2 ч. Поэтому в состав вероятной системы войдёт, по-видимому, не менее шести спутников. Ниже показано, как на основе векторной модели можно синтезировать рациональную структуру такой системы, обеспечивая минимальные перерывы обзора на территории России в пределах от $\varphi_{\min}$=42° до $\varphi_{\max}$=70°.

Векторная модель удобна для анализа, сравнения и выбора лучших многоспутниковых структур. С этой целью достаточно всего лишь перемещать узлы односпутниковых моделей, составляющих их общую K-спутниковую модель, добиваясь минимизации перерывов обзора. Выбранная структура фиксируется по формулам (8) и (9).

Синтез лучшей модели из шести спутников иллюстрируется на рис. 6, где показан вид модели на нижней широте $\varphi_{\min}$ = 42°. Узлы и следы первого спутника изображены более крупными по сравнению с остальными. Все нисходящие узлы и следы зачернены. Рассматривались структуры, задаваемые векторами (36) при K = 6.



$$w(\boldsymbol{\varphi}_{\min}) = \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\varphi}_{\min}) + 8\,\mathbf{r}_1$$

$$z(\boldsymbol{\varphi}_{\min}) = \boldsymbol{y}(\boldsymbol{\varphi}_{\min}) + 8 - (\boldsymbol{K} - 1)\,\boldsymbol{y}_g$$

Рис. 6. Векторная модель обзора широты $\varphi_{\min}$= 42° с помощью шести спутников типа «Канопус-В» с широкозахватным ИК-радиометром (*B*=2000 км)

На рис. 6 показана векторная модель для нижней широты $\varphi_{\min}$ при нулевой абсциссе вектора **g**, т. е. x_g =0. Однако, можно предвидеть изменения модели при варьировании x_g и широты φ, учитывая значения $x(\varphi)$, $y(\varphi)$ и $d(\varphi)$ из (10), (11) и (4). Таким путём можно установить, что с ростом широты совокупность нисходящих следов смещается вниз и вправо. Если выполнено условие

$$x(\varphi) - 7l - d(\varphi) \le x_g \le d(\varphi) - l, \qquad (37)$$

то наибольшие перерывы $t_{\max}(\varphi)$ с ростом φ не увеличиваются и равны

$$t_{\max}\left(\varphi_{\min}\right) \geq t_{\max}\left(\varphi\right) = \max(z\left(\varphi\right),\, y_g), \qquad (38)$$

где $z\left(\varphi\right) = y\left(\varphi\right) + 8 - (K-1)y_g$. (39)

Наименьшее значение t^* наибольшего перерыва $t_{\max}$ для всей заданной области широт, учитывая формулы (38) и (39), равно

$$t^* = t_{\max}\left(\varphi_{\min}\right) = y_g. \qquad (40)$$

Оно достигается, когда

$$y_g = z\left(\varphi_{\min}\right) = y\left(\varphi_{\min}\right) + 8 - (K-1)y_g,$$

а потому и

$$y_g = (y\left(\varphi_{\min}\right) + 8)/K. \qquad (41)$$

По формулам (11) и (12) находим $y(\varphi_{\min})$= 0,264, поэтому, ввиду (40) и (41), при K=6

$$y_g = 1{,}38 = t^*. \qquad (42)$$

По формуле (4) $d(\varphi_{\min})$ = 0,43255 рад, поэтому правая часть условия (37) равна 0,01891 рад. Выполняя расчёты по формулам (20) – (33) при y_g=1,38, убеждаемся, что при изменении x_g в пределах диапазона

$$-0{,}004466\,\text{рад} \leq x_g \leq 0{,}01891\ \text{рад} \qquad (43)$$

значение $t_{\max}$ из (40) не растёт, т. е. выполняется и левое из неравенств (37).

Итак, найдена лучшая векторная модель, задаваемая в (42) и (43). По формулам (8) и (9) определяем структуру найденной спутниковой системы:

$$0{,}5664\ \text{рад} \leq \lambda_{k,k+1} \leq 0{,}5897\ \text{рад},$$

$$\text{или}\ \ 32{,}45° \leq \lambda_{k,k+1} \leq 33{,}78°,$$

$$\tau_{k,k+1} = 3{,}8956\,\text{рад} = 223{,}17°,\ k = 1, 2, \ldots, K–1.$$

Проведённые расчёты подтвердили значение t^*=1,38 витка, а эффективный перерыв для всех структур оказался равным t_{ef}=1,155 витка. Учитывая, что T_{dr} = 5688с, получаем $t_{\max}$ = t^* =2,18 ч, а t_{ef}= 1,825 ч.

Таким образом, найденная структура из шести спутников по наибольшему перерыву обзора несколько превосходит, но по эффективному перерыву оказывается лучше требования обнаружения лесных пожаров за 2 ч.

Заключение

Векторная модель обзора широты Земли представляет собой картину «спутниковых узлов» на плоскости в системе координат «географическая долгота (в радианах) – время (в витках орбиты)». Каждый «узел» задаётся вектором, проекциями которого служат долгота точки широты, пересечённой трассой спутника, и момент времени, когда это произошло. Через любой «узел» можно провести горизонтальный прямой отрезок, называемый «спутниковым следом» и равный размеру (в радианах) участка данной широты, пересечённого полосой обзора спутника. Вертикальные интервалы между «следами» на векторной модели равны реальным перерывам обзора рассматриваемой широты. Это главное свойство модели, позволяющее наглядно анализировать все перерывы обзора и определять их частоты.

На основе векторной модели разработан универсальный аналитический алгоритм расчёта полного состава перерывов обзора и их частот, возникающих в процессе наблюдения заданной области земного шара с помощью многоспутниковых систем любой структуры.

С целью удобного учёта всех перерывов обзора вместе с их частотами при сравнении различных вариантов спутниковых систем предложен и обоснован комплексный критерий, названный «эффективным периодом обзора», имеющий вид функции от всех возникших перерывов и их частот.

С помощью разработанного алгоритма выполнен сравнительный анализ различных вариантов структуры космических систем из четырёх спутников «Метеор-М», реализующих наблюдение пояса широт от –80° до +80°.

Ещё одним направлением применения векторной модели является синтез рациональных орбитальных группировок. Многоспутниковая векторная модель образуется из одинаковых односпутниковых моделей, относительное положение которых (внутри общей модели) определяется спутниковой структурой. Существует взаимно однозначное соответствие между структурой системы и её векторной моделью. Путём простого перемещения односпутниковых моделей внутри их общей модели можно получать и анализировать различные картины перерывов обзора, добиваясь их минимизации. По лучшей найденной модели однозначно определяется лучшая спутниковая структура.

Приведён пример рационального построения возможной системы из шести спутников типа «Канопус-В» для решения задачи раннего обнаружения очагов лесных пожаров на территории России.

Литература

1. Космический комплекс гидрометеорологического и океанографического обеспечения «Метеор-3М» с космическим аппаратом «Метеор-М» № 1 / под ред. : Л. А. Макриденко и др. – М. : ФГУП «НПП «ВНИИЭМ», 2009.
2. Космический комплекс оперативного мониторинга техногенных и природных чрезвычайных ситуаций «Канопус-В» с космическим аппаратом «Канопус-В» № 1 / под ред. : Л. А. Макриденко и др. – М. : ФГУП «НПП «ВНИИЭМ», 2011.
3. Саульский В. К. Рациональные орбиты для многополосного обзора Земли из космоса // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. – 2015. – Т. 145. – № 2. – С. 42 – 56.
4. Горбунов А. В., Саульский В. К. Векторный метод анализа спутниковых структур // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. – 2015. – Т. 147. – № 4. – С. 18 – 28.
5. Walker J. G. Circular Orbit Patterns Providing Continuous Whole Earth Coverage. Royal Aircraft Establishment // Technical Report 70211. – 1970, November.
6. Можаев Г. В. Задача о непрерывном обзоре Земли и кинематически правильные спутниковые системы // Космические исследования. – 1972. – Т. 10. – № 6. – С. 833 – 840; 1973. – Т. 11. – № 1. – С. 59 – 69.
7. Саульский В. К. Многоспутниковые системы с линейной структурой и их применение для непрерывного обзора Земли // Космические исследования. – 2005. – Т. 43. – № 1. – С. 36 – 53.
8. Можаев Г. В. Возможности кинематически правильных систем с группами симметрии второго типа в задаче непрерывного однократного обзора Земли // Космические исследования. – 2005. – Т. 43. – № 3. – С. 215 – 223.

Поступила в редакцию 22.06.2017

***Александр Викторович Горбунов**, кандидат технических наук,*
заместитель генерального директора,
т. (495) 623-41-81.
***Виктор Константинович Саульский**, доктор технических наук,*
главный специалист,
т. (495) 623-57-74, e-mail: ntk.vniiem@bk.ru.
(АО «Корпорация «ВНИИЭМ»).

VECTOR MODEL FOR EARTH SURVEY AND ITS APPLICATION AREAS

A. V. Gorbunov, V. K. Saulskii

To appropriately evaluate performance of an Earth observing system, all interruption time periods in surveying of a given Earth's latitude zones shall be registered and considered. Generally, it is very difficult to define all these time intervals. Different computer modeling technics are commonly used to solve this task. This method is very time-consuming. Therefore, scientists often decide to find only the longest one. The work offers a universal analytic algorithm for calculation of total number of interruption time periods including frequencies, which can be suitable for analysis of any number of satellites and any configuration of satellite constellation. The algorithm is based on a special vector model of the Earth's coverage across all its longitudes by all satellites of the analyzed satellite system.

***Key words**: vector model, satellite trail, step-vector, Beta-vector, sub-model, satellite structure, ascending node, descending node, ascending model, descending model, swath.*

List of References

1. METEOR-3M Hydrometeorological and Oceanographical Space System with METEOR-M No.1 Satellite / Under the editorship of L. A. Makridenko et al. – Moscow: FSUE «NPP VNIIEM», 2009.
2. CANOPUS-V Space System for On-line Monitoring of Man-Made and Natural Disasters with CANOPUS-V No. 1 Satellite / Under the editorship of L. A. Makridenko et al. – Moscow: FSUE «NPP VNIIEM», 2011.
3. Saulskii V. K. Rational orbits for Earth's multi-swath space surveillance // Electromechanical matters. VNIIEM studies. – 2015. – Vol. 145. – No. 2. Pp. 42 – 56.
4. Gorbunov A. V., Saulskii V.K. Vector method for evaluation of structures of satellite systems // Electromechanical matters. VNIIEM studies. – 2015. – Vol. 147. – No. 4. – Pp. 18 – 28.
5. Walker J. G. Circular Orbit Patterns Providing Continuous Whole Earth Coverage. Royal Aircraft Establishment // Technical Report 70211. – 1970, November.

6. Mozhaev G.V. Problem of continuous Earth survey and kinematically regular satellites systems // Space research. – 1972. – Vol. 10. – No. 6 – Pp. 833 – 840; 1973. – Vol. 11. – No. 1. – Pp. 59 – 69.
7. Saulskii V. K. Multi-satellite systems with linear structure and their application for continuous Earth survey. // Space research – 2005. – Vol. 43. – No. 1. – Pp. 36 – 53.
8. Mozhaev G. V. Applicability of kinematically regular systems with symmetry groups of type two for Earth's continuous single coverage // Space research. – 2005. – Vol. 43. – No. 3. – Pp. 215 – 223.

Alexandr Victorovich Gorbunov,
Canditate of Technical Sciences (Ph. D.), Deputy Director General,
tel.: (495)623-41-81
Victor Konstantinovich Saulskii,
Doctor of Technical Sciences (D. SC.), Chief Specialist,
tel.: (495)623-57-74.
E-mail: ntk.vniiem@bk.ru.
(JC «VNIIEM Corporation»).