

УДК 621.313

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОСЕВОГО МАГНИТНОГО ПОДШИПНИКА С УЧЁТОМ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ

В.П. Верещагин, В.А. Клабуков
(ФГУП «НПП ВНИИЭМ»)

На основе электрической схемы замещения осевого магнитного подшипника разработана математическая модель, позволяющая учесть влияние возникающих в массивном магнитопроводе вихревых токов. Для аппаратной реализации в современных системах управления магнитными подшипниками рассмотрена возможность применения более простой математической модели электромагнита. С использованием этой модели проведён анализ электромагнитных процессов в массивном магнитопроводе.

Ключевые слова: осевой электромагнитный подшипник, массивный магнитопровод, вихревые токи, математическая модель.

Цель настоящей статьи – разработать математическую модель осевого магнитного подшипника (ОМП), позволяющую проводить анализ электромагнитных процессов, протекающих в электромагнитах с массивным магнитопроводом.

На основе общего подхода к оценке комплексного магнитного сопротивления в [1] была предложена схема замещения электромагнита с массивным магнитопроводом (рис. 1). Проведённые исследования показывают, что такая схема позволяет с достаточной для инженерных задач точностью рассчитать стационарный режим работы ОМП в диапазоне частот от 5 до 500 Гц.

Однако, несмотря на хорошую точность полученных результатов, использование такой схемы для практической реализации математической модели и впоследствии построения «наблюдателя» затруднительно, так как параметры R_2 и L_2 зависят от частоты. Для расчёта нестационарных режимов работы ОМП в [1] была предложена аппроксимированная схема замещения (рис. 2), и рассмотрена методика экспериментального определения её параметров.

Для перехода от аппроксимированной схемы замещения к математической модели запишем исходные уравнения электромагнитного преобразования энергии в следующем виде:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{1}{2} \frac{dL}{dy} I_\mu^2 = Q; \quad (1)$$

$$U = \frac{d\psi}{dt} + L_1 \frac{dI}{dt} + IR; \quad (2)$$

$$F = \frac{1}{2} \frac{dL}{dy} I_\mu^2; \quad (3)$$

$$\psi = LI_\mu, \quad (4)$$

где I_μ – намагничивающий ток; I – ток в обмотке; $m \frac{d^2 y}{dt^2}$ – инерционная составляющая силы, действующей на ротор электромагнита; L – индуктивность, соответствующая магнитному потоку в воздушном зазоре; ψ – потокосцепление; Q – внешняя составляющая силы, действующей на ротор электромагнита; F – тяговое усилие электромагнита; U – напряжение питания, приложенное к обмотке электромагнита; L_1 – индуктивность, соответствующая потоку рассеяния; R – активное сопротивление обмотки электромагнита.

Представленные уравнения (1) – (4) аналогичны уравнениям для радиального магнитного подшипника (РМП) [2].

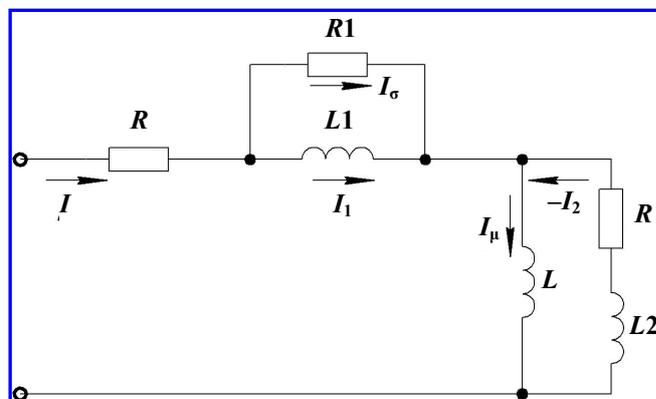


Рис. 1. Схема замещения ОМП с учётом влияния вихревых токов

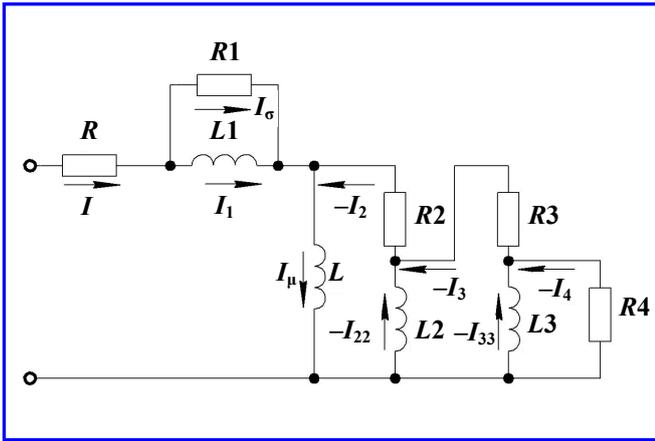


Рис. 2. Аппроксимированная схема замещения ОМП

Отличие состоит в том, что для РМП токи I и I_μ совпадают, а в схеме замещения ОМП появляется дополнительная цепь с током I_2 , учитывающая физическую сущность процессов изменения магнитного сопротивления и потерь мощности в массивном ферромагнитном магнитопроводе ОМП. Это может оказывать существенное влияние на динамические свойства и управление ОМП. В частности, для ОМП, применяемого в ГПА-16, ток вторичной цепи I_2 физически характеризует дополнительные МДС и потери мощности, необходимые для проведения рабочего магнитного потока ОМП через участки массивного магнитопровода. Кроме того, магнитный поток рассеяния в ОМП частично замыкается по ферромагнитным участкам. С учётом этого на частоте 50 Гц намагничивающий ток I_μ , создающий тяговое усилие электромагнита F , составляет 32% от суммарного тока в обмотке электромагнита и отстаёт от него по фазе примерно на 38° .

Зависимость индуктивности электромагнита, соответствующей магнитному потоку в воздушном зазоре, от перемещения ротора, как и в [2], аппроксимируется выражением

$$L = \frac{L_0}{1 - y/a},$$

где L_0 – индуктивность, соответствующая магнитному потоку в воздушном зазоре при центральном положении ротора; a – воздушный зазор между ротором и статором при центральном положении ротора; y – отклонение ротора от центрального положения.

Как уже было упомянуто выше, ток в обмотке I складывается из двух составляющих: $I = I_\mu + I_2$, где I_2 – ток, учитывающий влияние вихревых токов.

Ток в обмотке I также можно записать следующим образом: $I = I_1 + I_\sigma$, где I_σ – ток, учитывающий влияние вихревых токов от потоков рассеяния.

Уравнение электрического равновесия для контура $L1 - R1$:

$$L1 \frac{dI_1}{dt} = R1 I_\sigma,$$

где $R1$ – активная составляющая потерь от вихревых токов потоков рассеяния.

Уравнение электрического равновесия для контура $L0 - R2 - R3 - R4$:

$$\frac{d\psi}{dt} = R2 I_2 + R3 I_3 + R4 I_4; \quad (5)$$

$$I_2 = I_{22} + I_3;$$

$$I_3 = I_{33} + I_4;$$

$$L3 \frac{dI_{33}}{dt} = R4 I_4;$$

$$L2 \frac{dI_{22}}{dt} = R3 I_3 + R4 I_4,$$

где $I_2, I_3, I_4, I_{22}, I_{33}$ – токи в ветвях.

После ввода оператора дифференцирования s и алгебраических преобразований уравнение (5) принимает вид

$$s\psi = I_4 \left[\frac{s^2 L2 L3 (R2 + R3 + R4) + s(R2 R3 L3 + R2 R4 L3 + R2 R4 L2 + R3 R4 L2) + R2 R3 R4}{s^2 L2 L3} \right]. \quad (6)$$

Перейдём к относительным единицам:

$$y' = y/a;$$

$$F' = F/F_m; Q' = Q/F_m; \psi' = \psi/\psi_m; I' = I/I_{m0};$$

$$U' = U/U_{m0};$$

$$I'_\mu = I_\mu/I_{m0}; I'_2 = I_2/I_{m0}; I'_{22} = I_{22}/I_{m0};$$

$$I'_3 = I_3/I_{m0}; I'_{33} = I_{33}/I_{m0}; I'_4 = I_4/I_{m0};$$

$$I'_1 = I_1/I_{m0}; I'_\sigma = I_\sigma/I_{m0},$$

где F_m – максимальное тяговое усилие; $\psi_m = 2aL_0 F_m$ – максимальное потокосцепление; $I_{m0} = \psi_m/L_0$ –

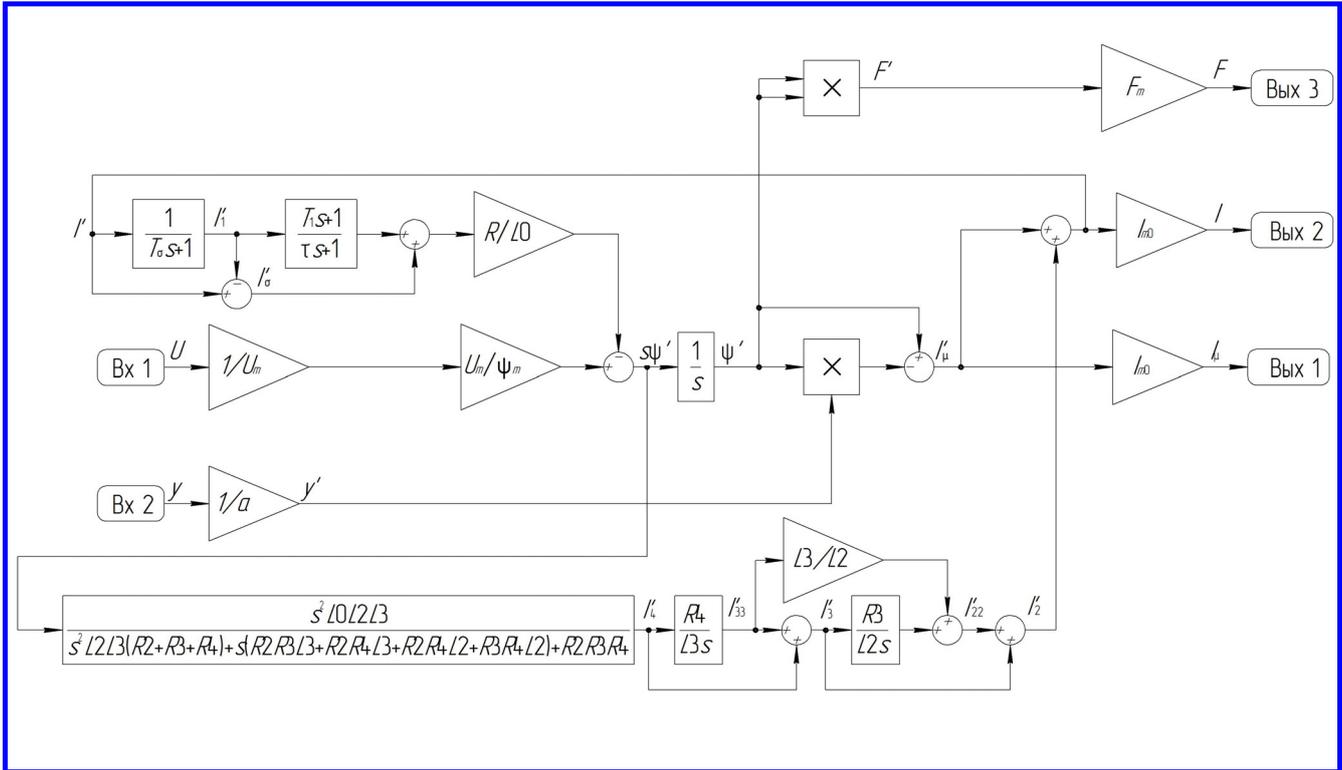


Рис. 3. Структурная схема математической модели магнитного подшипника с учётом вихревых токов

максимальный ток в обмотке при центральном положении ротора ($y = 0$); U_{m0} – значение напряжения питания, при котором в обмотке протекает ток I_{m0} .

Уравнения электромагнитного преобразования энергии (1) – (4) принимают более простой вид:

$$s^2 y' = \frac{F_m}{ma} (F' + Q');$$

$$s\psi' = \frac{U_{m0}}{\psi_m} U' - \frac{R}{L0} I'(T_1 s + 1);$$

$$F' = (\psi')^2;$$

$$I'_\mu = (1 - y')\psi';$$

$$I' = I'_1(T_\sigma s + 1);$$

$$I'_4 = s\psi' \left[\frac{s^2 L0 L2 L3}{s^2 L2 L3 (R2 + R3 + R4) + s (R2 R3 L3 + R2 R4 L3 + R2 R4 L2 + R3 R4 L2) + R2 R3 R4} \right],$$

где $T_1 = L1/R$ и $T_\sigma = L1/R$ – постоянные времени.

Структурная схема математической модели, выполненная в одной из стандартных компьютерных программ, представлена на рис. 3.

Введение постоянной времени τ обусловлено необходимостью исключения возбуждения в цепи обратной связи интегратора.

Аппаратная реализация «наблюдателя» по такой структуре может вызвать затруднения. Для её облегчения предлагаемую математическую модель можно упростить, используя схему замещения, приведённую на рис. 4.

Вывод уравнений упрощённой математической модели по схеме замещения (см. рис. 4) полностью аналогичен рассмотренному выше. Уравнение (6) для упрощённой схемы замещения записывается в виде:

$$s\psi = I_3 \left[\frac{sL2(R2 + R3) + R2R3}{sL2} \right].$$

Структурная схема упрощённой математической модели показана на рис. 5. Сокращение количества ветвей разветвления схемы замещения позволило значительно облегчить часть модели, отвечающей за учёт вихревых токов.

Величины погрешностей, обусловленных принимаемыми упрощениями, будут оценены ниже.

Для проверки предложенных структур рассматриваются математические модели тестового электромагнита с массивным магнитопроводом со

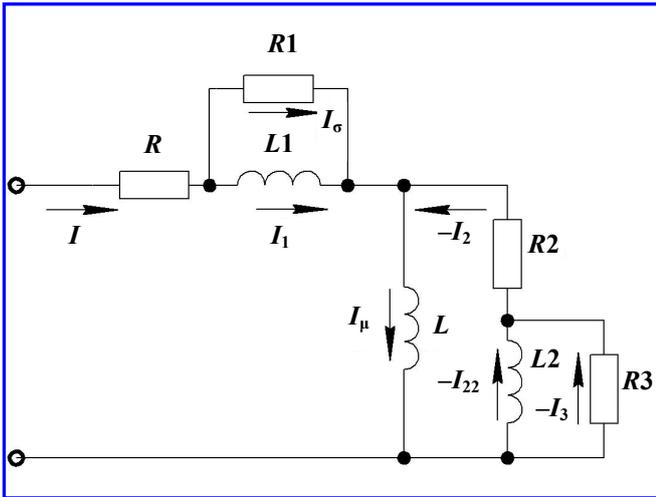


Рис. 4. Упрощённая схема замещения ОМП

следующими параметрами: $a = 1$ мм; $R = 2$ Ом; $R1 = 45,9$ Ом; $R2 = 20,5$ Ом; $R3 = 54,3$ Ом; $R4 = 91,7$ Ом; $L0 = 0,4$ Гн; $L1 = 0,02$ Гн; $L2 = 0,196$ Гн; $L3 = 0,074$ Гн (для упрощённой модели $L3 = 0$; $R4 \rightarrow \infty$).

Полученная в результате моделирования амплитудно-частотная характеристика точной модели в диапазоне от 0,1 до 200 Гц практически совпадает с аналитическим расчётом по схеме замещения с переменными параметрами (рис. 6).

Величина ошибки в этом частотном диапазоне не превышает 13%.

Величина ошибки для упрощённой модели в диапазоне от 0,1 до 150 Гц не превышает 13,5%, но уже к 200 Гц погрешность составляет 29%.

Предлагаемая модель позволяет оценить фазо-частотные характеристики электромагнитов с массивным магнитопроводом. Кривая изменения угла отставания тока в обмотке от напряжения на клеммах электромагнита (рис. 7), полученная по точной модели, в достаточной степени повторяет характер аналогичной кривой, рассчитанной по схеме замещения с переменными параметрами. Погрешность в частотном диапазоне от 0,1 до 200 Гц не превышает 15%. Аналогичная характеристика, полученная по упрощённой модели, даёт ошибку, не превышающую 20% в рассматриваемом диапазоне частот.

Учитывая вышеизложенное, можно сделать вывод о том, что точная модель позволяет проводить моделирование процессов в электромагнитах с массивным магнитопроводом с достаточной для инженерных задач точностью в диапазоне от 0,1 до 200 Гц. Применение упрощённой математической модели не вызывает значительного увеличения погрешностей в диапазоне от 0,1 до 150 Гц.

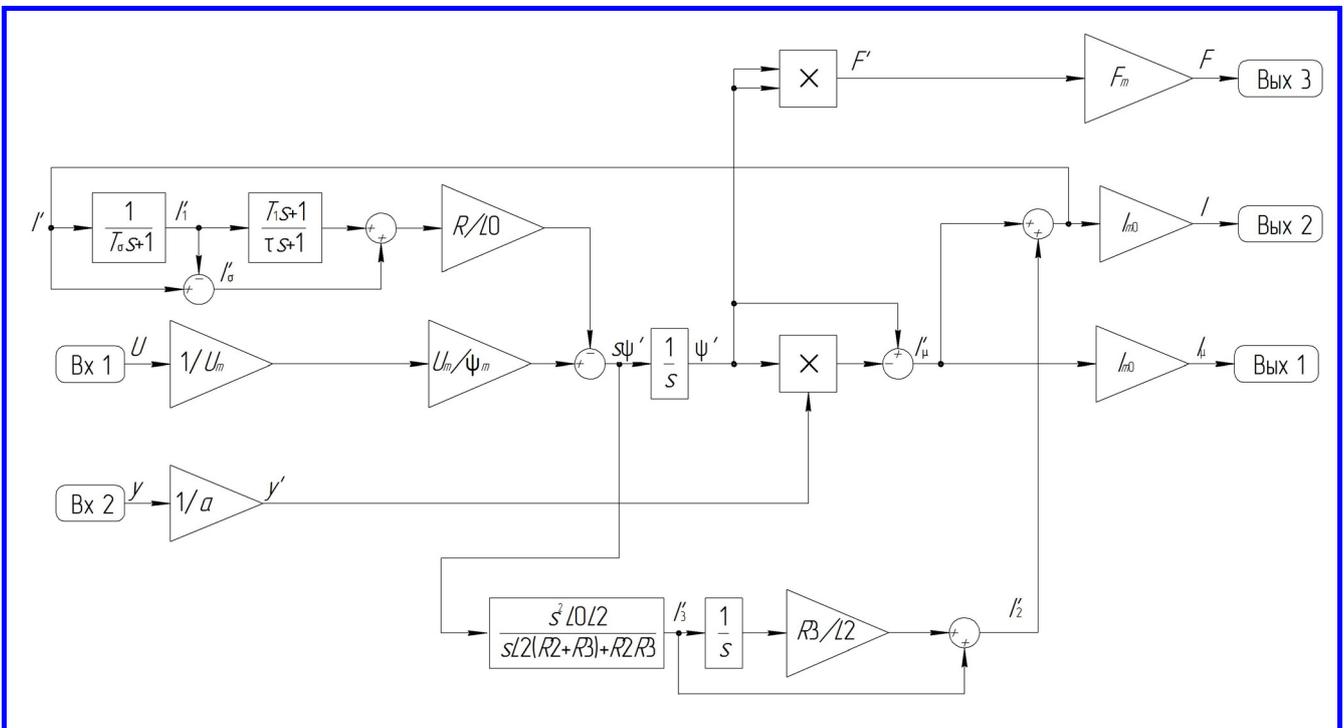


Рис. 5. Упрощённая математическая модель магнитного подшипника с учётом вихревых токов

Для формирования структуры управления большое значение имеет соотношение намагничивающего тока к току в обмотке электромагнита. Анализ результатов моделирования показывает, что влияние вихревых токов на величину намагничивающего тока, создающего тяговое усилие, становится заметным уже с 5 Гц (отношение намагничивающего тока к току в обмотке $I_{\mu}/I = 0,78$), а к 20 Гц намагничивающий ток составляет менее половины от измеряемого тока в обмотке (рис. 8). Таким образом, при использовании традиционной схемы управления ОМП с обратной связью по току могут возникать ошибки, которые увеличиваются с ростом частоты.

Также, с точки зрения оценки системы управления электромагнитом с массивным магнитопроводом, представляет интерес частотная характеристика угла между тяговым усилием и током в обмотке электромагнита (рис. 9).

Анализ полученных результатов показывает, что уже при частоте 5 Гц отставание тягового усилия от тока в обмотке электромагнита составляет 25°. С ростом частоты отставание увеличивается и к 50 Гц достигает 38°. Таким образом, вывод о том, что на частотах выше 5 Гц система управления с обратной связью по току может приводить к возникновению ошибок, подтверждается и с точки зрения фазовой характеристики.

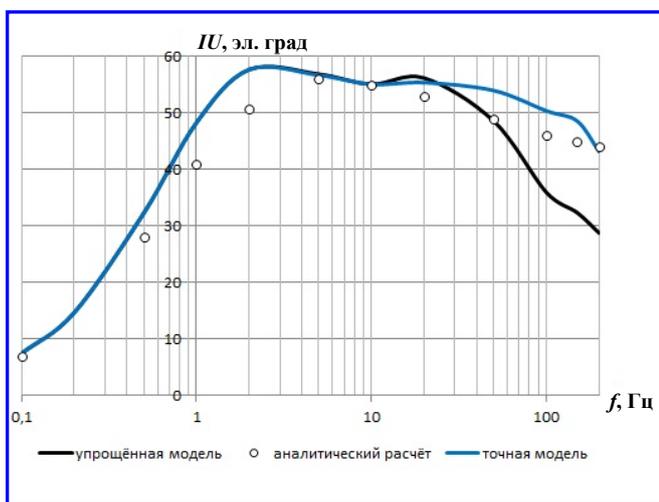


Рис. 6. Амплитудно-частотная характеристика тестового электромагнита с массивным магнитопроводом

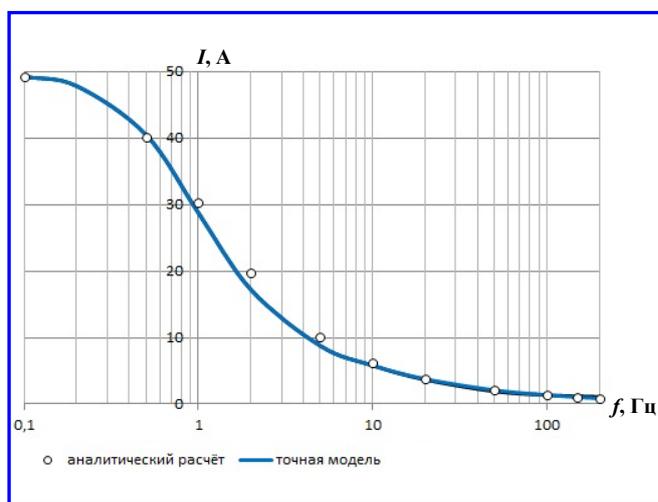


Рис. 7. Частотная характеристика угла отставания тока в обмотке от напряжения на клеммах электромагнита

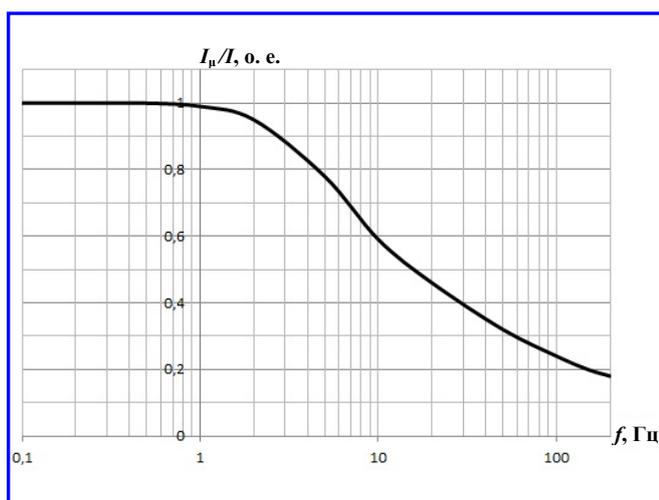


Рис. 8. Частотная характеристика отношения I_{μ}/I

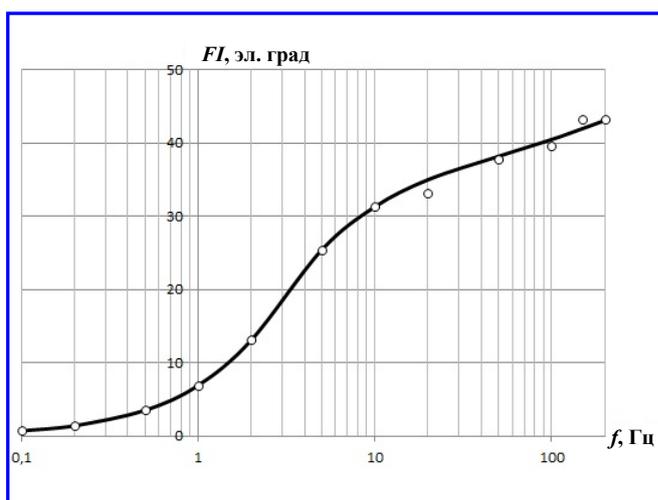


Рис. 9. Частотная характеристика угла между тяговым усилием и током в обмотке электромагнита

Как показывает мировой опыт, использование системы управления с обратной связью по потоку на частотах ниже 20 Гц связано с преодолением значительных технических трудностей. В частности, на низких частотах соотношение сигнал/шум на дополнительной катушке обратной связи крайне мало.

Вышеизложенное позволяет сделать следующие выводы:

– предложенная «точная» математическая модель ОМП позволяет проводить моделирование процессов в электромагните с массивным магнитопроводом в диапазоне от 0,1 до 200 Гц, при котором расхождение с аналитическим расчётом не превышает 13%;

– применение упрощённой математической модели в более узком диапазоне от 0,1 до 150 Гц не приводит к увеличению погрешности.

Таким образом, наиболее перспективным вариантом построения систем управления электромагнитами с массивным магнитопроводом могут являться структуры с «наблюдателем», позволяющим учесть влияние вихревых токов. Структуру такого «наблюдателя» можно построить, основываясь на предложенной математической модели.

Литература

1. Учёт вихревых токов в осевом магнитном подшипнике / В. П. Верещагин, В. А. Клабуков // Вопросы электромеханики. Труды НПП ВНИИЭМ. – М. : ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2010. – Т. 119. – № 6. – С. 3 – 8.
2. Математическая модель магнитного подшипника / В. П. Верещагин, В. А. Клабуков // Вопросы электромеханики. Труды НПП ВНИИЭМ. – М. : ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2009. – Т. 112. – № 5. – С. 17 – 22.

Поступила в редакцию 23.09.2011

Владимир Петрович Верещагин, д-р техн. наук, гл. научн. сотрудник, т. (495) 365-50-73.
Владимир Александрович Клабуков, аспирант, начальник лаборатории, т. (495) 366-35-65.
E-mail: vniiem@vniiem.ru.