

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ПРОФИЛЯ ПОВОРОТА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ЦЕЛЬ СЪЕМКИ

А. Д. Беленький, М. Е. Семёнов, Е. В. Савельев

Рассматривается проблема повышения производительности космического аппарата (КА) дистанционного зондирования Земли за счет ускорения перенацеливания аппаратуры наблюдения от одной цели к другой. В качестве ключевого фактора, усложняющего решение проблемы, выступает изгибная жесткость конструкции КА. Предлагается оптимальное построение кинематического контура системы ориентации, обладающее робастностью по отношению к параметрам динамической схемы упругого КА.
Ключевые слова: космический аппарат, производительность съемки, функция управления, колебания конструкции, профиль поворота.

От современных КА дистанционного зондирования Земли требуется сочетание сверхвысокого пространственного разрешения (на уровне предельно достижимого при съемке сквозь атмосферу Земли) с высокой производительностью. Производительность съемки можно оценивать количеством объектов (маршрутов), снятых на одном витке орбиты или за сутки. В этом случае производительность съемки существенно зависит от возможности КА совершать быстрые повороты для перенацеливания аппаратуры наблюдения. Использование кватернионов в кинематическом контуре систем ориентации КА [1] дает возможность осуществлять такие повороты по кратчайшему пути, то есть вращением вокруг Эйлеравой оси. Задача оптимизации управления таким вращением относится к классической задаче «на быстроедействие», когда критерием оптимизации является минимум времени перенацеливания КА. Для решения таких задач обычно используются методы, основанные на «принципе максимума Понтрягина» [2]. Применение метода требует четких описаний ограничений на функцию управления. Для задачи управления ориентацией КА с явно выраженными упругими свойствами сформулировать такие требования весьма затруднительно. Вместе с тем, можно выдвинуть ряд ограничений на функцию управления, непосредственно вытекающий из свойств упругих колебаний конструкции КА при их кинематическом возбуждении [3]. В частности можно потребовать, чтобы функция управления не имела разрывов, а разрывы «первого рода» ее производной были максимально удалены от момента окончания поворота, что обеспечит максимальное затухание упругих колебаний к моменту окончания поворота.

В качестве функции управления будем рассматривать ускорение вращения вокруг Эйлеравой оси $\varepsilon(t)$. Исходя из принятых ограничений, решение задачи будем искать в классе функций $\varepsilon(t)$, её вид представлен на рис. 1.

Будем называть функцию $\varepsilon(t, \tau, T, T_0)$ профилем поворота. Задача формулируется следующим образом, заданы: угол поворота вокруг Эйлеравой оси φ , максимальная скорость поворота ω , максимальное

ускорение ε – требуется определить параметры профиля поворота τ, T, T_0 .

Система уравнений для определения параметров профиля поворота τ, T, T_0

$$\begin{cases} (T + \tau)\varepsilon = \omega \\ \frac{1}{2}(T_0 + \tau)\varepsilon = \omega \\ \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3 + 2\Delta\varphi_4 + \Delta\varphi_5 + \Delta\varphi_6 = \varphi \end{cases} \quad (1)$$

Угол поворота (площадь под графиком скорости, рис. 1) складывается из следующих приращений:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_1 &= \frac{1}{6}\varepsilon\tau^2; \\ \Delta\varphi_2 &= \frac{1}{2}\varepsilon\tau T; \\ \Delta\varphi_3 &= \frac{1}{2}\varepsilon T^2; \\ \Delta\varphi_4 &= \frac{1}{3}\varepsilon\tau^2; \\ \Delta\varphi_5 &= \varepsilon(2T + \tau)\tau; \\ \Delta\varphi_6 &= \frac{1}{6}\varepsilon T_0^2. \end{aligned}$$

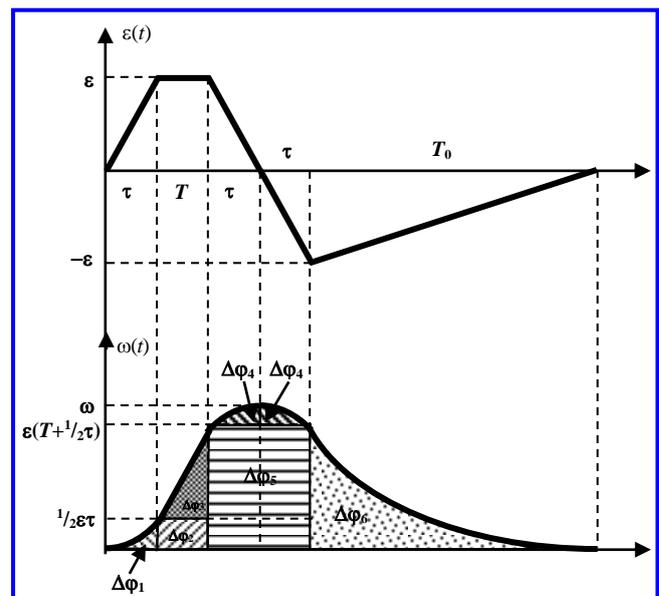


Рис. 1. Профиль поворота типа С

Так как параметры T, T_0, τ положительные по определению, то из первого уравнения системы (1) следует ограничение $\tau \leq \frac{\omega}{\varepsilon}$.

При $\tau = \frac{\omega}{\varepsilon}$ получаем $T = 0, T_0 = \tau$, то есть имеем профиль без участка постоянного ускорения, при этом максимальный угол поворота составит:

$$\varphi_{\max 1} = 2 \frac{\omega^2}{\varepsilon}.$$

При $\tau = 0$ получаем $T_0 = 2T, T = \frac{\omega}{\varepsilon}$, то есть имеем профиль, состоящий из участка постоянного ускорения на разгоне и линейно убывающего на торможении, при этом максимальный угол поворота составит:

$$\varphi_{\max 2} = \frac{7}{6} \frac{\omega^2}{\varepsilon}.$$

Отметим, что этот профиль имеет разрыв «первого рода» и, следовательно, должен быть исключен из рассмотрения в силу сделанных ограничений на управляющую функцию. К тому же, как будет показано далее, он дает минимальный (около 2%) выигрыш времени в динамической части поворота.

Для промежуточных значений углов поворота $\frac{7}{6} \frac{\omega^2}{\varepsilon} \leq \varphi \leq 2 \frac{\omega^2}{\varepsilon}$ имеет место:

$$\begin{cases} \tau = \frac{1}{5} (6 \frac{a}{b} - 7b) \\ T = b - \tau \\ T_0 = 2b - \tau \end{cases}, \quad (2)$$

где $a = \frac{\varphi}{\varepsilon}, b = \frac{\omega}{\varepsilon}$.

При $\varphi \leq \frac{7}{6} \frac{\omega^2}{\varepsilon}$ профиль поворота не выходит на ограничение по скорости, при этом возможны два варианта:

Вариант № 1	Вариант № 2 (разрыв «первого рода»)
$\begin{cases} \tau = \sqrt{\frac{1}{5}} \\ T = 0 \\ T_0 = \tau \end{cases} \quad (3)$	$\begin{cases} \tau = 0 \\ T = \sqrt{\frac{6a}{7}} \\ T_0 = 2T \end{cases}$

Время динамической части поворота КА (без учета времени затухания упругих колебаний конструкции КА): $T_d = 3\tau + T + T_0$

Для первого варианта	Для второго варианта
$T_d^{(1)} = \sqrt{8a}$	$T_d^{(2)} = \sqrt{\frac{54a}{7}}$

$$\frac{T_d^{(1)}}{T_d^{(2)}} = \sqrt{\frac{28}{27}} \cong 1,02,$$

практически совпадает.

Приведем ряд численных примеров.

Пример № 1: $\varphi = 0,7$ рад (40 град.); $\omega = 0,035 \text{ c}^{-1}$ (2 град./с); $\varepsilon = 0,0035 \text{ c}^{-2}$. $a = 200 \text{ c}^2, b = 10 \text{ c}, \tau = 10 \text{ c}, T = 0 \text{ c}, T_0 = 10 \text{ c}$. $T_d = 40 \text{ c}$.

Пример № 2: $\varphi = 0,55$ рад (32 град.); $\omega = 0,035 \text{ c}^{-1}$; $\varepsilon = 0,0035 \text{ c}^{-2}$. $a = 157 \text{ c}^2, b = 10 \text{ c}, \tau = 4,84 \text{ c}, T = 5,16 \text{ c}, T_0 = 15,16 \text{ c}$. $T_d = 34,84 \text{ c}$.

Пример № 3: $\varphi = 0,408$ рад (23 град.); $\omega = 0,035 \text{ c}^{-1}$; $\varepsilon = 0,0035 \text{ c}^{-2}$. $a = 116,67 \text{ c}^2, b = 10 \text{ c}, \tau = 0 \text{ c}, T = 10 \text{ c}, T_0 = 20 \text{ c}$. $T_d = 30 \text{ c}$.

Пример № 4: $\varphi = 0,07$ рад (4 град.); $\omega = 0,035 \text{ c}^{-1}$; $\varepsilon = 0,0035 \text{ c}^{-2}$. $a = 20 \text{ c}^2, b = 10 \text{ c}$. **Вариант № 1** $\tau = 3,16 \text{ c}, T = 0, T_0 = 3,16 \text{ c}$. $T_d = 12,6 \text{ c}$. **Вариант № 2** $\tau = 0 \text{ c}, T = 4,1 \text{ c}, T_0 = 8,2 \text{ c}$. $T_d = 12,3 \text{ c}$.

Пример № 5: $\varphi = 0,007$ рад (0,4 град.); $\omega = 0,035 \text{ c}^{-1}$; $\varepsilon = 0,0035 \text{ c}^{-2}$. $a = 2 \text{ c}^2, b = 10 \text{ c}$. **Вариант № 1** $\tau = 1 \text{ c}, T = 0, T_0 = 1 \text{ c}$. $T_d = 4 \text{ c}$. **Вариант № 2** $\tau = 0 \text{ c}, T = 1,31 \text{ c}, T_0 = 2,62 \text{ c}$. $T_d = 3,93 \text{ c}$.

Отметим, что время поворота пропорционально корню квадратному от угла (красная линия) в диапазоне углов до 40 градусов (рис. 2).

Для поворота КА на углы большие, чем $\varphi_{\max 1}$, следует использовать профиль с участком движения на постоянной максимальной скорости (рис. 3).

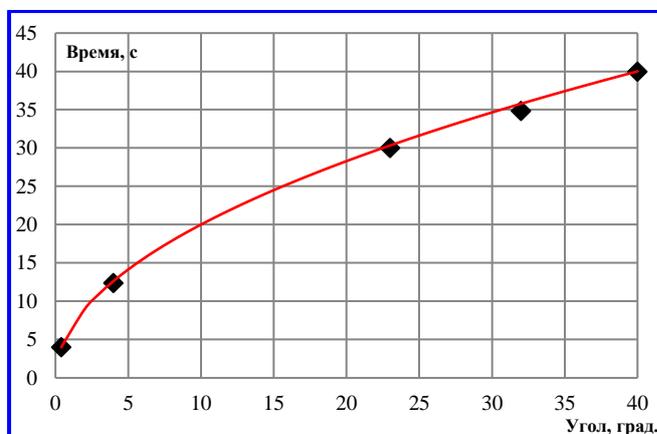


Рис. 2. Зависимость времени поворота КА от угла перенацеливания

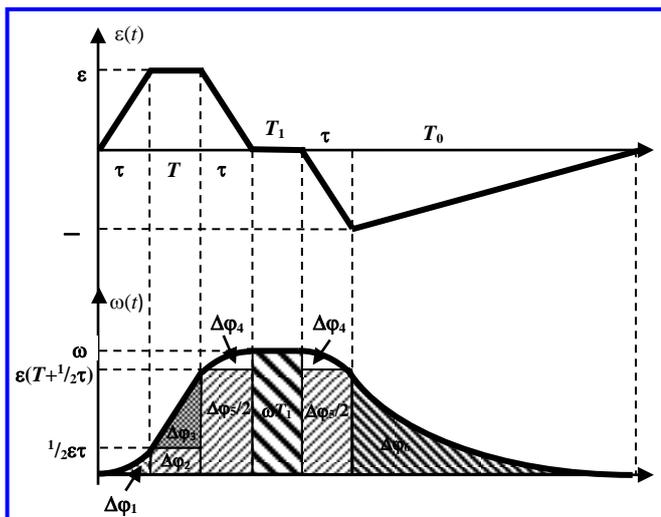


Рис. 3. Профиль поворота типа D

В этом случае, для определенности будем считать параметр τ исходной константой, а в качестве нового неизвестного системы уравнений:

$$\begin{cases} (T + \tau)\varepsilon = \omega \\ \frac{1}{2}(T_0 + \tau)\varepsilon = \omega \\ \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3 + 2\Delta\varphi_4 + \Delta\varphi_5 + \Delta\varphi_6 + \omega T_1 = \varphi \end{cases}, \quad (4)$$

примем параметр T_1 , определяющий время вращения КА с постоянной максимальной скоростью.

Анализ решения системы уравнений (4) показывает, что такой профиль разворота существует для

$$\varphi > \frac{5}{6}\tau\omega + \frac{7}{6}\frac{\omega^2}{\varepsilon}.$$

Его параметры определяются выражениями:

$$\begin{cases} T_1 = \left(\frac{a}{b} - \frac{5}{6}\tau - \frac{7}{6}b\right) \\ T = b - \tau \\ T_0 = 2b - \tau \end{cases}. \quad (5)$$

Если принять время выхода на максимальное ускорение $\tau = 1$ с, а остальные параметры принять прежними (из примера № 1, приведенного выше), то получим, что профиль применим для углов поворота более 25 град.

Пример № 5: $\varphi = 0,7$ рад; $\omega = 0,035$ с⁻¹; $\varepsilon = 0,0035$ с⁻².
 $a = 200$ с², $b = 10$ с, $\tau = 1$ с, $T = 9$ с, $T_1 = 7,5$ с, $T_0 = 19$ с.
 $T_d = 38,5$ с.

Сравнение результата примера № 5 с результатом примера № 1 показывает, что время поворота на угол 40 град. сократилось на 4%, и при этом время от момента последнего «разрыва первого рода» производной профиля до окончания поворота увеличилось практически в два раза. Таким образом, переход на профиль типа D следует выполнять с момента его существования (рис. 4).

Топология профиля поворота, как функция параметра φ – представлена на рис. 4.

При выборе параметра $\tau = \frac{\omega}{\varepsilon}$ для профиля D, области существования профилей типа C и D не пересекаются, при этом оба профиля на границе $\varphi = 2\frac{\omega^2}{\varepsilon}$ принимают вид A. При τ , стремящемся

к нулю, область профиля D полностью перекрывает область профиля C. На границе $\varphi = \frac{7}{6}\frac{\omega^2}{\varepsilon}$ происходит слияние профилей типа C и B, а также бифуркация типа C в тип A.

Численное моделирование динамики упругого КА показывает, что для углов поворота до величины $\left(\frac{7}{6}\frac{\omega^2}{\varepsilon}\right)$ оптимально использование профиля типа A.

Моделирование проводилось в среде Matlab, при этом учитывался один тон упругих колебаний конструкции КА.

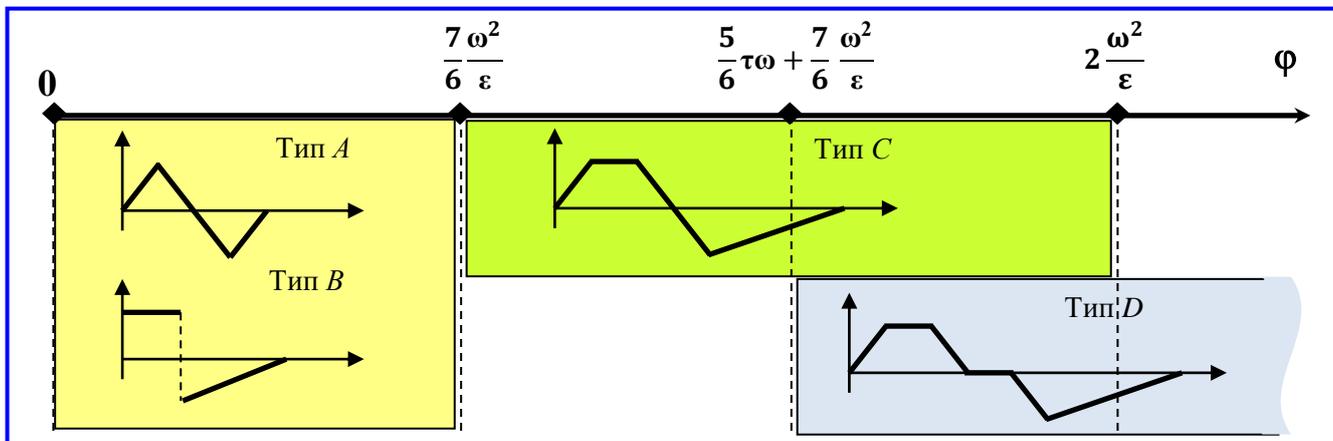


Рис. 4. Топология профилей поворота КА

За критерий оптимальности принималось время вхождения угловой скорости КА по оси поворота в трубку значений $\pm 0,001$ град./с. Моделировался процесс поворота КА на угол 3 град. при следующих параметрах системы: максимальное ускорение по оси поворота $\varepsilon = 0,004 \text{ с}^{-2}$, частота упругого тона колебаний 2 Гц, коэффициент относительного демпфирования тона 0,01, отношение эффективной инерции упругого тона к моменту инерции КА по оси поворота 0,1.

Графики угловых скоростей КА по оси поворота приведены на рис. 5, 6, соответственно, для профилей А и В. Для профиля А критерий оптимальности составил 10,2 с, а для профиля В – 17 с.

Проведенное исследование показало, что оптимальный профиль поворота в зависимости от угла поворота имеет вид, представленный на рис. 7, при этом параметры профиля вычисляются по формулам (3), (2), (5), соответственно, для типа А, С, D.

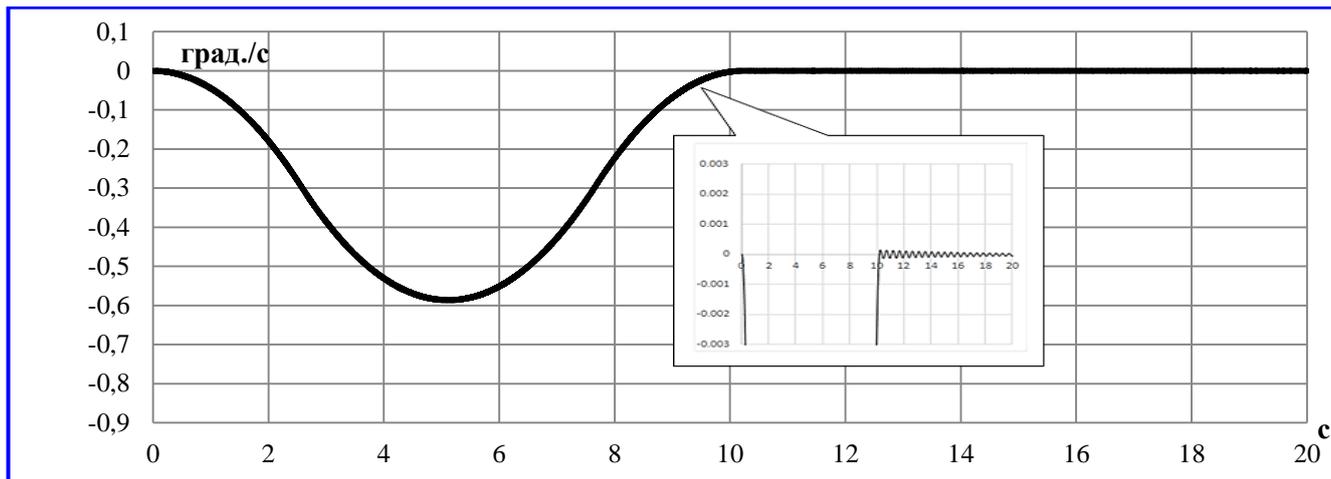


Рис. 5. Скорость поворота упругого КА по профилю А

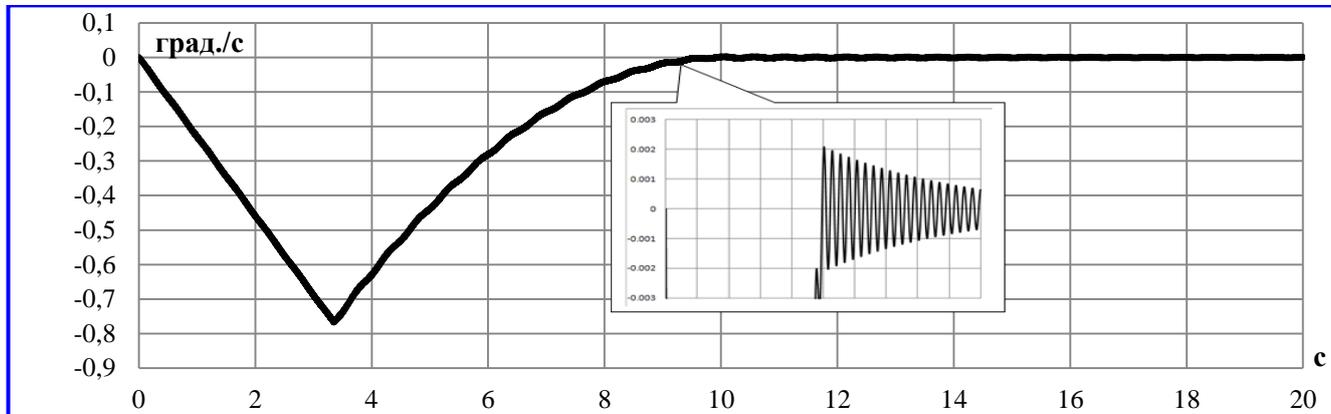


Рис. 6. Скорость поворота упругого КА по профилю В

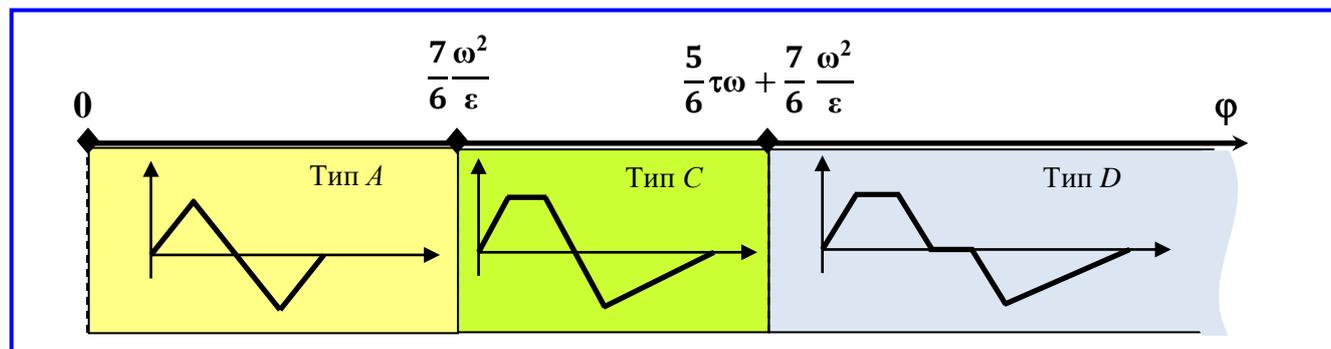


Рис. 7. Бифуркация профилей поворота

Некоторую определенность по выбору параметра τ для профиля D можно внести из следующих посылок.

При кинематическом возбуждении упругого тона линейно нарастающим ускорением его начальная амплитуда будет равна

$$A(0) = \frac{\varepsilon}{\tau v^3}, \quad (6)$$

где v – круговая частота упругого тона.

К моменту окончания поворота амплитуда колебаний должна уменьшиться до заданного уровня

$$A(t_k) = A(0)e^{-\frac{\zeta v \left(2 \frac{\omega}{\varepsilon} - \tau \right)}{2\pi}}$$

или с учетом (6) получаем неявное выражение (7) для определения параметра τ .

$$A(t_k) = \frac{\varepsilon}{\tau v^3} e^{-\frac{\zeta v \left(2 \frac{\omega}{\varepsilon} - \tau \right)}{2\pi}} \quad (7)$$

Рассмотрим две функции:

$$f_1(\tau) = \frac{A(t_k)v^3\tau}{\varepsilon} \text{ и } f_2(\tau) = e^{-\frac{\zeta v \left(2 \frac{\omega}{\varepsilon} - \tau \right)}{2\pi}}.$$

Решение уравнения (7) относительно неизвестного τ соответствует точке пересечения τ^* кривых $f_1 = (\tau)$ и $f_2 = (\tau)$, показанных на рис. 8.

Единственное решение τ^* заведомо существует при $f_1\left(\frac{\omega}{\varepsilon}\right) > f_2\left(\frac{\omega}{\varepsilon}\right)$, для этого частота упругого тона должна удовлетворять условию:

$$v > \sqrt[3]{\varepsilon^2 / \omega A(t_k)}.$$

Поступила в редакцию 26.10.2020

Арон Давыдович Белецкий, кандидат технических наук, заместитель главного конструктора по системе ориентации КА, ar.bel81@mail.ru.

Максим Евгеньевич Семёнов, начальник лаборатории, semmax@bk.ru.

Егор Владимирович Савельев, инженер, mrgorv@yandex.ru.

Т. 8 (495) 366-21-22.

(АО «Корпорация «ВНИИЭМ»).

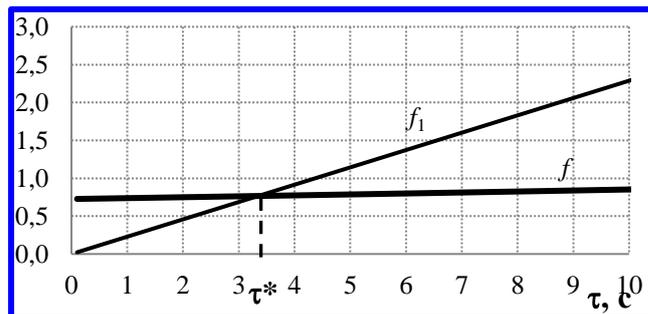


Рис. 8. Графическое решение уравнения (7)

Если принять $A(t_k)$ равным 10% углового размера пикселя аппаратуры наблюдения, $A(t_k) = 10^{-7}$, $\omega = 0,035 \text{ с}^{-1}$, $\varepsilon = 0,0035 \text{ с}^{-2}$, получим условие:

$$v > 15,2 \text{ с}^{-1} (\sim 2,4 \text{ Гц}).$$

Решение $\tau^* = 3,4 \text{ с}$, представленное на рис. 8, получено для частоты упругого тона 20 с^{-1} ($\sim 3 \text{ Гц}$).

При малых затуханиях упругого тона $\xi \ll \frac{\pi\varepsilon}{\omega v}$ решение уравнения (7), полученное разложением по малому параметру ξ , имеет вид:

$$\tau^* \cong \frac{\varepsilon}{A(t_k)v^3} \left(1 - \frac{\omega v}{\pi\varepsilon} \xi \right).$$

Для $\xi = 0$ получаем очевидный результат $A(0) = A(t_k)$ – начальная амплитуда колебаний равна допустимой для работы аппаратуры наблюдения.

Литература

1. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела / В. Н. Бранец, И. П. Шмыглевский. – М. : Наука, 1973 – 320 с.
2. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. – 2-е изд. – М. : Наука, 1969. – 384 с.
3. Теория колебаний / Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Гостехиздат, 1954. – 918 с.

SELECTION OF OPTIMAL PROFILE OF SPACECRAFT SLEW TOWARDS IMAGING TARGET

A. D. Belenkii, M. E. Semenov, E. V. Savelev

The problem of improvement of Earth remote sensing spacecraft (SC) performance by accelerating the re-pointing of observation equipment from one target to another is analyzed. The key factor that complicates the solution of the problem is the bending stiffness of the SC structure. An optimal

configuration of the kinematic loop of the attitude control system that has robustness with respect to the parameters of the dynamic design of the elastic SC is suggested.

Key words: spacecraft, imaging productivity, control function, structure oscillations, slew profile.

References

1. Application of quaternions in solid body orientation problems / V. N. Branets, I. P. Shmyglevskii. – M. : Nauka (Science), 1973 – 320 p.
2. Mathematical theory of optimal processes / L. S. Pontriagin, V. G. Boltianskii, R. V. Gamkrelidze, E. F. Mishchenko. – 2nd edition. – M. : Nauka (Science), 1969. – 384 p.
3. Theory of oscillations / A. A. Andronov, A. A. Vitt, S. E. Haikin Gostechizdat, 1954. – 918 p.

Aron Davydovich Belenkii, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.),
Deputy Chief Designer of SC Attitude Control System, ar.bel81@mail.ru.

Maksim Evgenevich Semenov, Head of Laboratory, semmax@bk.ru.

Egor Vladimirovich Savelev, Engineer, mrgorv@yandex.ru, tel.: +7 (495) 366-21-22.
(JC «VNIEM Corporation»).