

УДК 621.313

## АНАЛИЗ РАДИАЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ СИЛ И МОМЕНТОВ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ С ДВУМЯ ИНДУКТОРАМИ

А. Б. Захаренко, А. К. Надкин

*Рассмотрены варианты исполнения роторов магнитоэлектрической машины с двумя индукторами: с размещением постоянных магнитов индукторов по упрощенной и традиционной схеме Хальбаха. В результате проведенного анализа получено, что электромагнитный момент машины с постоянными магнитами, расположенными в соответствии с полной схемой Хальбаха (машина 1), больше момента машины с упрощенной схемой Хальбаха (машина 2), однако пульсации радиальной магнитной силы машины 1 почти в 2 раза превышают пульсации в машине 2. Наибольший относительный вклад гармоник в колебательный процесс в машине 2 превышает аналогичный показатель машины 1. В результате получено, что машина с упрощенной схемой Хальбаха представляется более выгодной, так как технологически она проще, чем машина с полной схемой Хальбаха, а результаты, полученные в ходе анализа каждой из машин, довольно близки.*

**Ключевые слова:** магнитоэлектрическая машина, радиальная магнитная сила, электромагнитный момент, схема Хальбаха.

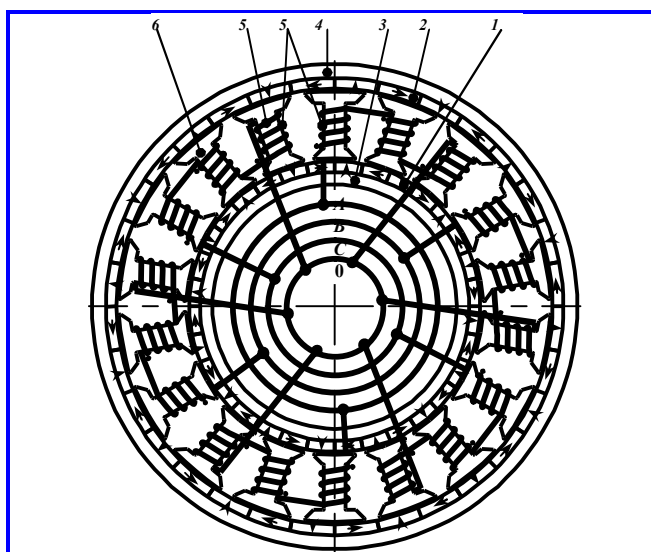
Магнитоэлектрическая машина с двумя индукторами обладает преимуществами перед другими электромашинами [1]. Для легких электроприводных транспортных средств применяются машины с числом пазов статора на полюс и фазу  $q = 3/8$ . Примером такой машины является синхронный двигатель мотор-колеса электроскутера, разработанного ЗАО «Инкар-М» (г. Королёв), с числом пазов  $Z_S = 27$  и числом полюсов  $2p = 24$ , которая рассмотрена в данной работе. Важным потребительским качеством транспортного средства является отсутствие вибраций и шумов.

В последнее время возрос интерес к применению роторов таких машин с расположением постоянных магнитов по схеме Хальбаха [2]. На рис. 1 и 2 показаны поперечные сечения двух вариантов электромашин с  $q = 3/8$  с двумя индукторами ротора: с упрощенной схемой Хальбаха (рис. 1) и традиционной, полной, схемой Хальбаха (рис. 2). На этих рисунках обозначены: 1, 2 – постоянные магниты; 3, 4 – ядра индукторов; 5 – обмотка статора; 6 – зубцы статора.

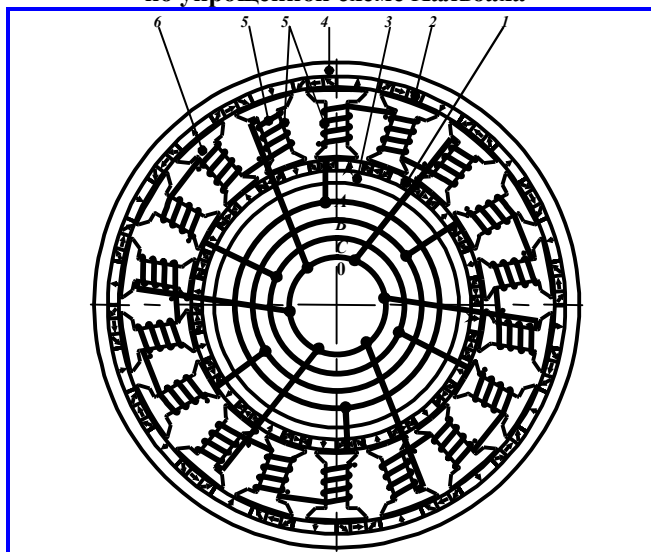
Одним из вопросов исследования машин с дробным числом пазов статора на полюс и фазу является анализ магнитных вибраций. Наибольшее влияние на магнитные вибрации оказывают радиальные магнитные силы (РМС).

**Целью данной работы** является анализ радиальных магнитных сил и моментов вышеописанных магнитоэлектрических синхронных машин на предмет выявления преимуществ и недостатков представленных конструкций.

**Методика исследования.** Для анализа РМС проведем расчет магнитного поля на основе метода конечных элементов (КЭ) [3] с учетом кривых намагничивания материалов статора и ротора при двумерной постановке задачи. РМС, действующая на единицу площади  $F(\theta, t)$ , Н/м<sup>2</sup>, в общем виде определяется формулой:



**Рис. 1.** Поперечное сечение электромашинны с размещением постоянных магнитов по упрощенной схеме Хальбаха



**Рис. 2.** Поперечное сечение электромашинны с размещением постоянных магнитов по полной схеме Хальбаха

$$F(\theta, t) = \frac{B_{\delta}^2(\theta, t)}{2\mu_0}, \quad (1)$$

где  $B_{\delta}(\theta, t)$  – магнитная индукция в воздушном зазоре, Тл;  $\mu_0$  – магнитная проницаемость воздуха, Гн/м;  $\theta$  – пространственный угол по окружности ротора статора, рад;  $t$  – время, с.

Для точного расчета индукции в воздушном зазоре была построена сетка конечных элементов, так, чтобы по высоте зазора расположилось не менее четырех слоев треугольных элементов. В зубцах и ярмах построена более разреженная сетка КЭ, однако, например, каждый зубец разделен в среднем на 400 элементов, «сгущающихся» к шлицам паза (рис. 3).

В качестве граничных условий на расчетной модели (рис. 4) заданы условия Дирихле  $A = 0$  на внешней границе расчетной модели, где  $A$  – величина векторного магнитного потенциала, и условия *Master – Slave*, обеспечивающие симметрию на боковых границах сектора, ограничивающего расчетную область. Особенностью модели является то, что анализ рабочего режима проводится на основе расчета с учетом нагрузки. В упомянутой магнитоэлектрической машине реакция якоря зависит от величины и направления вектора тока в  $d - q$  координатах.

Пространственный анализ  $k$ -й временной составляющей силы может быть осуществлен с помощью ее разложения в ряд по формам собственных колебаний сердечника. При рассмотрении колебаний сердечника по схеме свободного кольца этот ряд совпадает с рядом Фурье [4] указанной функции:

$$F(\theta) = a_0 + a_1 \sin(\theta) + b_1 \cos(\theta) + a_2 \sin(2\theta) + b_2 \cos(2\theta) + \dots + a_v \sin(v\theta) + b_v \cos(v\theta) + \dots \quad (2)$$

с коэффициентами:

$$a_v = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \sin(v\theta) d\theta; \quad (3)$$

$$b_v = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \cos(v\theta) d\theta, \quad (4)$$

где при численном анализе интегралы в формулах (3) и (4) заменяются конечными суммами.

Анализ полученных коэффициентов гармонических составляющих удобно вести с использованием суммарного коэффициента  $c_v$  и его фазы  $\varphi_v$  [4]:

$$c_v \sin(\theta + \varphi_v) = a_v \sin(\theta) + b_v \cos(\theta), \quad (5)$$

где

$$c_v = \sqrt{a_v^2 + b_v^2}; \quad (6)$$

$$\varphi_v = \arctg(b_v/a_v). \quad (7)$$

Колебания магнитоэлектрической машины определяются основным полем постоянных магнитов и зубцовыми гармониками поля якоря [5]. Поэтому функция  $F$  фактически представляет собой коэффициенты гармоник порядка  $v$  разложения электромагнитной нагрузки, действующей на статор со стороны суммарного электромагнитного поля. Амплитуда вынужденных колебаний  $w(\theta, t)$  сердечника может быть найдена из выражения [5]:

$$w(\theta, t) = \sum_{v=2}^{2p} \frac{kB^2 F_v R^4}{EJ(v^2 - 1)^2} \frac{\cos(2\omega t - v\theta)}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{2\omega}{\Omega_v}\right)^2\right]^2 + \eta^2}} \quad (8)$$

где  $E$  – модуль Юнга для стали сердечника статора;

$J$  – момент инерции ротора;  $\Omega_v^2 = \frac{EJ(v^2 - 1)^2 v^2}{mR^4(v^2 + 1)}$  –

частота собственных колебаний порядка  $v$ ;  $R$  – средний радиус ярма якоря;  $\omega = 2\pi f$  – частота питания;  $\eta$  – коэффициент трения. Поэтому для оценки влияния субгармоник на виброшумовые характеристики можно пользоваться соотношением пропорциональности, характеризующим относительный вклад гармоник в колебательный процесс:

$$w_v \sim \frac{F_v}{(v^2 - 1)^2}. \quad (9)$$

**Результаты расчета** магнитного поля методом КЭ приведены на рис. 3.

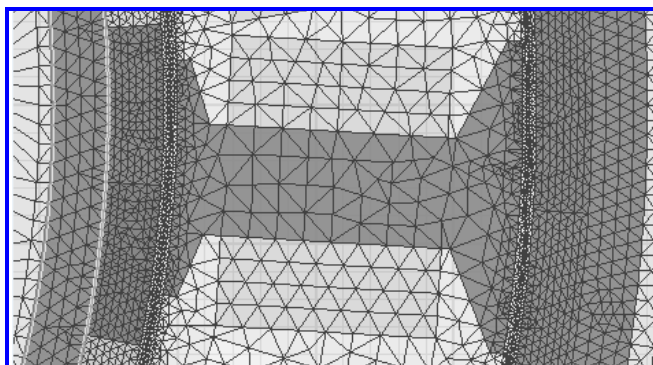


Рис. 3. Пример построения сетки в активных частях магнитной системы

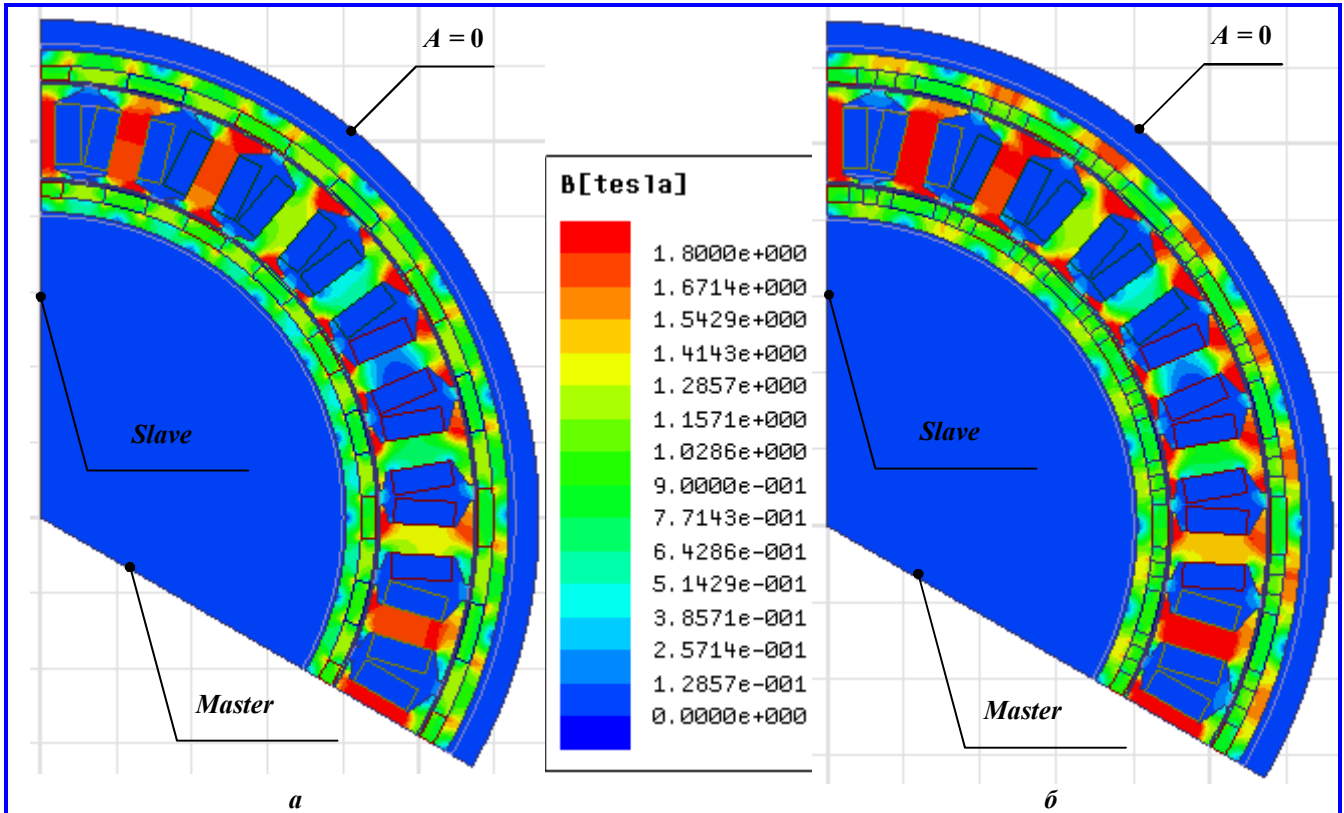


Рис. 4. Распределение магнитного поля: *a* – для машины по рис. 1; *б* – для машины по рис. 2

Основные параметры магнитных систем и режима нагрузки, заданные при моделировании, сведены в табл. 1.

Полученная в результате расчета зависимость радиальной составляющей магнитной индукции в зазоре  $B_r$  от пространственного угла  $\theta$  представлена на рис. 5.

Таблица 1

Параметры расчетных моделей

Внешний диаметр, мм	248
Осевая длина, мм	33
Воздушный зазор, мм	1
Марка стали	2212
Марка магнитов	N40H
Число зубцов	27
Число полюсов	24
Число фаз	3
Число пазов на полюс и фазу	3/8
Частота электрическая в цепи якоря, Гц	6
Амплитуда тока нагрузки, А	10
Угол тока от оси $d$ , эл. град.	90
Плотность тока в пазу, А/мм <sup>2</sup>	8
Частота вращения ротора, об/мин	30
Число параллельных ветвей	3
Число витков на зубце	144
Число симметричных частей магнитной системы	3
Схема соединения	Y

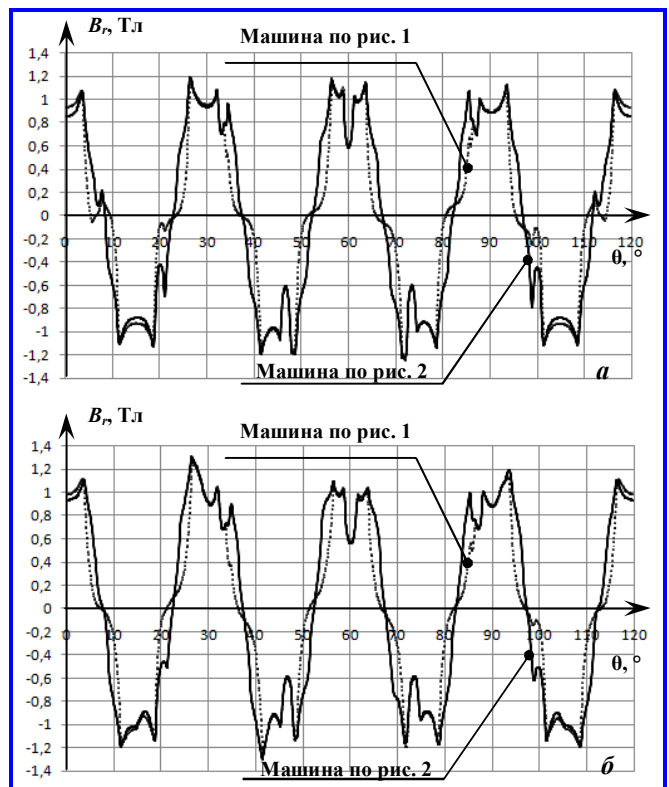


Рис. 5. Графики радиальной составляющей магнитной индукции во внешнем (*a*) и внутреннем (*б*) зазорах в зависимости от угла поворота ротора

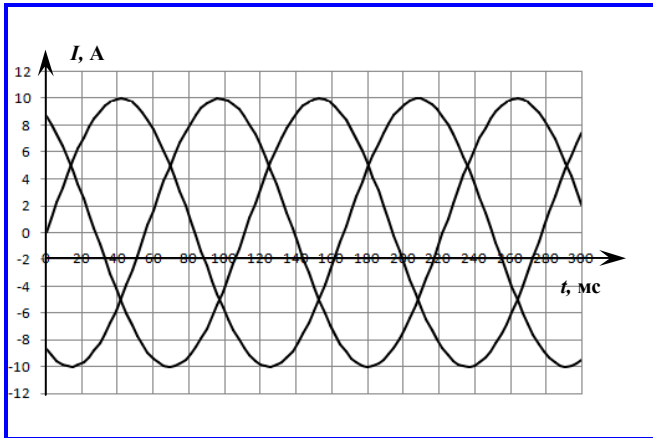


Рис. 6. Графики фазных токов обмоток якоря для машин по рис. 1 и 2

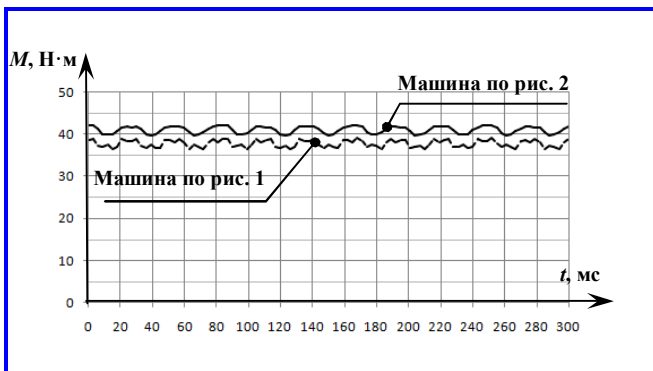


Рис. 7. Электромагнитные моменты

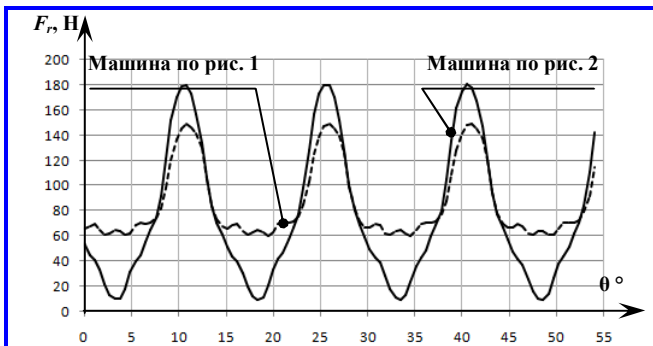


Рис. 8. Графики радиальной магнитной силы, действующей на зубец, в зависимости от угла поворота ротора

Графики на рис. 5 построены в начальном моменте времени, когда положение ротора соответствует положению на рис. 4, при этом мгновенные значения фазных токов соответствуют графику на рис. 6. По графикам на рис. 5 заметно, что амплитуды индукции для машин с упрощенной и полной схемой Хальбаха отличаются незначительно. Форма распределения индукции в машине с полной схемой Хальбаха немного ближе к синусоидальной.

РМС, действующая на зубец, зависит от распределения полного электромагнитного поля относительно зубца. Полное поле складывается из поля возбуждения, поля реакции якоря и полей рассеяния. В связи с этим качественная оценка РМС может быть довольно затруднительной. Численный метод позволяет произвести оценку РМС через понятие векторного магнитного потенциала, рассчитанного в каждом узле сетки, разбивающей расчетную область, учитывая взаимодействие всех присутствующих магнитных полей. Поэтому расчет РМС численным методом представляется наиболее целесообразным.

В качестве исходных данных для расчета электромагнитных моментов приняты графики фазных токов обмоток якоря, приведенные на рис. 6.

В результате получены зависимости электромагнитных моментов от времени, приведенные на рис. 7.

По результатам проведенных расчетов (рис. 7) удалось установить, что электромагнитный момент машины по рис. 2 на 8,6% больше момента машины по рис. 1. Однако пульсации радиальной магнитной силы машины по рис. 2 почти в 2 раза превышают пульсации в машине по рис. 1 (рис. 8).

Амплитуды гармоник радиальной магнитной силы машин по рис. 1 и 2 приведены в табл. 2.

Относительный вклад гармоник в колебательный процесс машин по рис. 1 и 2 приведен в табл. 3.

Таблица 2

Амплитуды гармоник радиальной магнитной силы машин по рис. 1 и 2

Машина по рис. 1				Машина по рис. 2			
$\nu$	$F_{\nu}, \text{Н}$	$\nu$	$F_{\nu}, \text{Н}$	$\nu$	$F_{\nu}, \text{Н}$	$\nu$	$F_{\nu}, \text{Н}$
0	88,728	8	0,782	0	79,488	8	1,274
1	38,783	9	0,618	1	76,116	9	0,111
2	18,539	10	0,151	2	17,908	10	0,047
3	7,288	11	0,329	3	11,140	11	0,192
4	1,293	12	0,098	4	1,977	12	0,097
5	3,060	13	0,156	5	1,204	13	0,146
6	0,377	14	0,109	6	1,846	14	0,176
7	1,393			7	0,906		



Таблица 3

## Относительный вклад гармоник в колебательный процесс машин по рис. 1 и 2

Машина по рис. 1				Машина по рис. 2			
$\nu$	$w_{\nu} \cdot 10^{-3}, \text{ Н}$	$\nu$	$w_{\nu} \cdot 10^{-3}, \text{ Н}$	$\nu$	$w_{\nu} \cdot 10^{-3}, \text{ Н}$	$\nu$	$w_{\nu} \cdot 10^{-3}, \text{ Н}$
0	–	8	0,197	0	–	8	0,321
1	–	9	0,097	1	–	9	0,017
2	2060	10	0,015	2	1990	10	0,005
3	114	11	0,023	3	174	11	0,013
4	5,747	12	0,005	4	8,787	12	0,005
5	5,313	13	0,006	5	2,090	13	0,005
6	0,308	14	0,003	6	1,507	14	0,005
7	0,605			7	0,393		

В результате анализа табл. 2 и 3 видно, что наибольший относительный вклад гармоник в колебательный процесс в машине по рис. 1 превышает аналогичный показатель машины по рис. 2 на 3,5%.

Машина с упрощенной схемой Хальбаха представляется более выгодной, так как технологически она проще, чем машина с полной схемой Хальбаха, а результаты, полученные в ходе анализа каждой из машин, довольно близки.

### Выводы

1. Электромагнитный момент машины с постоянными магнитами, расположенными в соответствии с полной схемой Хальбаха (рис. 2), на 8,6% больше момента машины с упрощенной схемой Хальбаха (рис. 1).

2. Однако пульсации радиальной магнитной силы машины по рис. 2 почти в 2 раза превышают пульсации в машине по рис. 1.

3. Наибольший относительный вклад гармоник в колебательный процесс в машине по рис. 1 превышает аналогичный показатель машины по рис. 2 на 3,5%.

4. Из результатов проведенного анализа следует, что машина с упрощенной схемой Хальбаха является более выгодной по сравнению с машиной с полной схемой.

### Литература

1. Оптимизация проектирования тихоходного вентиляционного двигателя с двумя индукторами для привода мотор-колеса / А. Б. Захаренко, А. Ф. Авдонин // Электротехника. – 1999. – № 12. – с. 6 – 13.
2. Патент на изобретение № 2771993 Российская Федерация, МПК H02K 1/27 (2006.01). Электрическая машина с ротором, созданным по схеме Хальбаха : № 2020133981 : заявл. 15.10.2020 / Дашко О. Г., Захаренко А. Б., Зенин С. Б., Литвинов В. Н. – Бюл. № 14. – 10 с.
3. Вопросы электромеханики. Методы проектирования малошумных электрических машин. Труды НПП ВНИИЭМ / Воронкин В. А., Геча В. Я., Городецкий Э. А. [и др.]. – Т. 103. – Москва, 2006. – 178 с., ил.
4. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – Москва : Наука, 1984. – 831 с., ил.
5. Геча В. Я. Магнитоупругие колебания в электрических машинах : специальность 05.09.01 «Электромеханика и электрические аппараты» : диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Геча Владимир Яковлевич ; Научно-производственное предприятие Всероссийский научно-исследовательский институт электромеханики с заводом (ВНИИЭМ) им. А.Г. Иосифьяна. – Москва, 1997. – 270 с., ил.

Поступила в редакцию 09.02.2022

*Андрей Борисович Захаренко, доктор технических наук, доцент, начальник отдела, т. 8 (495) 366-26-44, e-mail: otde118@mcc.vniiem.ru.*

*Александр Каренович Надкин, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, т. 8 (495) 366-54-24, e-mail: lab183@mcc.vniiem.ru. (АО «Корпорация «ВНИИЭМ»).*

## ANALYSIS OF RADIAL MAGNETIC FORCES AND TORQUES OF THE MAGNETOELECTRIC MACHINE WITH TWO INDUCTORS

**A. B. Zakharenko, A. K. Nadkin**

The versions of the rotors of the magnetoelectric machine with two inductors are considered: with the placement of permanent magnets of the inductors according to the simplified and original Halbach array. As a result of the analysis, it was found that the electromagnetic torque

of the machine with permanent magnets arranged in accordance with the complete Halbach array (machine 1) is greater than the torque of a machine with a simplified Halbach array (machine 2), however, the pulsations of the radial magnetic force of machine 1 are almost 2 times higher than pulsations in machine 2. The largest relative impact of harmonics to the oscillatory process in machine 2 exceeds the same result of machine 1. As a result, it was considered that the machine with a simplified Halbach array seems to be more preferable, since it is technologically simpler than the machine with a complete Halbach array, and the results obtained during the analysis of each of the machines are quite close.

**Keywords:** *magnetolectric machine, radial magnetic force, electromagnetic torque, Halbach array.*

### References

1. Design optimization of low-speed brushless motor with two inductors for motor-wheel drive / A. B. Zakharenko, A. F. Avdonin // Electrical engineering. – 1999. – No. 12. – p. 6 – 13.
2. Patent of invention No. 2771993 Russian Federation, МПК H02K 1/27 (2006.01). Electrical machine with rotor developed according to Halbach array : No. 2020133981: appl. 15.10.2020 / Dashko O. G., Zakharenko A. B., Zenin S. B., Litvinov V. N. – Bul. No. 14. – 10 p.
3. Matters of Electromechanics. Design methods for low-noise electrical machines. NPP VNIIEМ proceedings / Voronkin V. A., Gecha V. Ya., Gorodetskii E. A. [et al.]– Vol. 103. – Moscow, 2006. – 178 p., with illustrations.
4. Korn G. Guide book to Mathematics for scientists and engineers / G. Korn, T. Korn. – Moscow : Nauka, 1984. – 831 p., with illustrations.
5. Gecha V. Ya. Magni Magnetoelastic oscillations in electrical machines : specialty 05.09.01' Electromechanics and electrical apparatus' thesis for the degree of Doctor of Technical Sciences / Gecha Vladimir Iakovlevich ; Research and Production Corporation 'Space Monitoring Systems, Information & Control and Electromechanical Complexes' named after A.G. Iosifian, 1997. – 270 p., with illustrations.

*Andrei Borisovich Zakharenko, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Head of Department of General Scientific and Technical Research, tel.: +7 (495) 366-26-44, e-mail: otdel18@mcc.vniiem.ru.*  
*Aleksandr Karenovich Nadkin, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Researcher of Department of General Scientific and Technical Research, tel.: +7 (495) 366-54-24, e-mail: lab183@mcc.vniiem.ru.*  
*(JC «VNIIEМ Corporation»).*