

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗЕТА-ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ С ИНДУКТИВНО СВЯЗАННЫМИ ДРОССЕЛЯМИ (ЧАСТЬ 1)

В. К. Битюков, А. И. Лавренов, Д. Р. Петров

Отмечена характерная тенденция развития энергообеспечения наукоемких систем и устройств, связанная с переходом от сетевого питания к батарейному. Рассмотрены физические процессы, протекающие в униполярном понижающе-повышающем DC/DC-преобразователе, построенном по Zeta-топологии. Для снижения массогабаритных параметров и улучшения стабилизации выходного напряжения в преобразователях используются связанные дроссели. В работе Zeta-преобразователя традиционно выделяют две фазы, для каждой из которых получены эквивалентные схемы. На каждой эквивалентной схеме выделены по три контура, необходимых для записи систем уравнений по правилам Кирхгофа. В соответствии с правилами Кирхгофа составлены системы дифференциальных уравнений в форме Коши, описывающие каждую фазу. Для создания предельной непрерывной математической модели DC/DC-преобразователя, построенного по топологии Zeta, получены две системы дифференциальных уравнений. При объединении двух дифференциальных систем уравнений получена математическая модель Zeta-преобразователя с индуктивно связанными дросселями.

Ключевые слова: питание батарейное, понижающе-повышающий преобразователь, эквивалентная схема, топология Zeta, правила Кирхгофа, математическая модель, индуктивно связанные дроссели.

Характерной чертой развития наукоемких систем и устройств является переход от сетевого питания к батарейному. Примером могут служить средства телекоммуникации [1], медицинская техника [2], беспилотные летательные аппараты [3] и т. п. Определяющим узлом импульсного устройства электропитания являются DC/DC-преобразователи, выполняющие функции регулирования и стабилизации напряжения питания. Поэтому к этим устройствам предъявляют достаточно жесткие требования по коэффициенту полезного действия, массогабаритным параметрам и стабильности выходного напряжения, а также его пульсациям [4 – 5].

А это требует разработки новых либо совершенствования существующих методов проектирования DC/DC-преобразователей. Один из наиболее перспективных методов проектирования импульсных радиотехнических устройств основан на их математических моделях (ММ). ММ импульсных DC/DC-преобразователей, реализующих схемы базовых стабилизаторов понижающего, повышающего и полярно инвертирующего типа, рассмотрены в [6], а для понижающе-повышающих DC/DC-преобразователей – SEPIC в [7], Cuck в [8] и Zeta в [9, 10]. Названные топологии понижающе-повышающих DC/DC-преобразователей используют одинаковую электронную компонентную базу, но из-за различий в коммутации электрорадиоэлементов имеют специфические особенности проектирования [11, 12]. Эти преобразователи в своем составе имеют два дросселя.

Причем для снижения массогабаритных параметров и улучшения стабилизации выходного напряжения в преобразователях используются связанные дроссели [13, 14].

Вопрос построения ММ DC/DC-преобразователей со связанными дросселями весьма далек от полного изучения. Сформулирована математическая модель DC/DC-преобразователя с учетом связанных дросселей лишь для DC/DC-преобразователя, построенного по топологии Cuck [8].

DC/DC-преобразователь, построенный по Zeta-топологии (рис. 1), имеет два дросселя, два конденсатора, электронный ключ, обычно выполненный в виде полевого транзистора, и блок управления (БУ), определяющий режим транзистора. Дроссели $L1$ и $L2$ выполняют функцию накопления и передачи энергии посредством электромагнитной индукции, а разделительный конденсатор $C1$ присутствует в схеме для развязки входа и выхода преобразователя. Разделительный конденсатор $C1$ также иногда называют «летающим», так как он выполняет функции не только разделения, но и накопления и передачи энергии. Конденсатор $C2$ является сглаживающим выходным конденсатором.

При анализе принципа действия Zeta-преобразователя выделяют две фазы его работы. В течение первой фазы (при открытом силовом транзисторе $VT1$) происходит накопление энергии

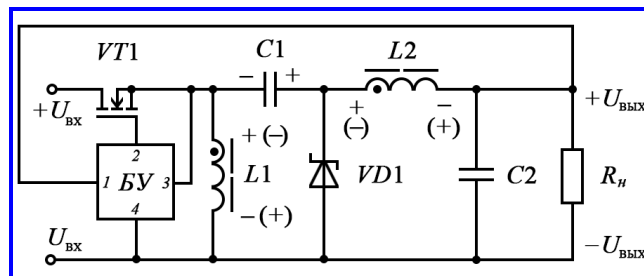


Рис. 1. Принципиальная электрическая схема преобразователя понижающе-повышающего типа, выполненного по Zeta-топологии

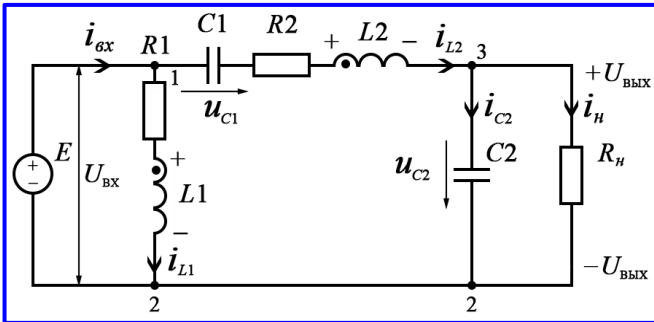


Рис. 2. Схема DC/DC-преобразователя в режиме накопления энергии

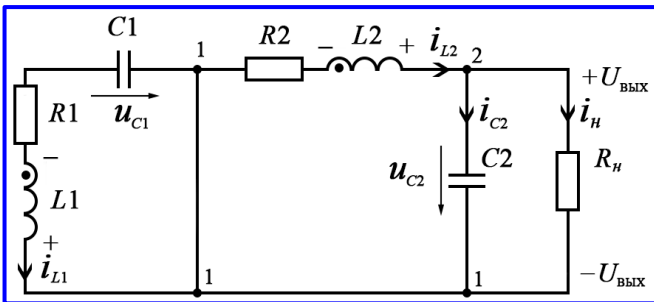


Рис. 3. Схема DC/DC-преобразователя в режиме передачи энергии

в дросселях (фаза накопления энергии), а конденсатор $C1$ разряжается на нагрузку R_n и дроссель $L2$ (рис. 2). Во вторую фазу (при закрытом силовом транзисторе $VT1$) происходит разрядка дросселей (фаза передачи энергии), а конденсатор $C1$ заряжается током разрядки дросселя $L1$ (рис. 3) [15].

Для построения предельной непрерывной ММ Zeta-преобразователя с индуктивно связанными дросселями следует каждую фазу работы DC/DC-преобразователя описать с помощью систем уравнений в форме Коши [16].

Для того, чтобы иметь возможность оценить величину токов, протекающих через дроссели $L1$ и $L2$, необходимо в расчете учесть активное сопротивление дросселей. Поэтому целесообразно представить эквивалентную схему каждого из дросселей $L1$ и $L2$ в виде цепи, состоящей из последовательно соединенных резистора $R1$ или $R2$ и индуктивности $L1$ или $L2$ соответственно.

На рис. 2 и 3 показаны схемы Zeta-преобразователя в фазах накопления и передачи энергии, соответственно, с входным источником напряжения E и с учетом эквивалентной схемы дросселей.

На каждой эквивалентной схеме можно выделить по три контура $K1$, $K2$ и $K3$, необходимые для записи систем уравнений по правилам Кирхгофа (рис. 4 и 5). По правилам Кирхгофа первая фаза работы устройства описывается системой уравнений, состоящей из пяти уравнений, а вторая фаза

за – системой уравнений, состоящей из четырех уравнений.

Для первой фазы работы Zeta-преобразователя с индуктивно связанными дросселями можно записать уравнения алгебраических сумм токов для 1 и 3 узлов в виде

$$\begin{aligned} i_{\text{вх}} - i_{L1} - i_{L2} &= 0; & (1) \\ i_{L2} - i_{C2} - i_n &= 0, & (2) \end{aligned}$$

где $i_{\text{вх}}$ – входной ток источника питания E ; i_{L1} и i_{L2} – токи, протекающие через обмотки дросселей $L1$ и $L2$, соответственно; i_{C2} – ток, протекающий через конденсатор $C2$; i_n – ток, протекающий через нагрузку R_n .

Для этой фазы работы преобразователя выбираются три контура $K1$, $K2$ и $K3$ (рис. 4), для которых можно записать в соответствии со вторым правилом Кирхгофа уравнения алгебраических сумм напряжений 1 – 3 контуров в виде

$$U_{\text{вх}} = r_1 i_{L1} + L1 \frac{di_{L1}}{dt} + M \frac{di_{L2}}{dt}; & (3)$$

$$\begin{aligned} 0 &= u_{C1} + r_1 i_{L1} + u_{C2} + r_2 i_{L2} + L1 \frac{di_{L1}}{dt} + \\ &+ L2 \frac{di_{L2}}{dt} + M \frac{di_{L1}}{dt} + M \frac{di_{L2}}{dt}; & (4) \end{aligned}$$

$$0 = R_n i_n - u_{C2}, & (5)$$

где u_{C1} и u_{C2} – падения напряжений на конденсаторах $C1$ и $C2$, соответственно; $L1$ – индуктивность дросселя $L1$, $L2$ – индуктивность дросселя $L2$; r_1 , r_2 – активное сопротивление обмотки дросселей $L1$, $L2$; R_n – сопротивление нагрузочного резистора R_n ; M – взаимная индуктивность связанных дросселей, равная $M = k\sqrt{L1L2}$, где k – коэффициент связи.

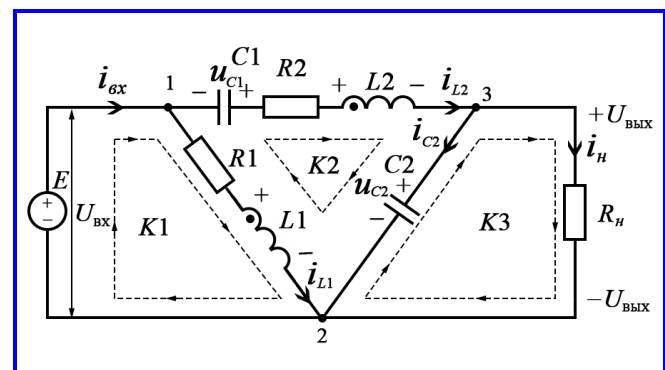


Рис. 4. Контур на схеме DC/DC-преобразователя в режиме накопления энергии

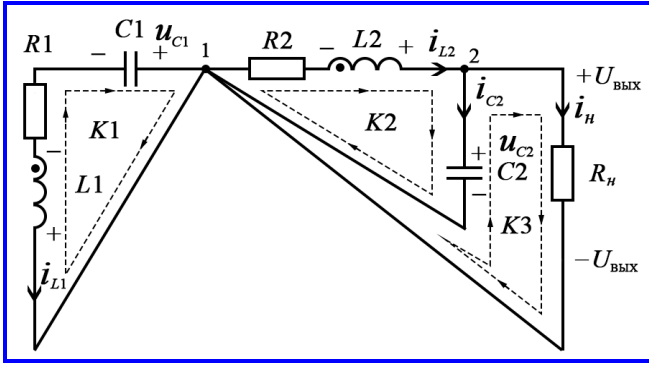


Рис. 5. Контуры схемы DC/DC-преобразователя в режиме передачи энергии

Аналогично для второй фазы работы преобразователя с индуктивно связанными дросселями (рис. 5) можно записать одно уравнение по первому правилу Кирхгофа следующим образом

$$i_{L1} - i_{C1} - i_{н} = 0. \quad (6)$$

Уравнения для напряжений контуров $K1$, $K2$ и $K3$ в соответствии со вторым правилом Кирхгофа можно записать в следующем виде

$$r_1 i_{L1} + u_{C1} + L1 \frac{di_{L1}}{dt} + M \frac{di_{L2}}{dt} = 0; \quad (7)$$

$$r_2 i_{L2} + u_{C2} + L2 \frac{di_{L2}}{dt} + M \frac{di_{L1}}{dt} = 0; \quad (8)$$

$$R_{н} i_{н} - u_{C2} = 0. \quad (9)$$

Уравнения (1) – (5) представляют собой систему дифференциальных уравнений, описывающих первую фазу работы устройства, а уравнения (6) – (9) – систему дифференциальных уравнений, описывающих вторую фазу работы рассматриваемого устройства.

Для получения обобщенной системы дифференциальных уравнений необходимо привести полученные системы, описывающие работу двух фаз, к форме Коши. Для этого целесообразно выразить токи i_{L2} , i_{C2} первой фазы (рис. 2) и токи i_{L1} , i_{C2} второй фазы (рис. 3) через емкость конденсаторов и изменение падения напряжения на конденсаторах.

Токи, протекающие через конденсаторы $C1$ и $C2$, для первой фазы определяются формулами

$$i_{L2} = C1 \frac{du_{C1}}{dt}; \quad (10)$$

$$i_{C2} = C2 \frac{du_{C2}}{dt}, \quad (11)$$

где $C1$ – емкость конденсатора $C1$; $C2$ – емкость конденсатора $C2$.

Токи, протекающие через конденсаторы $C1$ и $C2$, для второй фазы определяются формулами

$$i_{L1} = C1 \frac{du_{C1}}{dt}; \quad (12)$$

$$i_{C2} = C2 \frac{du_{C2}}{dt}. \quad (13)$$

Выражая из (2) ток нагрузки и подставляя его в (5), получают формулу для определения i_{C2}

$$i_{C2} = i_{L2} - \frac{1}{R_{н}} u_{C2}. \quad (14)$$

Выразив i_{C2} из (13) и подставив его в (14), получают первое уравнение системы дифференциальных уравнений в форме Коши

$$\frac{du_{C2}}{dt} = \frac{1}{C2} i_{L2} - \frac{1}{R_{н} C2} u_{C2}. \quad (15)$$

Теперь, используя формулу (10), получают второе уравнение системы дифференциальных уравнений в форме Коши

$$\frac{du_{C1}}{dt} = \frac{1}{C1} i_{L2}. \quad (16)$$

Выражая $\frac{di_{L1}}{dt}$ и $\frac{di_{L2}}{dt}$ из (3) и (4), можно получить третье и четвертое уравнения в форме Коши

$$\begin{aligned} \frac{di_{L1}}{dt} &= \frac{L2 r_1}{M^2 - L1L2} i_{L1} + \frac{-Mr_2}{M^2 - L1L2} i_{L2} + \\ &+ \frac{-M}{M^2 - L1L2} u_{C1} + \frac{-M}{M^2 - L1L2} u_{C2} - \frac{M + L2}{M^2 - L1L2} U_{вх}; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{L2}}{dt} &= \frac{-Mr_1}{M^2 - L1L2} i_{L1} + \frac{L1 r_2}{M^2 - L1L2} i_{L2} + \\ &+ \frac{L1}{M^2 - L1L2} u_{C1} + \frac{L1}{M^2 - L1L2} u_{C2} + \frac{M + L1}{M^2 - L1L2} U_{вх}. \end{aligned} \quad (18)$$

Уравнения (1) и (15) – (18) образуют систему дифференциальных уравнений в форме Коши, описывающих первую фазу работы преобразователя, построенного по Zeta-топологии с индуктивно связанными дросселями.

Выразив из (7) ток нагрузки i_n и подставив его в (9), раскрывая скобки и выражая i_{C2} и используя (13), получают изменение напряжения u_{C2}

$$\frac{du_{C2}}{dt} = \frac{1}{C2} i_{L2} - \frac{1}{R_n C2} u_{C2}. \quad (19)$$

Чтобы записать второе уравнение в форме Коши из (12), надо выразить изменение напряжения u_{C2} через ток i_{L1} и емкость конденсатора $C1$

$$\frac{du_{C1}}{dt} = \frac{1}{C1} i_{L1}. \quad (20)$$

Из (7) и (8) можно получить

$$\begin{aligned} \frac{di_{L1}}{dt} = & \frac{L2r_1}{M^2 - L1L2} i_{L1} + \frac{-Mr_2}{M^2 - L1L2} i_{L2} + \\ & + \frac{L2}{M^2 - L1L2} u_{C1} + \frac{-M}{M^2 - L1L2} U_{C2}. \end{aligned} \quad (21)$$

Уравнения (19) – (22) образуют систему дифференциальных уравнений в форме Коши, описывающих вторую фазу работы DC/DC-преобразователя, построенного по Zeta-топологии с индуктивно связанными дросселями.

Таким образом, для создания предельной непрерывной математической модели DC/DC-преобразователя, построенного по Zeta-топологии с индуктивно связанными дросселями, получены две системы дифференциальных уравнений (1), (15) – (18) и (19) – (22).

Литература

1. Коняшкин Г. В. Оценка помехозащищенности цифровых видов модуляции / Г. В. Коняшкин, Ю. А. Полевода // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. – 2023. – Т. 193. – № 2. – С. 28–33.
2. Патент № 2531695 С2 Российская Федерация, МПК А61N 1/362. Электрокардиостимулятор: № 2012156979/14; заявл. 24.12.2012; опубл. 27.10.2014 / Д. П. Казанцев, В. Ф. Щербак, Д. А. Закамалдин [и др.]; заявитель Закрытое акционерное общество «Вектор-Медицинские Системы».
3. Васюков И. В. Обзор и анализ топологий преобразователей систем электропитания на водородных топливных элементах для беспилотных летательных аппаратов киловаттного класса мощности / И. В. Васюков, А. В. Павленко, Д. В. Батищев // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 2022. – Т. 65. – № 2. – С. 19–26. – DOI 10.17213/0136-3360-2022-2-19-26.
4. Бабенко В. П. Высокоэффективный повышающе-понижающий DC/DC преобразователь ZETA/Cuk с

симметрично-разнополярным выходным напряжением (Часть 1) / В. П. Бабенко, В. К. Битюков // Проектирование и технология электронных средств. – 2021. – № 2. – С. 27–33.

5. Бабенко В. П. Высокоэффективный повышающе-понижающий DC/DC преобразователь ZETA/Cuk с симметрично-разнополярным выходным напряжением (Часть 2) / В. П. Бабенко, В. К. Битюков // Проектирование и технология электронных средств. – 2021. – № 3. – С. 23–30.

6. Бабенко В. П. Бездроссельный повышающий DC/DC-преобразователь / В. П. Бабенко, В. К. Битюков, А. И. Лавренев // Радиотехника и электроника. – 2023. – Т. 68. – № 3. – С. 305–312. – DOI 10.31857/S0033849423030026.

7. Коршунов А. И. Методика построения непрерывных моделей импульсных преобразователей напряжения постоянного тока / А. И. Коршунов // Компоненты и технологии. – 2006. – № 8 (61). – С. 124–130.

8. Коршунов А. И. Импульсный преобразователь напряжения постоянного тока по схеме Чука / А. И. Коршунов // Силовая электроника. – 2017. – Т. 4. – № 67. – С. 60–66.

9. Битюков В. К. Математическая модель DC/DC преобразователя, построенного по Zeta топологии (Часть 1) / В. К. Битюков, А. И. Лавренев, Д. А. Малицкий // Проектирование и технология электронных средств. – 2022. – № 4. – С. 53–57.

10. Битюков, В. К. Математическая модель DC/DC преобразователя, построенного по Zeta топологии (Часть 2) / В. К. Битюков, А. И. Лавренев, Д. А. Малицкий // Проектирование и технология электронных средств. – 2023. – № 1. – С. 48–53.

11. Одигов, А. О. Выбор топологии преобразователя постоянного напряжения. SEPIC или Zeta / А. О. Одигов, Ю. А. Кремзуков // Практическая силовая электроника. – 2022. – № 4(88). – С. 44–47.

12. Битюков, В. К. Схемотехника электропреобразовательных устройств: Учебник / В. К. Битюков, Д. С. Симачков, В. П. Бабенко. – Вологда: Инфра-Инженерия, 2023. – 384 с.

13. Nihina, A. M. Comparative study of zeta converter and a novel zeta converter with coupled inductor / A. M. Nihina, D. Haridas // International Journal of Emerging Trends in Engineering Research. – 2015. – Vol. 3, No. 7. – P. 50–54.

14. Subasree S. Zeta Converter With Coupled Inductor For AC Applications / S. Subasree, A. Balamani // International Journal of Technology And Engineering System. – 2014. – Vol. 6, No. 2. – P. 151–156.

15. Битюков, В. К. Анализ пульсаций DC/DC-преобразователя, построенного по Zeta-топологии, с использованием его предельной непрерывной математической модели / В. К. Битюков, А. И. Лавренев, Д. А. Малицкий // Russian Technological Journal. – 2023. – Т. 11. – № 4. – С. 36–48. – DOI 10.32362/2500-316X-2023-11-4-36-48.

16. Коршунов, А. И. Предельная непрерывная модель системы с высокочастотным периодическим изменением структуры / А. И. Коршунов // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2009. – Т. 52. – № 9. – С. 42–48.

Поступила в редакцию 21.06.2023

Владимир Ксенофонтович Битюков, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры радиоволновых процессов и технологий, т. 8 (916) 494-86-35, e-mail: bitukov@mirea.ru.
Алексей Игоревич Лавренов, ассистент кафедры радиоволновых процессов и технологий, т. 8 (963) 615-13-45, e-mail: lavrenov@mirea.ru.
Даниил Русланович Петров, студент кафедры радиоволновых процессов и технологий, т. 8 (927) 841-80-99, e-mail: daniil.petrov.mirea@gmail.com.
(Институт радиоэлектроники и информатики ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет»).

MATHEMATICAL MODEL OF ZETA-CONVERTER WITH INDUCTIVELY COUPLED CHOKES (PART 1)

V. K. Bityukov, A. I. Lavrenov, D. R. Petrov

The characteristic tendency of development of power supply of knowledge-intensive systems and devices, connected with transition from mains power supply to battery power supply, is noted. Physical processes occurring in unipolar step-down step-up DC/DC converter built according to Zeta topology are considered. In order to reduce the mass-dimensional parameters and improve the output voltage stabilization, the converters use coupled chokes. In Zeta converter operation, two phases are traditionally distinguished and equivalent circuits are obtained for each phase. On each equivalent circuit three circuits are allocated, which are necessary for recording the systems of equations according to Kirchhoff's rules. In accordance with Kirchhoff's rules, systems of differential equations in Cauchy form describing each phase are drawn up. Two systems of differential equations are derived to create the limit continuous mathematical model of DC/DC converter based on Zeta topology. By combining both differential equation systems the mathematical model of Zeta converter with inductively coupled inductors is obtained.

Keywords: battery power supply, step-down step-up converter, equivalent circuit, Zeta topology, Kirchhoff's rules, mathematical model, inductively coupled chokes.

References

1. Konyashkin G. V. Evaluation of noise immunity of digital types of modulation / G. V. Konyashkin, Yu. A. Polevoda // Matters of Electromechanics. VNIEM Proceedings. – 2023. – Vol. 193. – No. 2. – P. 28–33.
2. Patent of the Russian Federation No. 2531695 C2, IPC A61N 1/362. Electric cardiac pacemaker: No. 2012156979/14: appl. dated 24.12.2012: published on 27.10.2014 / D. P. Kazantsev, V. F. Shcherbak, D. A. Zakamaldin [et al.]; applicant: Vector-MS (LLC).
3. Vasyukov I. V. Review and analysis of topologies of converters for power supply systems operating on hydrogen fuel cells for unmanned aerial vehicles of the kilowatt power class / I. V. Vasyukov, A. V. Pavlenko, D. V. Batishchev // Scientific and Technical Journal 'Russian Electromechanics'. – 2022. – Vol. 65. – No. 2. – P. 19–26. – DOI 10.17213/0136-3360-2022-2-19-26.
4. Babenko V. P. Highly efficient up/down DC-DC ZETA/Cuk converter with symmetrical heteropolar output voltage (Part 1) / V. P. Babenko, V. K. Bityukov // Russian scientific-technical journal 'Design and technology of electronic means'. – 2021. – No. 2. – P. 27–33.
5. Babenko V. P. Highly efficient up/down DC-DC ZETA/Cuk converter with symmetrical heteropolar output voltage (Part 2) / V. P. Babenko, V. K. Bityukov // Russian scientific-technical journal 'Design and technology of electronic means'. – 2021. – No. 3. – P. 23–30.
6. Babenko V. P. Chokeless step-up DC-DC converter / V. P. Babenko, V. K. Bityukov, A. I. Lavrenov // Journal of Communications Technology and Electronics. – 2023. – Vol. 68. – No. 3. – P. 305–312. – DOI 10.31857/S0033849423030026.
7. Korshunov A. I. Methodology for constructing continuous models of pulse DC voltage converters / A. I. Korshunov // Components & technologies. – 2006. – No. 8 (61). – P. 124–130.
8. Korshunov A. I. Pulse DC voltage converter based on the Cuk circuit / A.I. Korshunov // Power electronics. – 2017. – Vol. 4. – No. 67. – P. 60–66.
9. Bityukov V. K. Mathematical model of a DC-DC converter based on Zeta topology (Part 1) / V. K. Bityukov, A. I. Lavrenov, D. A. Malitsky // Russian scientific-technical journal 'Design and technology of electronic means'. – 2022. – No. 4. – P. 53–57.
10. Bityukov V. K. Mathematical model of a DC-DC converter based on Zeta topology (Part 2) / V. K. Bityukov, A. I. Lavrenov, D. A. Malitsky // Russian scientific-technical journal 'Design and technology of electronic means'. – 2023. – No. 1. – P. 48–53.
11. Odikov A. O. Selection of DC converter topology. SEPIC or Zeta / A. O. Odikov, Yu. A. Kremzakov // Practical power electronics. – 2022. – No. 4(88). – P. 44–47.

12. Bityukov V. K. Circuitry of electrical converting devices: Textbook / V. K. Bityukov, D. S. Simachkov, V. P. Babenko. – Volgda: ‘Infra-Engineering’ Publishing House, 2023. – 384 p.
13. Nihina A. M. Comparative study of zeta converter and a novel zeta converter with coupled inductor / A. M. Nihina, D. Haridas // International Journal of Emerging Trends in Engineering Research. – 2015. – Vol. 3, No. 7. – P. 50–54.
14. Subasree S. Zeta Converter With Coupled Inductor For AC Applications / S. Subasree, A. Balamani // International Journal of Technology And Engineering System. – 2014. – Vol. 6, No. 2. – P. 151–156.
15. Bityukov V. K. Analysis of ripple of a DC-DC converter based on Zeta topology using its limiting continuous mathematical model / V. K. Bityukov, A. I. Lavrenov, D. A. Malitsky // Russian Technological Journal. – 2023. – Vol. 11. – No. 4. – P. 36–48. – DOI 10.32362/2500-316X-2023-11-4-36-48.
16. Korshunov A. I. Limiting continuous model of a system with high-frequency periodic changes of structure / A. I. Korshunov // Journal of Instrument Engineering. – 2009. – Vol. 52. – No. 9. – P. 42–48.

*Vladimir Ksenofontovich Bityukov, Doctor of Technical Sciences (D. Sc.), Professor,
Professor of Radio Wave Processes and Technologies Department,
tel.: +7 (916) 494-86-35, e-mail: bitukov@mirea.ru.*

*Aleksey Igorevich Lavrenov, Assistant Professor of Radio Wave Processes and Technologies Department,
tel.: +7 (963) 615-13-45, e-mail: lavrenov@mirea.ru.*

*Daniil Ruslanovich Petrov, Student of Radio Wave Processes and Technologies Department
tel.: +7 (927) 841-80-99, e-mail: daniil.petrov.mirea@gmail.com.
(Institute of Radio Electronics and Informatics (IREI) of ‘MIREA – Russian Technological University’).*