

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СТАНЦИИ ВЫСОКОГО РАЗРЕШЕНИЯ С УЧЕТОМ ШУМОВ АППАРАТУРЫ И ВОЗДЕЙСТВИЯ ПОМЕХ

А. Н. Тонких

*Обоснована необходимость построения математической модели тракта формирования и обработки радиолокационного сигнала с учетом собственных шумов аппаратуры, а также с учетом функционирования в условиях непреднамеренных и преднамеренных помех, в интересах оценки информационных возможностей существующих и проектируемых радиолокационных станций. Рассмотрена достаточная статистика классификатора искусственных объектов по их радиолокационным изображениям. В рамках фильтрового подхода к описанию функционирования радиолокационной станции построена математическая модель тракта формирования и обработки радиолокационного сигнала с учетом шумов аппаратуры и помех. Получены оценки влияния шумов и помех на качество идентификации распределенных искусственных объектов по радиолокационным изображениям.*

**Ключевые слова:** радиолокационная станция с синтезированной апертурой антенны, математическое моделирование, шум аппаратуры, помеха.

В настоящее время одним из активно развивающихся средств дистанционного зондирования являются радиолокационные станции с синтезированной апертурой антенны (РСА), обладающие рядом преимуществ по отношению к оптическим системам наблюдения, а именно всепогодностью и независимостью от времени суток. Наличие большого количества одновременно излучающих радиотехнических систем обуславливает функционирование радиолокационных станций (РЛС) в сложной электромагнитной обстановке. Таким образом, все это приводит к применению РЛС в условиях непреднамеренных и преднамеренных (станции радиоэлектронного противодействия) помех. Кроме того, РЛС как радиотехнической системе присущи собственные шумы аппаратуры.

Стоит отметить, что при разработке РЛС высокого разрешения и определении потенциальных характеристик ориентируются на такое понятие, как эффективная площадь рассеяния, которая является интегральной характеристикой отражающей способности объекта. Однако такой подход применительно к станциям высокого разрешения нельзя считать корректным для распределенных объектов, то есть объектов, размеры которых много больше элемента разрешения. В связи с этим становится актуальной задача по построению модели тракта формирования и обработки радиолокационных сигналов в РСА с учетом собственных шумов аппаратуры, а также функционирующих в условиях непреднамеренных и преднамеренных помех в интересах оценки потенциальных характеристик РЛС.

Рассмотрим построение математической модели тракта формирования и обработки радиолокационного сигнала в условиях непреднамеренных и преднамеренных помех, а также собственных шумов ап-

паратуры РСА. В интересах оценки влияния данных факторов на идентификацию объектов воспользуемся количественной мерой, которую можно получить исходя из решения задачи построения оптимального классификатора распределенных целей.

На современном этапе развития вычислительной техники становится возможным построение алгоритмов автоматического и (или) автоматизированного обнаружения и распознавания (классификации) целей. Задача построения оптимального классификатора распределенных целей по их радиолокационным изображениям (РЛИ) была рассмотрена в работе [1] при решении задачи структурного синтеза РСА. Оптимизация процесса классификации объектов по их РЛИ преследует цель в условиях воздействия помех и шумов уменьшить вероятность перепутывания и пропуска объектов. Для этого осуществляется минимизация среднего риска принятия решения. В результате получают оптимальные решающие правила, предусматривающие сравнение взвешенных сумм апостериорных вероятностей, усредненных по несущественным параметрам сигнала. Анализ структуры апостериорной вероятности в работе [1] показывает, что независимо от модели отражения объекта обработка радиолокационного сигнала может быть представлена двумя последовательными этапами. Первый состоит в формировании РЛИ объектов и местности. Второй этап заключается в корреляции полученного изображения с эталонными изображениями, хранимыми в «банке» эталонных изображений или формируемыми системой моделирования радиолокационных портретов (РЛП) объектов [2]. Второй этап обработки осуществляется, как правило, в цифровой форме и оперирует уже

с дискретным РЛИ, поэтому вычисляется корреляционная сумма вида [3]:

$$K_{1,2}(N_x, N_R) = \frac{\sum_{i=1}^{N_{0x}} \sum_{j=1}^{N_{0R}} J_{эт}(i - N_x, j - N_R) J(i, j)}{\left( \sum_{i=1}^{N_{0x}} \sum_{j=1}^{N_{0R}} [J_{эт}(i, j)]^2 \right)^{1/2} \left( \sum_{i=1}^{N_{0x}} \sum_{j=1}^{N_{0R}} [J(i, j)]^2 \right)^{1/2}}, \quad (1)$$

где  $N_{0x}, N_{0R}$  – количество отсчетов РЛИ по соответствующим координатам;  $J_{эт}(i, j)$  – эталонное РЛИ;  $J_{эт}(i, j) \equiv 0$  при  $(i, j) \notin [1, N_{0x}] \times [1, N_{0R}]$ . Согласно неравенству Коши – Буняковского сумма (1)  $K_{1,2}(i, j) \leq 1$ , причем равенство достигается при совпадении РЛИ.

Использование выражения (1) в качестве достаточной статистики классификатора объектов имеет особенность: взаимная корреляционная функция (ВКФ) недостаточно полно учитывает информационные особенности формы и текстуры объекта. РЛИ является положительно определенной функцией и, следовательно, имеет отличное от нулевого математическое ожидание. Перепишем выражение с учетом ненулевого математического ожидания реального и эталонного РЛИ:

$$K_{1,2}(N_x, N_R) = \frac{\sum_{i=1}^{N_{0x}} \sum_{j=1}^{N_{0R}} [J_{эт}(i - N_x, j - N_R) - \bar{J}_{эт}][J(i, j) - \bar{J}]}{\left( \sum_{i=1}^{N_{0x}} \sum_{j=1}^{N_{0R}} [J_{эт}(i, j) - \bar{J}_{эт}]^2 \right)^{1/2} \left( \sum_{i=1}^{N_{0x}} \sum_{j=1}^{N_{0R}} [J(i, j) - \bar{J}]^2 \right)^{1/2}}, \quad (2)$$

где  $\bar{J}_{эт}, \bar{J}$  – средние значения эталонного и рассматриваемого РЛИ соответственно, определяемые формулой:

$$\bar{J} = \frac{1}{N_{0x} N_{0R}} \sum_{i=1}^{N_{0x}} \sum_{j=1}^{N_{0R}} J(i, j). \quad (3)$$

В данной работе для количественной оценки влияния шумов и помех воспользуемся выражениями (2) – (3), которые в большей степени учитывают информационные (специфические) особенности РЛИ искусственных объектов.

Рассмотрим математическую модель тракта формирования радиолокационного сигнала с учетом помех и шумов. На основе фильтрового подхода [4, 5] к описанию функционирования РСА модель может быть представлена совокупностью детерминированных и стохастических операторов пространственно-временного преобразования функции радиолокационного рельефа (ФРР). Данная модель представлена на схеме рис. 1, на которой  $L_{РР}$  – оператор радиолокационного рассеяния, отображаю-

щий пространство параметров объекта в пространство параметров отраженного поля (ФРР);  $L_3$  – оператор зондирования, преобразующий рассеянное поле в сигнал в приемном тракте РСА;  $L_{ПВС}$  – оператор пространственно-временного сканирования (развертки двумерного изображения в одномерный траекторный сигнал);  $L_{И}$  – оператор, учитывающий искажения траекторного сигнала;  $L_{ОБР}$  – оператор обработки траекторного сигнала;  $L_{ПВС}^{-1}$  – оператор пространственно-временного сканирования (свертки одномерного изображения в двумерное).

Основной особенностью фильтрового подхода является то, что РСА (или обычная РЛС с высоким разрешением, или когерентная оптическая система) представляется в виде некоторого оператора (в общем случае нелинейного), который отображает множество ФРР на множество РЛП.

Рассмотрим более подробно оператор  $L_{И}$  (см. рис. 1), учитывающий искажения траекторного сигнала. Стоит отметить, что радиолокационный сигнал  $\hat{s}(\chi, \rho)$  в РСА по отношению к другим пространственно-временным сигналам обладает наличием функциональной связи между переменными времени ( $t$ ) и пространства, то есть путевой ( $x$ ) и наклонной дальностям ( $r$ ) соответственно, определяемой принципом синтеза апертуры антенны. Благодаря этому радиолокационный сигнал можно представить либо во времени  $\hat{s}(t)$ , либо в пространственных координатах  $\hat{s}(\chi, \rho)$ , исключив из математической модели (см. рис. 1) РСА операторы  $L_{ПВС}, L_{ПВС}^{-1}$  и учтя соответствующим образом искажения сигнала (нарушение однозначного соответствия этих преобразований), обусловленное их дискретизацией в процессе пространственно-временного сканирования, либо в пространстве и времени  $\tilde{s}(t, \chi, \rho)$ . Последняя запись является избыточной, однако она позволяет более точно отображать зависимость от времени и координат. При синтезе и анализе системы формирования и обработки РЛИ пространственная математическая модель РСА является наиболее предпочтительной, так как и отражающие свойства наблюдаемой поверхности, и их отображение в РЛИ описываются двумерными функциями пространственных координат.

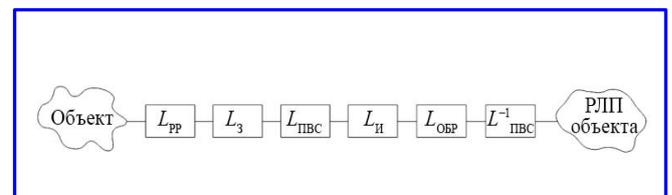


Рис. 1. Структурная схема фильтрового подхода

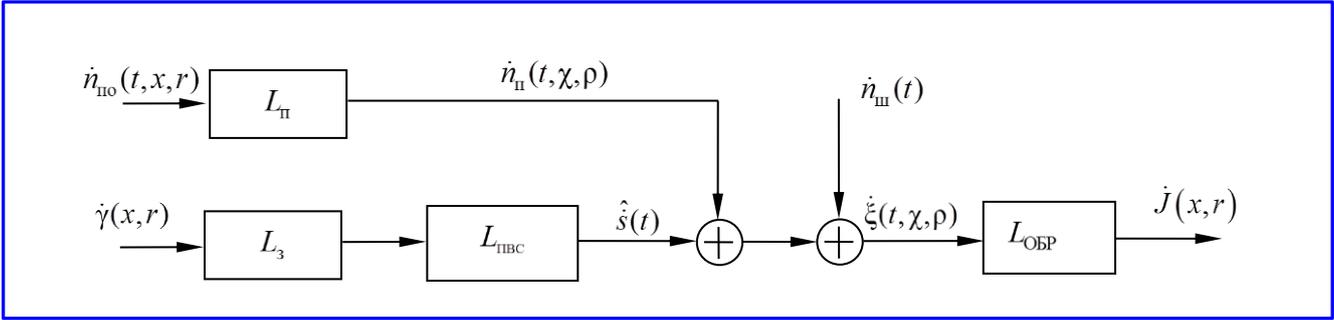


Рис. 2. Структурная схема формирования радиолокационного изображения

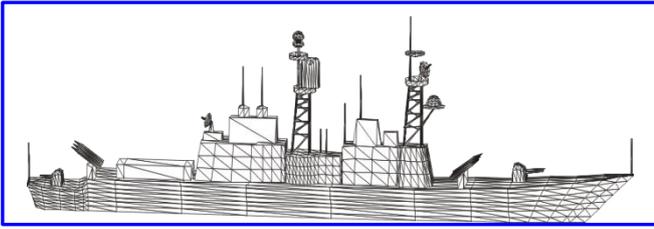


Рис. 3. Трёхмерная модель объекта типа эсминец

С учётом шумов аппаратуры и внешних помех радиолокационный сигнал на входе системы обработки (рис. 2) может быть представлен суммой

$$\dot{\xi}(t, \chi, \rho) = \hat{s}(t) + \dot{n}_{\text{п}}(t, \chi, \rho) + \dot{n}_{\text{ш}}(t), \quad (4)$$

где  $\dot{n}_{\text{п}}(t, \chi, \rho) = n_{\text{пс}}(t, \chi, \rho) + jn_{\text{пс}}(t, \chi, \rho)$ ,  $\dot{n}_{\text{ш}}(t) = n_{\text{шс}}(t) + jn_{\text{шс}}(t)$ ,  $n_{\text{пс}}$ ,  $n_{\text{пс}}$ ,  $n_{\text{шс}}$ ,  $n_{\text{шс}}$  – составляющие помехов и шума на входе квадратурных каналов обработки. При симметрии каналов, согласно [6], можно записать:

$$M \{ \dot{n}_{\text{п}}(t_1, \chi, \rho) \dot{n}_{\text{п}}^*(t_2, \chi, \rho) \} = 2M \{ n_{\text{пс}}(t_1, \chi, \rho) n_{\text{пс}}(t_2, \chi, \rho) \} = 2M \{ n_{\text{пс}}(t_1, \chi, \rho) n_{\text{пс}}(t_2, \chi, \rho) \};$$

$$M \{ \dot{n}_{\text{ш}}(t_1) \dot{n}_{\text{ш}}^*(t_2) \} = 2M \{ n_{\text{шс}}(t_1) n_{\text{шс}}(t_2) \} = 2M \{ n_{\text{шс}}(t_1) n_{\text{шс}}(t_2) \}.$$

Входящие в выражение (4) помехи, создаваемые средствами радиоэлектронного противодействия и действующие на входе РСА (см. рис. 2), можно учесть пространственно-временным случайным процессом  $\dot{n}_{\text{по}}(t, x, r)$  вида:

$$\dot{n}_{\text{по}}(t, x, r) = \sum_{i=1}^{K_{\text{п}}} \dot{u}_{\text{п}i}(t) \delta(x - x_{\text{п}i}, r - r_{\text{п}i}); \quad (x, r), (x_{\text{п}i}, r_{\text{п}i}) \in \Omega, \quad (5)$$

где  $\dot{u}_{\text{п}i}(t)$  – комплексная амплитуда помехи, создаваемой станцией помех с координатами  $(x_{\text{п}i}, r_{\text{п}i})$ ;

$K_{\text{п}}$  – число станций помех, действующих в области  $\Omega$ ;  $\delta(x - x_{\text{п}i}, r - r_{\text{п}i})$  – двумерная  $\delta$ -функция.

Преобразование сигналов помех  $\dot{n}_{\text{по}}(t, x, r)$  в звене «свободное пространство – антенна – приёмник РСА», описываемое в математической модели (см. рис. 2) пространственно-временным оператором  $L_{\text{П}}$ , может быть представлено следующим выражением:

$$\begin{aligned} \dot{n}_{\text{п}}(t, \chi, \rho) &= L_{\text{п}} \{ \dot{n}_{\text{по}}(t, x, r) \} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{n}_{\text{по}}(\tau, x, r) g(\chi - x, \rho - r) \times \\ &\times \dot{H}_{\text{п}}(t - \tau) dx dr d\tau = \sum_{i=1}^{K_{\text{п}}} g(\chi - x_{\text{п}i}, \rho - r_{\text{п}i}) \int_{-\infty}^{\infty} \dot{u}_{\text{п}i}(\tau) \dot{H}_{\text{п}}(t - \tau) d\tau = \\ &= \sum_{i=1}^{K_{\text{п}}} \dot{s}_{\text{п}i}(t) g(\chi - x_{\text{п}i}, \rho - r_{\text{п}i}), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\dot{s}_{\text{п}i}(t) = \dot{u}_{\text{п}i}(t) \dot{H}_{\text{п}}(t)$  – операция свертки;  $\dot{H}_{\text{п}}(t)$  – импульсная характеристика приёмника РЛС (по комплексной огибающей сигнала);  $g(\chi - x_{\text{п}i}, \rho - r_{\text{п}i})$  – весовой множитель, определяющий ослабление сигнала помехи, обусловленное диаграммой направленности антенны РСА, станции помех и дальностью до них.

Использование математической модели (см. рис. 2) и выражений (4) – (6) позволяет моделировать РЛИ объектов в условиях шумов аппаратуры и воздействия помех.

На рис. 3 приведена 3D-модель объекта типа эсминец. На рис. 4, а и б, представлены радиоголограмма траекторного сигнала и РЛИ объекта при наблюдении с параметрами: азимутальный угол объекта  $20^\circ$  и угол места  $30^\circ$ , шумы и помехи отсутствуют, характеристики РСА обеспечивают разрешающую способность по наклонной и путевой дальностям 1 м соответственно.

На рис. 5 отображена радиоголограмма при наличии постановщика помех, излучающего шумовую заградительную помеху, а на рис. 6 изображена радиоголограмма траекторного сигнала при отношении сигнал/шум, равном  $-40$  дБ.

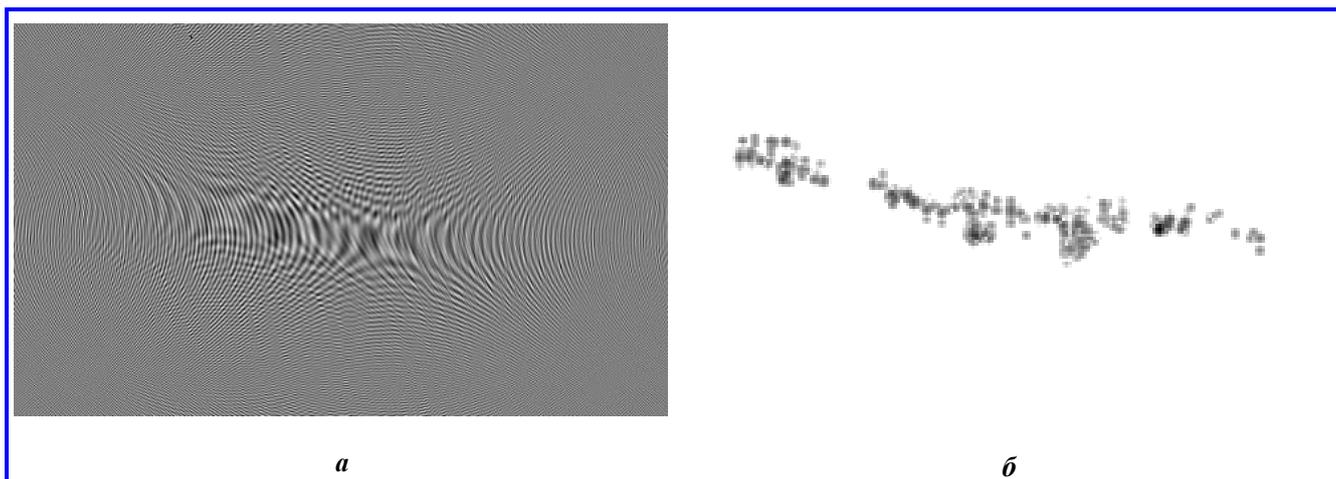


Рис. 4. Радиоголограмма траекторного сигнала (а) и радиолокационное изображение (б) объекта типа эсминец

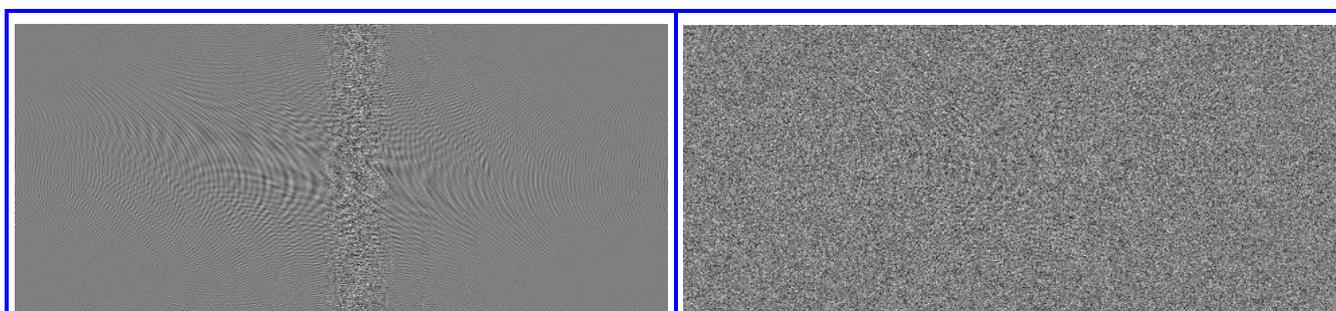


Рис. 5. Радиоголограмма при наличии точечной шумовой заградительной помехи

Рис. 6. Радиоголограмма при отношении сигнал/шум  $q = -40$  дБ

На рис. 7 представлены РЛИ и корреляционные функции (2) этих РЛИ при разных значениях отношения сигнал/шум, так: на рис. 7, а и г, изображено РЛИ и ВКФ при отношении сигнал/шум  $q = 100$  дБ; б, д – соответственно, при  $q = 20$  дБ; в, е – при  $q = 10$  дБ; ж, к – при  $q = -10$  дБ; з, л – при  $q = -20$  дБ; и, м – при  $q = -40$  дБ. При вычислении ВКФ (2) в качестве эталонного РЛИ объекта использовалось РЛП с отношением сигнал/шум 100 дБ (рис. 7, а). При моделировании задавалось отношение сигнал/шум, представляющее собой отношение значения средней удельной ФРП  $\dot{\gamma}(x, r)$  к дисперсии шума  $\dot{n}_{ш}(t)$ . Исходя из этого, после расчета ФРП [2] определялись параметры шума в интересах получения его модельной реализации.

На рис. 8 изображена зависимость максимума ВКФ от отношения сигнал/шум. Анализ рис. 8 позволяет заключить, что при использовании в качестве достаточной статистики классификатора объектов выражения (2) собственные шумы аппаратуры оказывают достаточно большое влияние на возможности идентификации искусственных объектов. Как известно [7], отношение сигнал/шум во многом определяется энергетическими характеристиками

РЛС и дальностью до наблюдаемого объекта. В связи с чем при проектировании РЛС необходимо, в зависимости от решаемых задач и требуемой дальности действия, повышать энергетический потенциал и снижать уровень собственных шумов.

На рис. 9 изображены РЛИ объекта типа эсминец и функция достаточной статистики (2) при наличии шумовой заградительной помехи: а и г – при отношении сигнал/помеха  $q = 40$  дБ; б и д – при  $q = -20$  дБ; в и е – при  $q = -40$  дБ. Отношение сигнал/помеха при моделировании задавалось как отношение значения средней удельной ФРП  $\dot{\gamma}(x, r)$  к дисперсии помехового сигнала  $\dot{n}_{ш}(t, x, r)$ . После моделирования ФРП определялись параметры помехового сигнала.

Анализ выражений (4) – (6) и полученных результатов (рис. 9) позволяет определить, что наличие непреднамеренных и преднамеренных помех на РЛИ проявляется в виде коррелированного по наклонной дальности шума, что согласуется с выражением (6). Данная коррелированность определяется взаимно-корреляционными свойствами комплексных огибающих помех и приемника РЛС.

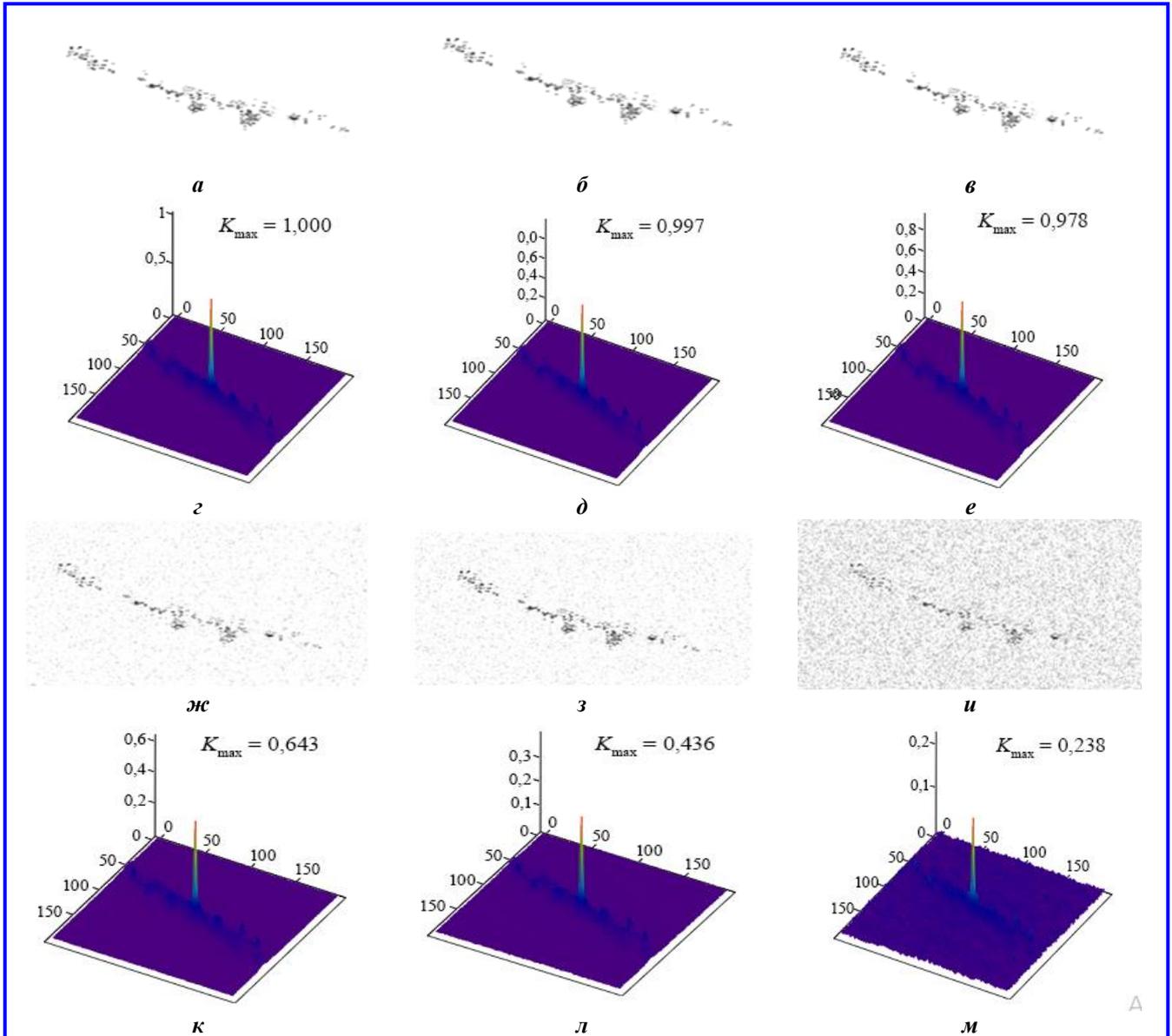


Рис. 7. Радиолокационные изображения и взаимная корреляционная функция при значениях отношения сигнал/шум  $q$ : а, г – 100 дБ; б, д – 20 дБ; в, е – 10 дБ; ж, к – (–10) дБ; з, л – (–20) дБ; и, м – (–40) дБ

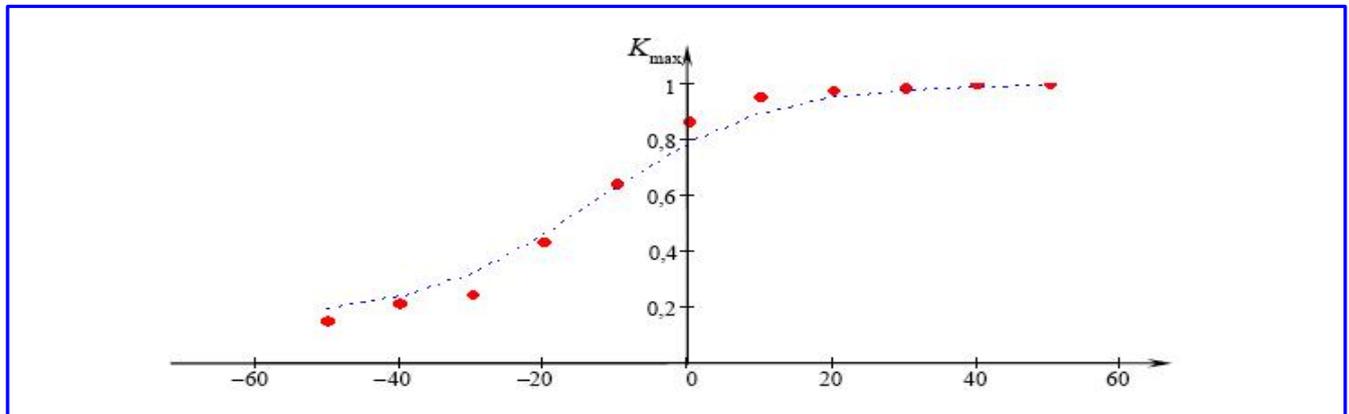
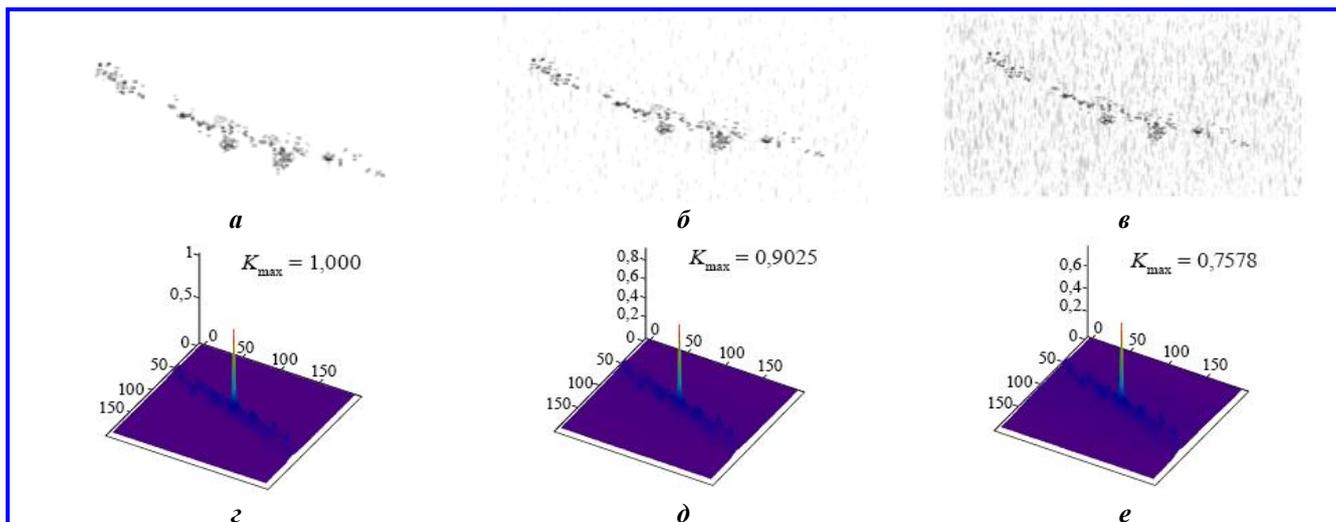


Рис. 8. Зависимость значения достаточной статистики взаимной корреляционной функции от отношения сигнал/шум



**Рис. 9. Радиолокационные изображения и взаимная корреляционная функция при значениях отношения сигнал/помеха  $q$ : а, з – 40 дБ; б, д – (–20) дБ; в, е – (–40) дБ**

Приведенные на рис. 9 ВКФ для различных отношений сигнал/помеха не позволяют сделать «глобальную» оценку влияния помех на идентификацию объектов, так как отношение сигнал/помеха на выходе системы обработки РСА определяется диаграммами направленности антенн РЛС и станции помех, а также взаимным пространственным положением объекта интереса, станции помех и траектории радиолокационного зондирования. Однако такой подход позволяет получить оценку для конкретной ситуационной обстановки.

Таким образом, программный комплекс моделирования РЛИ [2] в совокупности с моделями, рассмотренными в данной работе, позволяет осуществлять моделирование РЛИ по оценке информационных возможностей РСА в условиях помех. Кроме того, возможно и обратное решение задачи по определению эффективности подавления РСА и прикрытию объектов интереса средствами радиоэлектронного противодействия на основе вариационного моделирования ситуационной обстановки.

Использование предлагаемой математической модели при планировании маршрута съемки позволяет оценивать возможности идентификации объектов интереса на различных дальностях с учетом энергетических характеристик РЛС, шумов аппаратуры и воздействия помех.

### Литература

1. Радиолокационные станции обзора Земли / Г. С. Кондратенков, В. А. Потехин, А. П. Реутов [и др.]; под ред. Г. С. Кондратенкова. – Москва : Радио и связь, 1983. – 270 с.

2. Тонких, А. Н. Программный комплекс моделирования радиолокационных данных / А. Н. Тонких, В. А. Кузнецова // Сборник научных статей VII Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы и перспективы развития радиотехнических и инфокоммуникационных систем» («Радиоинфоком-2023»). – Москва : МИРЭА – Российский технологический университет, 2023. – С. 43–46.

3. Школьный, Л. А. Анализ алгоритмов автоматической совместной обработки двух изображений по выявлению изменений в обстановке / Л. А. Школьный, В. Н. Шрамко // НММ по импульсной технике и дискретной обработке сигналов : Сборник статей. – Москва : ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1984. – С. 77–83.

4. Школьный, Л. А. Два способа описания оператора зондирования при синтезе системы обработки сигналов РСА по координате путевая дальность / Л. А. Школьный // НММ по импульсной технике и дискретной обработке сигналов : Сборник статей. – Москва : ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1981. – С. 112–119.

5. Школьный, Л. А. Уточнение математического описания оператора зондирования РСА с учетом флуктуаций траектории самолета / Л. А. Школьный // НММ по импульсной технике и дискретной обработке сигналов : Сборник статей. – Москва : ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1982. – С. 87–96.

6. Тихонов, В. И. Нелинейные преобразования случайных процессов / В. И. Тихонов. – Москва : Радио и связь, 1986. – 295 с.

7. Помехозащита радиоэлектронных систем управления летательными аппаратами и оружием : монография / В. Н. Лепин, В. Н. Антипов, А. Ю. Викентьев [и др.] ; под редакцией В. Н. Лепина ; Акционерное общество «Научно-производственное объединение «Сплав». – Москва : Радиотехника, 2017. – 411 с.

Поступила в редакцию 05.08.2024

*Александр Николаевич Тонких, кандидат технических наук, доцент, старший научный сотрудник, т. +7 (926) 345-10-93, e-mail: alex\_tonkih@mail.ru. (ООО «Научно-производственное объединение НаукаСофт»).*

## MATHEMATICAL MODEL FOR A HIGH-RESOLUTION RADAR STATION TAKING INTO ACCOUNT EQUIPMENT NOISE AND INTERFERENCE EFFECTS

A. N. Tonkikh

*The paper substantiates the need to construct a mathematical model for the radar signal generation and processing path taking into account the equipment's own noise and its operation under conditions of unintentional and intentional interferences, in order to assess the information capabilities of existing and planned radar stations. We have considered sufficient statistic data of a classifier of artificial objects based on their radar images. Using the filter approach to describing the operation of a radar station, we have constructed a mathematical model for the radar signal generation and processing path taking into account equipment noise and interference. We have assessed the influence of noise and interference on the detection quality of distributed artificial objects based on radar images.*

**Key words:** synthetic-aperture radar, mathematical modeling, equipment noise, interference.

### References

1. Radar stations of the Earth survey / G. S. Kondratenkov, V. A. Potekhin, A. P. Reutov [et al.] ; edited by G. S. Kondratenkov. – Moscow : Radio and Communications, 1983. – 270 p.
2. Tonkikh, A. N. Software package for modeling radar data / A. N. Tonkikh, V. A. Kuznetsova // Collection of scientific articles of the VII International Scientific and Practical Conference «Current problems and prospects for the development of radio engineering and information communication systems» (Radioinfocom-2023). – Moscow : MIREA – Russian Technological University, 2023. – P. 43–46.
3. Shkolniy, L. A. Analysis of algorithms for automatic joint processing of two images to identify changes in the environment / L. A. Shkolniy, V. N. Shramko // NMM on pulse technology and discrete signal processing: A collection of articles. – Moscow : VVIA named after Prof. N. E. Zhukovsky, 1984. – P. 77–83.
4. Shkolniy, L. A. Two ways to describe the sensing operator in the synthesis of the RSA signal processing system according to the travel range coordinate / L. A. Shkolniy // NMM on pulse technology and discrete signal processing: A collection of articles. – Moscow : VVIA named after prof. N. E. Zhukovsky, 1981. – P. 112–119.
5. Shkolniy, L. A. Refinement of the mathematical description of the remote sensing operator taking into account fluctuations in the trajectory of the aircraft/ L. A. Shkolniy // NMM on pulse technology and discrete signal processing: A collection of articles. – Moscow : VVIA named after prof. N. E. Zhukovsky, 1982. – P. 87–96.
6. Tikhonov, V. I. Nonlinear transformations of random processes / V. I. Tikhonov. – Moscow : Radio and Communications, 1986. – 295 p.
7. Interference protection of radio-electronic control systems for aircraft and weapons: monograph / V. N. Lepin, V. N. Antipov, A. Yu. Vikentiev [et al.]; Edited by V. N. Lepin ; Joint Stock Company «Scientific and Production Association «Alloy». – Moscow : Radio Engineering, 2017. – 411 p.

*Aleksandr Nikolaevich Tonkikh, Candidate of Technical Sciences, Docent, Senior Research Associate,  
t. +7 (926) 345-10-93, e-mail: alex\_tonkih@mail.ru.  
(LLC «NaukaSoft Scientific and Production Association»).*