

УЧЕТ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ НА ОСИ ГИРОАКСЕЛЕРОМЕТРА

М. Д. Глебов-Авилов, Ю. А. Полевода

При поворотах гироселерометра на углы относительно оси, которая направлена параллельно ускорению свободного падения, появляется ошибка, связанная с действием ускорения свободного падения на другие оси датчика, что может привести к некорректному вычислению скорости и смещения датчика. Для увеличения точности определения выведена математическая модель на основе углов Эйлера и действующих ускорений, что позволяет скомпенсировать действие ускорения свободного падения на оси гироселерометра. Полученные выражения математической модели загружены в микроконтроллер с подключенным гироселерометром MPU6050 и проверена их эффективность.

Ключевые слова: гироселерометр, ускорение, ускорение свободного падения, ось.

Введение

Гироселерометры используются для определения ориентации в пространстве и относятся к инерциальным датчикам [1]. С его помощью можно вычислить такие параметры, как углы Эйлера [2] и линейные ускорения, которые в свою очередь показывают поворот тела вокруг своей оси и его смещение в пространстве. При определении смещения тела с помощью акселерометра существует проблема, связанная с действием ускорения свободного падения на оси, в момент, когда появляется угол между вектором ускорения свободного падения и сонаправленной осью датчика [3], так как гироселерометр не может самостоятельно скомпенсировать эти значения. По этой причине выведенная математическая модель на основе углов Эйлера и действующих ускорений позволит скомпенсировать действие ускорения свободного падения на оси датчика, что даст более точное определение смещения.

Математическая модель

Вывод математической модели начинается с проецирования действующего значения ускорения, которое должно быть параллельно вектору ускорения свободного падения вдоль оси Z, в момент, когда датчик повернут на угол α вокруг оси X и на угол β вокруг оси Y (рис. 1).

Для проецирования используется формула нахождения длины вектора [4]:

$$z_{acc}^2 = z_x^2 + z_y^2 + z_z^2, \quad (1)$$

где z_{acc} – действующее значение ускорения, которое должно быть параллельно вектору ускорения свободного падения; z_x, z_y, z_z – проекции действующего значения соответственно на оси X, Y, Z.

Для нахождения проекции z_z , действующего значения z_{acc} , выражаются z_x и z_y через z_z с помощью тангенса:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{z_y}{z_z}; \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{z_x}{z_z}; \quad (3)$$

$$z_y = z_z \operatorname{tg} \alpha; \quad (4)$$

$$z_x = z_z \operatorname{tg} \beta. \quad (5)$$

Следующим шагом подставляются формулы (4) и (5) в формулу (1), и таким образом находится проекция z_z :

$$z_{acc}^2 = (z_z \operatorname{tg} \beta)^2 + (z_z \operatorname{tg} \alpha)^2 + z_z^2;$$

$$z_{acc}^2 = z_z^2 (\operatorname{tg}^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \alpha + 1);$$

$$z_z^2 = \frac{z_{acc}^2}{\operatorname{tg}^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \alpha + 1};$$

$$z_z = \frac{z_{acc}}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}}. \quad (6)$$

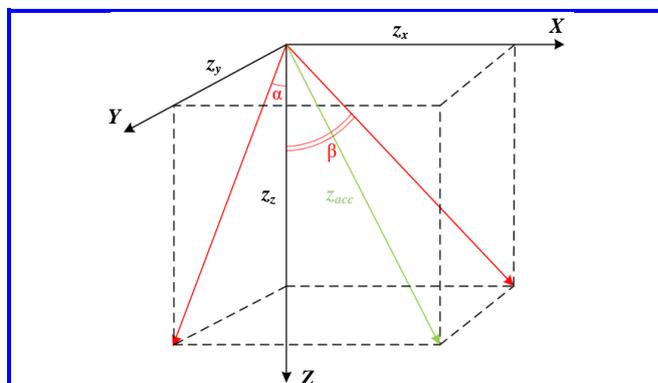


Рис. 1. Поворот датчика на угол α вокруг оси X и на угол β вокруг оси Y относительно оси Z

По такому же принципу находятся проекции z_y и z_x , необходимо подставить формулу (6) в (4), (5):

$$z_y = \frac{\operatorname{tg}\alpha z_{acc}}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\beta + \operatorname{tg}^2\alpha + 1}}; \quad (7)$$

$$z_x = \frac{\operatorname{tg}\beta z_{acc}}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\beta + \operatorname{tg}^2\alpha + 1}}. \quad (8)$$

Далее рассмотрен случай, когда действующее ускорение y_{acc} должно быть параллельно оси Y , но датчик повернут на угол α вокруг оси X и также на угол μ вокруг оси Z (рис. 2).

Выводится по аналогии так же, как и с осью Z , берется формула длины вектора [4]:

$$y_{acc}^2 = y_x^2 + y_y^2 + y_z^2, \quad (9)$$

где y_{acc} – действующее значение ускорения, которое должно быть параллельно вектору ускорения свободного падения; y_x, y_y, y_z – проекции действующего значения соответственно на оси X, Y, Z .

По аналогии выражаются проекции y_z и y_x :

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y_z}{y_y}; \quad (10)$$

$$\operatorname{tg}\mu = \frac{y_x}{y_y}; \quad (11)$$

$$y_z = y_y \operatorname{tg}\alpha; \quad (12)$$

$$y_x = y_y \operatorname{tg}\mu. \quad (13)$$

Подставляются формулы (12) и (13) в формулу (9), и по аналогии выражается y_y :

$$y_{acc}^2 = (y_y \operatorname{tg}\mu)^2 + y_y^2 + (y_y \operatorname{tg}\alpha)^2;$$

$$y_{acc}^2 = y_y^2 (\operatorname{tg}^2\mu + 1 + \operatorname{tg}^2\alpha);$$

$$y_y^2 = \frac{y_{acc}^2}{\operatorname{tg}^2\mu + 1 + \operatorname{tg}^2\alpha};$$

$$y_y = \frac{y_{acc}}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\mu + 1 + \operatorname{tg}^2\alpha}}. \quad (14)$$

Далее находятся проекции z_y и z_x , необходимо подставить формулу (12) в (13), (14):

$$y_z = \frac{\operatorname{tg}\alpha y_{acc}}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\mu + 1 + \operatorname{tg}^2\alpha}}, \quad (15)$$

$$y_x = \frac{\operatorname{tg}\mu y_{acc}}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\mu + 1 + \operatorname{tg}^2\alpha}}. \quad (16)$$

Рассматривается ситуация, при которой действующее ускорение x_{acc} должно быть параллельно оси X , но датчик повернут на угол β вокруг оси Y и также угол μ по оси Z (рис. 3).

Выводится по аналогии с вышеописанными случаями, берется формула длины вектора [4]:

$$x_{acc}^2 = x_x^2 + x_y^2 + x_z^2, \quad (17)$$

где x_{acc} – действующее значение ускорения, которое должно быть параллельно вектору ускорения свободного падения; x_x, x_y, x_z – проекции действующего значения соответственно на оси X, Y, Z .

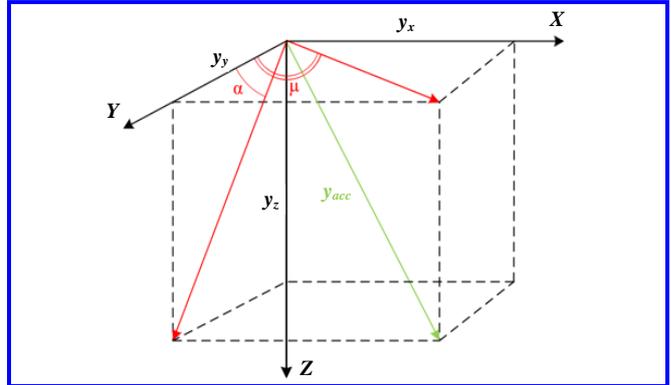


Рис. 2. Поворот датчика на угол α вокруг оси X и на угол μ вокруг оси Z относительно оси Y

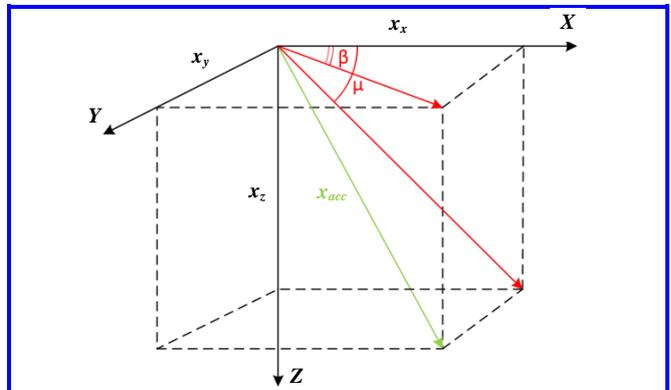


Рис. 3. Поворот датчика на угол β вокруг оси Y и также угол μ по оси Z относительно оси X

Следом x_y и x_z выражается через x_x :

$$\operatorname{tg}\mu = \frac{x_y}{x_x}; \quad (18)$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{x_z}{x_x}; \quad (19)$$

$$x_y = x_x \operatorname{tg}\mu; \quad (20)$$

$$x_z = x_x \operatorname{tg}\beta. \quad (21)$$

В дальнейшем подставляются формулы (20) и (21) в (17), и находится проекция вектора на ось X:

$$x_{acc}^2 = x_x^2 + (x_x \operatorname{tg}\mu)^2 + (x_x \operatorname{tg}\beta)^2;$$

$$x_x^2 = \frac{x_{acc}^2}{1 + \operatorname{tg}^2\mu + \operatorname{tg}^2\beta};$$

$$x_x = \frac{x_{acc}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\mu + \operatorname{tg}^2\beta}}. \quad (22)$$

Подставляется формула (22) в (20), (21), находят проекции x_z и x_y соответственно:

$$x_z = \frac{\operatorname{tg}\beta x_{acc}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\mu + \operatorname{tg}^2\beta}}; \quad (23)$$

$$x_y = \frac{\operatorname{tg}\mu x_{acc}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\mu + \operatorname{tg}^2\beta}}. \quad (24)$$

Далее найдены суммы векторов [4]. Для определения знаков используется рис. 4:

$$x_{sum} = x_x - y_x - z_x; \quad (25)$$

$$y_{sum} = -x_y - y_y - z_y; \quad (26)$$

$$z_{sum} = x_z - y_z - z_z, \quad (27)$$

где x_{sum} , y_{sum} , z_{sum} – сумма векторов соответственно по осям X, Y, Z.

Для компенсации ускорения по оси X подставляется выражение (25) в выражения (8), (13), (22):

$$x_{sum} = \frac{x_{acc}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\mu + \operatorname{tg}^2\beta}} - \frac{\operatorname{tg}\mu y_{acc}}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\mu + 1 + \operatorname{tg}^2\alpha}} - \frac{\operatorname{tg}\beta z_{acc}}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\beta + \operatorname{tg}^2\alpha + 1}}. \quad (28)$$

Далее компенсировано ускорение по двум оставшимся осям, для этого в формулу (26) подставляем выражения (7), (14), (24) и в (27) выражения (6), (15), (21):

$$y_{sum} = \frac{y_{acc}}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\mu + 1 + \operatorname{tg}^2\alpha}} - \frac{\operatorname{tg}\mu x_{acc}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\mu + \operatorname{tg}^2\beta}} - \frac{\operatorname{tg}\alpha z_{acc}}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\beta + \operatorname{tg}^2\alpha + 1}}; \quad (29)$$

$$z_{sum} = \frac{\operatorname{tg}\beta x_{acc}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\mu + \operatorname{tg}^2\beta}} + \frac{\operatorname{tg}\alpha y_{acc}}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\mu + 1 + \operatorname{tg}^2\alpha}} + \frac{z_{acc}}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\beta + \operatorname{tg}^2\alpha + 1}}. \quad (30)$$

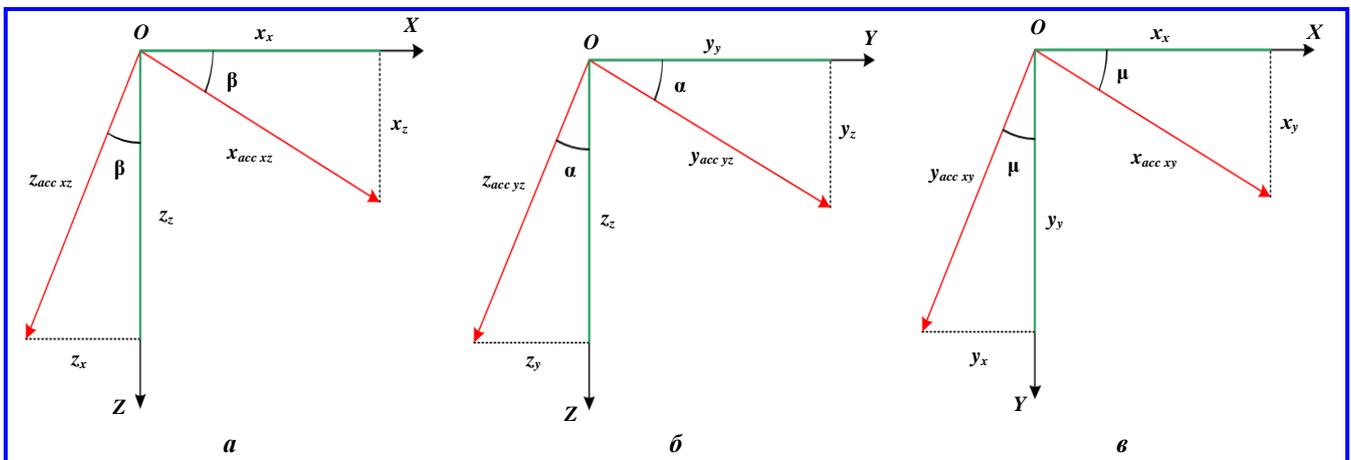


Рис. 4. Расположение проекций действующих значений на плоскости: а – проекции действующих значений x_{acc} , z_{acc} на плоскость XOZ : $x_{acc\ xz}$, $z_{acc\ xz}$; б – проекции действующих значений y_{acc} , z_{acc} на плоскость YOZ : $y_{acc\ yz}$, $z_{acc\ yz}$; в – проекции действующих значений y_{acc} , x_{acc} на плоскость XOY : $y_{acc\ xy}$, $x_{acc\ xy}$

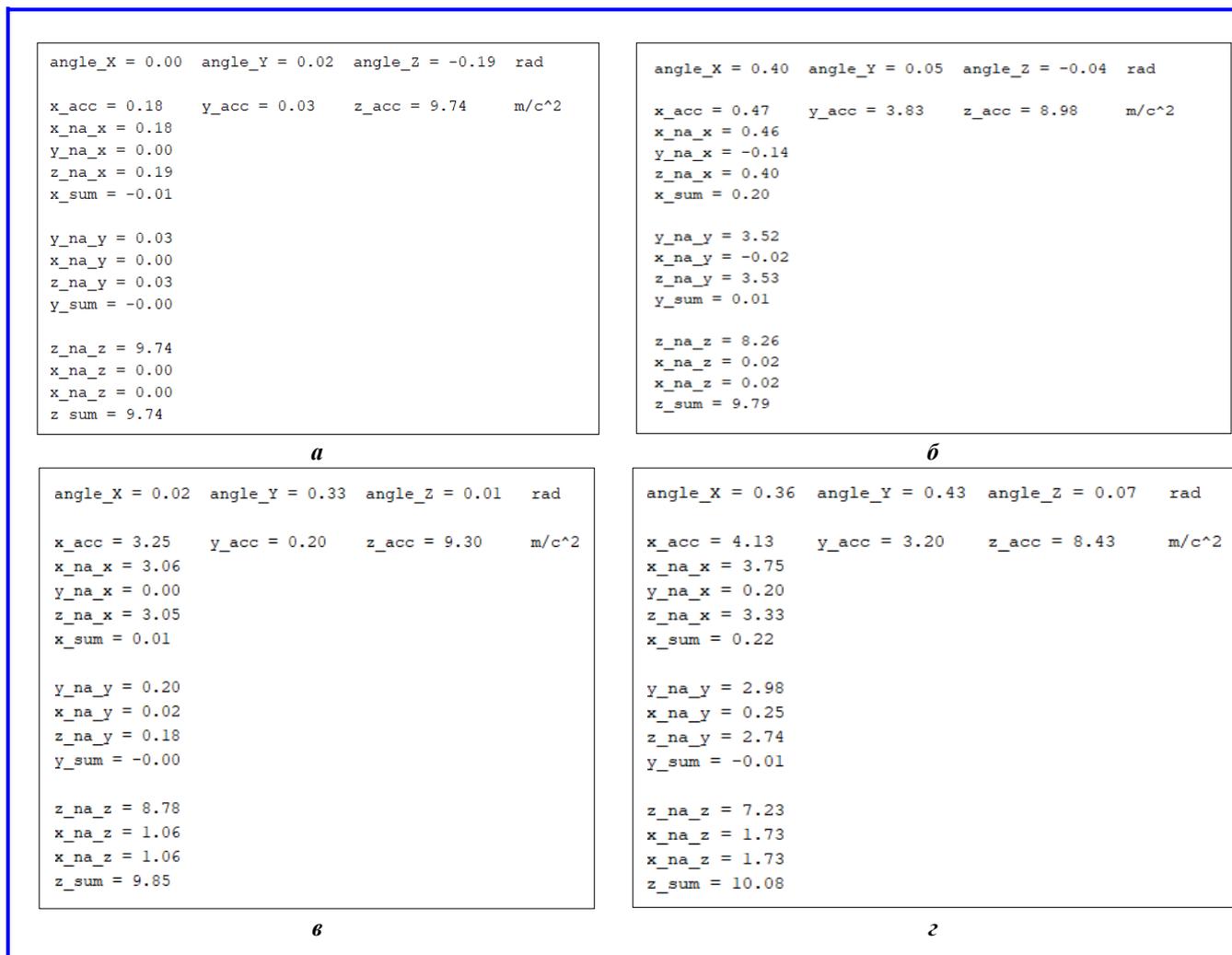


Рис. 5. Положения датчика, при котором: *а* – на оси *X* и *Y* не действует ускорение свободного падения; *б* – на ось *X* действует ускорение свободного падения; *в* – на ось *Y* действует ускорение свободного падения; *з* – на оси *X* и *Y* действует ускорение свободного падения

Программная реализация

Полученные формулы перенесены в программное обеспечение *Arduino IDE* для проверки работоспособности результатов. К микроконтроллеру *Arduino UNO* подключен модуль акселерометра *MPU6050* [5]. В результате получены данные, представленные на рис. 5 при различных положениях модуля акселерометра.

Как показано на рис. 5, при поворотах датчика происходит компенсация ускорения свободного падения, что позволяет более точно определить смещение.

Заключение

Получена математическая модель для компенсации ускорения свободного падения, по трем осям положения гироакселерометра, что позволяет увеличить точность нахождения смещения, скоростей и ускорений объекта. Осуществлена проверка ра-

ботоспособности математической модели в программное обеспечение *Arduino IDE*, и получены значения с микроконтроллера с подключенным модулем гироакселерометра *MPU6050*.

Литература

1. Власенко, А. Analog Devices: обзор датчиков iMEMS с цифровым выходом / Алексей Власенко // Компоненты и Технологии. – 2008. – № 1. – С. 36–38.
2. Буданов, А. С. Использование углов Эйлера в инерциальных навигационных системах / А. С. Буданов, В. А. Егунин // ИВД. – 2021. – №7 (79). – С. 1–8.
3. Петрищев, В. Ф. Элементы теории гироскопа и его применение для управления космическими аппаратами : Учеб. пособие / В. Ф. Петрищев. – Самара : Самарский государственный аэрокосмический университет, 2004. – 68 с.
4. Агапова, Е. Г. Векторная алгебра : учебное пособие / Е. Г. Агапова, Н. Б. Лазарева ; [науч. ред. Т. М. Попова]. – Хабаровск : Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2015. – 67 с.

5. MPU-6000 and MPU-6050 Product Specification Revision 3.4. – 2013. – P. 52. – Файл PDF. – URL : <https://invensense.tdk.com/wp-content/uploads/2015/02/MPU-6000-Datasheet1.pdf>.

Поступила в редакцию 04.12.2024

*Михаил Дмитриевич Глебов-Авилов, студент магистратуры кафедры радиоволновых процессов и технологий
Института радиоэлектроники и информатики,
т. +7 (915) 499-46-07, e-mail: glebov-avilov@mail.ru.*

*Юрий Александрович Полевода, аспирант, старший преподаватель кафедры радиоволновых процессов
и технологий Института радиоэлектроники и информатики,
т. +7 (985) 299-34-20, e-mail: polevoda@mirea.ru.
(РТУ МИРЭА).*

FREE FALL ACCELERATION ON THE GYROACCELEROMETER AXIS

M. D. Glebov-Avilov, Yu. A. Polevoda

When the gyroaccelerometer is rotated by angles relative to the axis, which is directed parallel to the acceleration of free fall, an error appears due to the effect of the acceleration of free fall on other axes of the sensor, which can lead to incorrect calculation of the velocity and displacement of the sensor. To increase the accuracy of the determination, a mathematical model based on Euler angles and acting accelerations is derived, which allows to compensate the effect of free fall acceleration on the gyroaccelerometer axes. The obtained expressions of the mathematical model are loaded into a microcontroller with a connected gyroaccelerometer MPU6050 and their efficiency is tested.

Key words: gyroaccelerometer, acceleration, free fall acceleration, axis.

References

1. Vlasenko, A. Analog Devices: an overview of iMEMS sensors with digital output / Alexey Vlasenko // Components and Technologies. – 2008. – № 1. – P. 36–38.
2. Budanov, A. S. The use of Euler angles in inertial navigation systems / A. S. Budanov, V. A. Egunov // IVD. – 2021. – № 7 (79). – P. 1–8.
3. Petrishchev, V. F. Elements of gyroscope theory and its application for spacecraft control : Textbook / V. F. Petrishchev. – Samara : Samara State Aerospace University, 2004. – 68 p.
4. Agapova, E. G. Vector algebra : a textbook / E. G. Agapova, N. B. Lazareva ; [scientific ed. by T. M. Popov]. – Khabarovsk : Publishing House of the Pacific State University, 2015. – 6 p.
5. MPU-6000 and MPU-6050 Product Specification Revision 3.4. – 2013. – P. 52. – Файл PDF. – URL : <https://invensense.tdk.com/wp-content/uploads/2015/02/MPU-6000-Datasheet1.pdf>.

*Mikhail Dmitrievich Glebov-Avilov, Master's student of the Department of Radio Wave Processes and Technologies,
Institute of Radioelectronics and Informatics, t. +7 (915) 499-46-07, e-mail: glebov-avilov@mail.ru.*

*Yurij Aleksandrovich Polevoda, postgraduate student, senior lecturer of the Department of Radio Wave Processes
and Technologies of the Institute of Radioelectronics and Informatics,
t. +7 (985) 299-34-20, e-mail: polevoda@mirea.ru.
(RTU MIREA).*